

# 電荷を区別しないミュオン粒子と 負電荷 $\mu^-$ 粒子の寿命測定

奈良女子大学

理学部数物科学科

高エネルギー物理学研究室 B4

犬飼愛美 安西郁美

2021/03/01

# 目次

- 背景と目的
- 宇宙線と $\mu$ 粒子
- セットアップ
- 測定原理
- 寿命測定
- 結果
- 考察と課題

# 目的と背景

## 目的

- 1.電荷の区別をしない、 $\mu$ 粒子の寿命を測定する。
2. $\mu$ 粒子の電荷を区別し、 $\mu^-$ 粒子の寿命を測定する。  
測定されるイベント数を増やし、 $\mu^-$ 粒子の寿命測定の精度を高める。

## 背景

2018年度の先行研究より磁石を用いた $\mu^-$ 粒子寿命測定器導入された。

# 宇宙線

- 宇宙線・・・宇宙から地球へ絶え間なく降り注ぐ高エネルギーの放射線。
  - 一次宇宙線・・・大気圏外から地球に向かってくる放射線（主に陽子）
  - 二次宇宙線・・・一次宇宙線が大気中の原子核と相互作用してできる放射線（ $\mu$  粒子、ニュートリノ、電子、 $\gamma$  線、中性子、 $\pi$  中間子など）

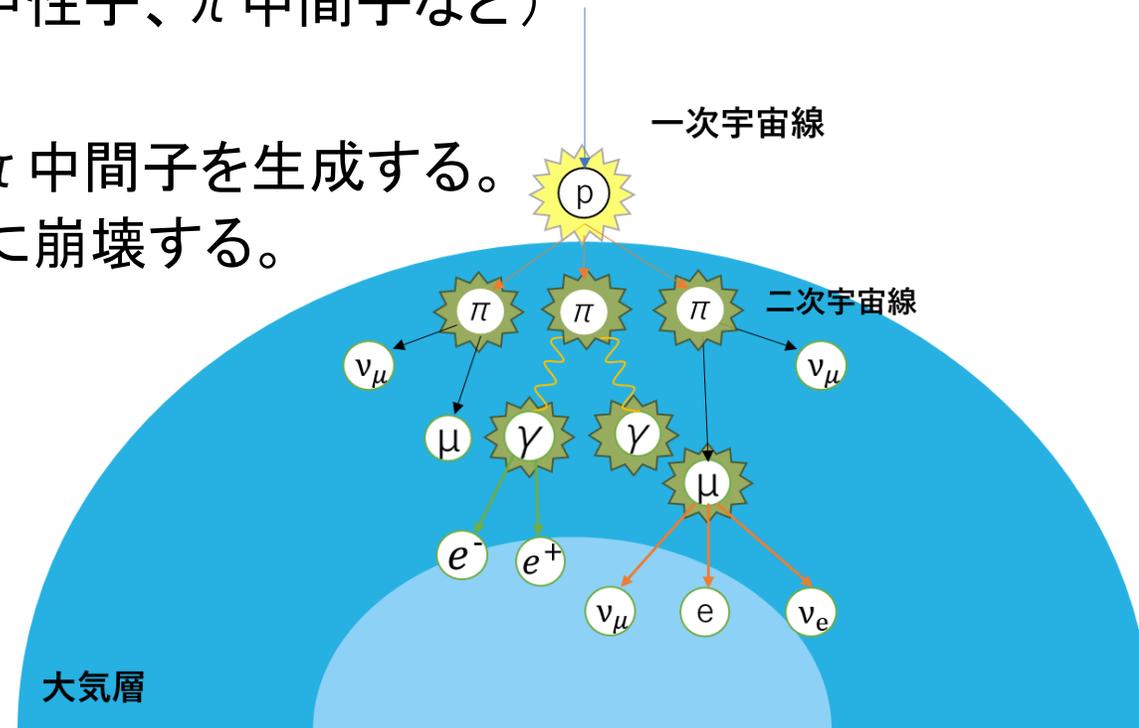
- 一次宇宙線の陽子は大気中の原子核と衝突して $\pi$  中間子を生成する。

- $\pi$  中間子・・・二次宇宙線の一種で以下のように崩壊する。

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

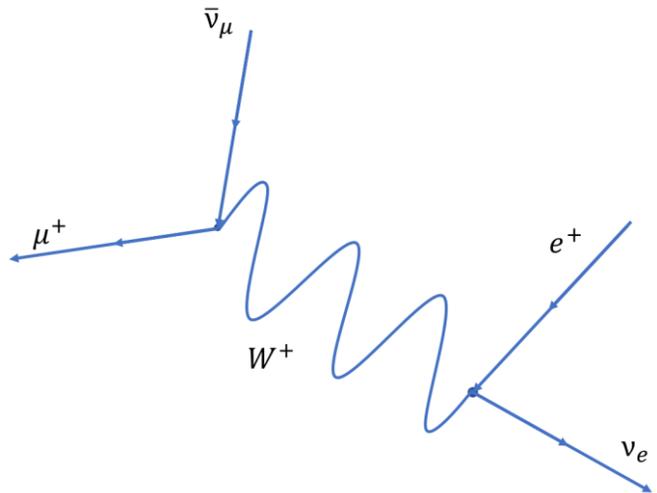
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$



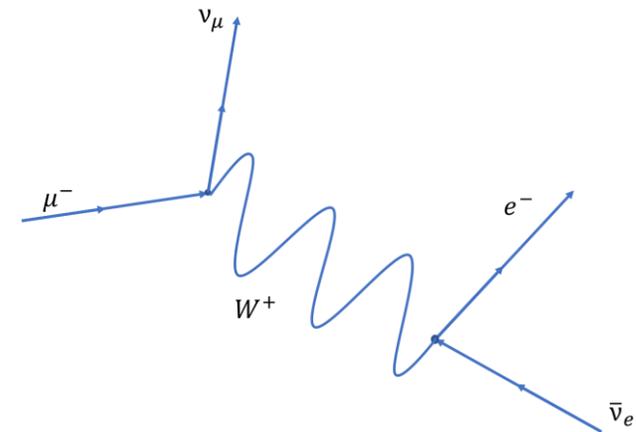
# $\mu$ 粒子

- $\mu$  粒子は  $\pi$  中間子の崩壊により生成される。
  - 地表に到達する宇宙線のほとんどは  $\mu$  粒子。
  - 質量  $m_\mu = 105.658369 \pm 0.000009 [MeV]$
  - 電荷が +1 の  $\mu^+$  と -1 の  $\mu^-$  があり、真空中では以下のように崩壊する。

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$



$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$



# μ粒子の崩壊(真空中)

素粒子の標準理論によれば μ 粒子の崩壊幅は以下の式で与えられる

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2 m^5}{192\pi^3} F(x) \left( 1 + \frac{3m_\mu^2}{5M_W^2} \right) \left[ 1 + H_1(x) \frac{\hat{\alpha}(m_\mu)}{\pi} + H_2(x) \frac{\hat{\alpha}^2(m_\mu)}{\pi^2} \right]$$

ここで

$$x = \frac{m_e^2}{m_\mu^2}$$

$$F(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \ln(x) = 0.999813$$

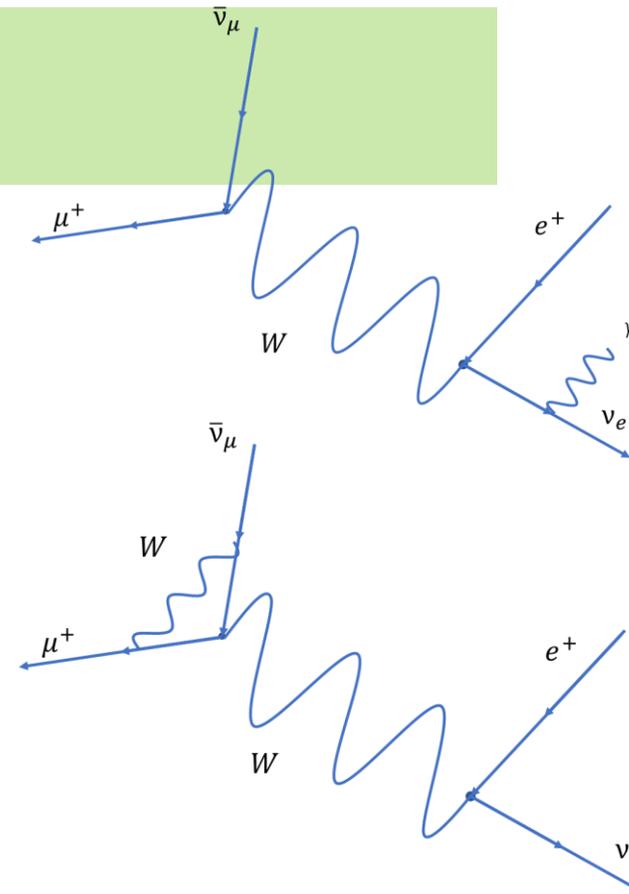
$$H_1(x) = \frac{25}{8} - \frac{\pi^2}{2} - (9 + 4\pi + 12 \ln(x))x + 16\pi^2 x^{\frac{3}{2}} + o(x^2) = -1.8079$$

$$H_2(x) = \frac{156815}{5184} - \frac{518}{81} \pi^2 - \frac{895}{36} \zeta(3) + \frac{67}{720} \pi^4 + \frac{53}{6} \pi^2 \ln 2 - \frac{5}{4} \pi^2 \sqrt{x} + o(x) = 6.7$$

$$\hat{\alpha}(m_\mu)^{-1} = \alpha^{-1} - \frac{2}{3\pi} \ln \left( \frac{m_\mu}{m_e} + \frac{1}{6\pi} \right) = 135.9$$

$$G_F = 1.16637 \times 10^{-5} (GeV^{-2})$$

$G_F$  はフェルミ結合定数でこの定数はμ粒子の寿命から決められている



真空中のμ粒子の寿命の測定値は

$$\tau_\mu = 2.197 \times 10^{-6} (sec)$$

# μ粒子の崩壊（物質中）

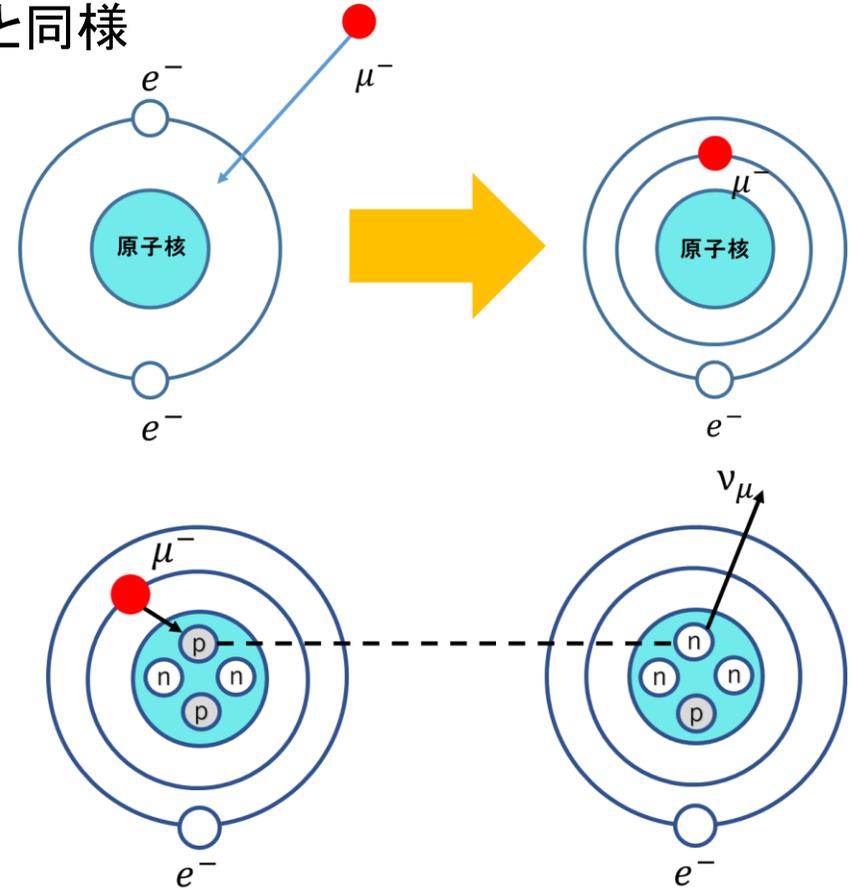
➤ μ<sup>+</sup>粒子は物質中で相互作用を起こさない⇒崩壊・寿命ともに真空中と同様

➤ μ<sup>-</sup>粒子は物質中で相互作用を起こす。

1. 入射したμ<sup>-</sup>粒子は物質中でミュオニック原子を形成する。

2. 原子核に束縛後以下のどちらかの過程をたどる

- i. 束縛軌道上で崩壊（崩壊・寿命ともに真空中と同様）
- ii. 原子核内の陽子がμ<sup>-</sup>を吸収、中性子に変化し、νを放出（原子核捕縛）  
⇒寿命が見かけ上縮まる。



物質中のμ<sup>-</sup>粒子の寿命

原子核捕縛  
の確率

軌道上での  
崩壊確率

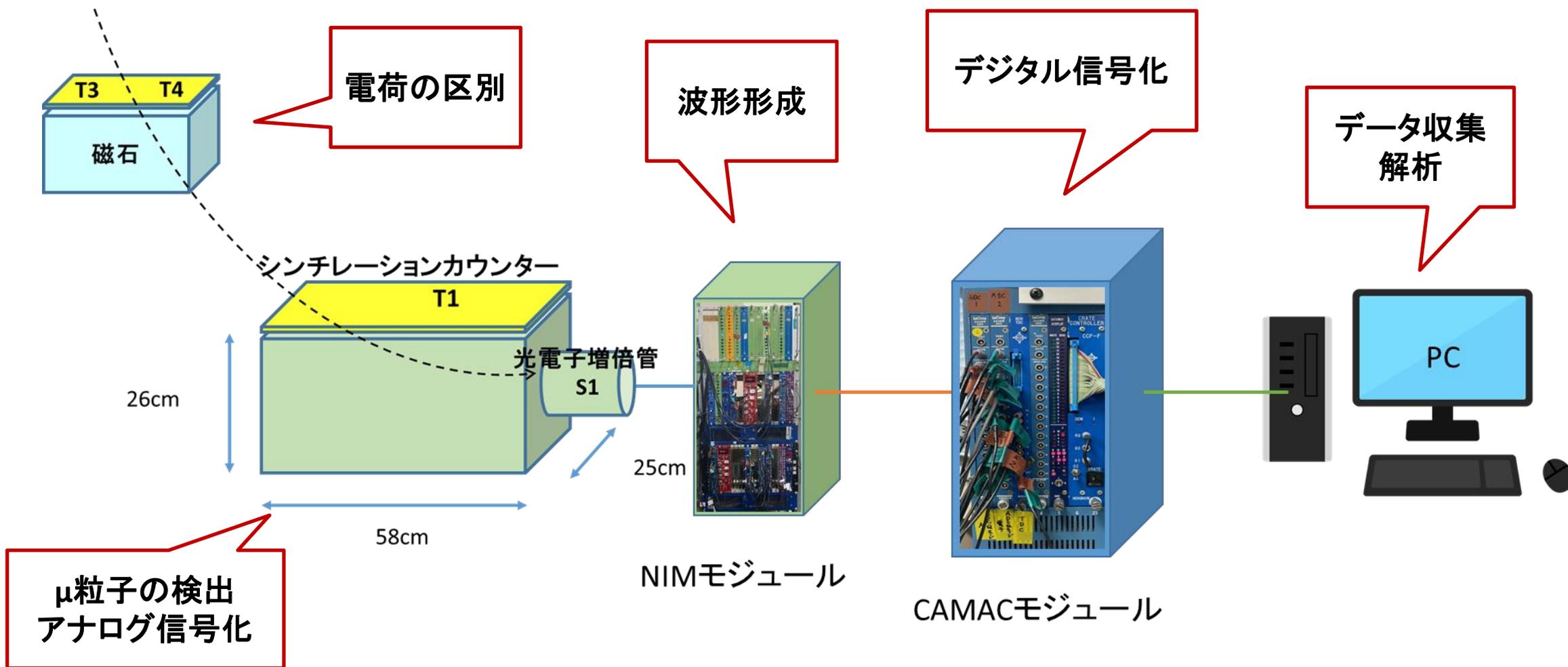
$$P_{\mu^- \text{ total}} = P_{\text{capture}} + P_{\text{decay}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\tau_{\mu^-}} = \Lambda_{\text{cap}} + \frac{1}{\tau_{\mu^+}}$$

原子核捕縛が起こる割合(Λ<sub>cap</sub>)が大きいほどμ<sup>-</sup>の寿命は短くなる

μ<sup>-</sup>が他のものに変化する全確率

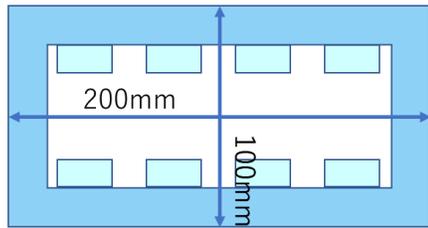
# 実験のセットアップ



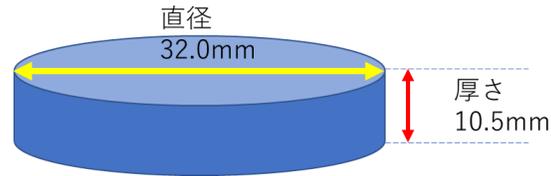
# $\mu^-$ 、 $\mu^+$ 粒子の区別

飛来する $\mu$ 粒子の電荷を区別  
 ⇨ネオジウム磁石が作る磁場を用いる

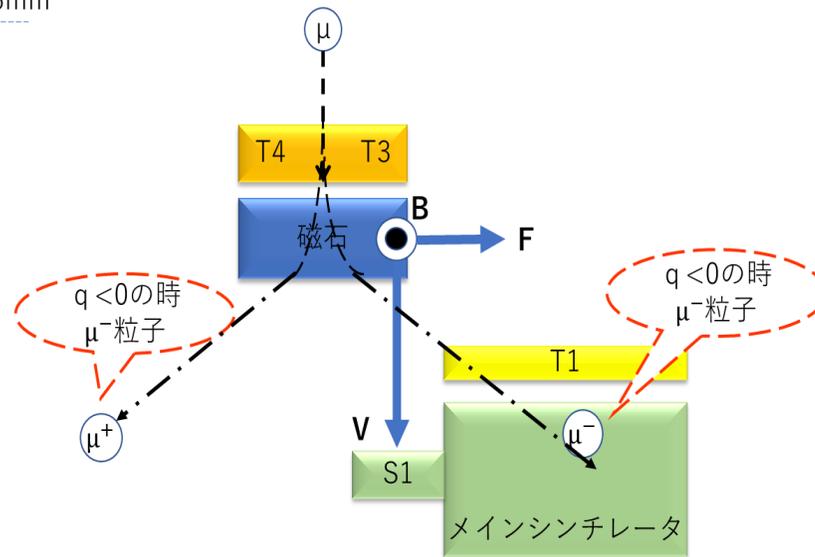
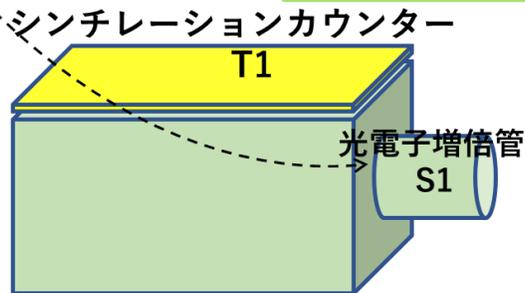
- 磁石の設置により $\mu^-$ 、 $\mu^+$ どちらかの粒子がメインシンチレータ内に入射
- 磁場の向きは奥から手前
- ローレンツ力により電荷を区別



(上面図)



ヨーク内にネオジウム磁石を二段に、計16個つけ、T3とT4の下に設置する。



ローレンツ力  
 $F = q(v \times B)$   
 F: 粒子にかかる力  
 q: 粒子の電荷  
 v: 入射粒子の速度  
 B: 磁石が作る磁束密度

メインシンチレータに入射するのは $\mu^-$ 粒子。

# シンチレーションカウンター

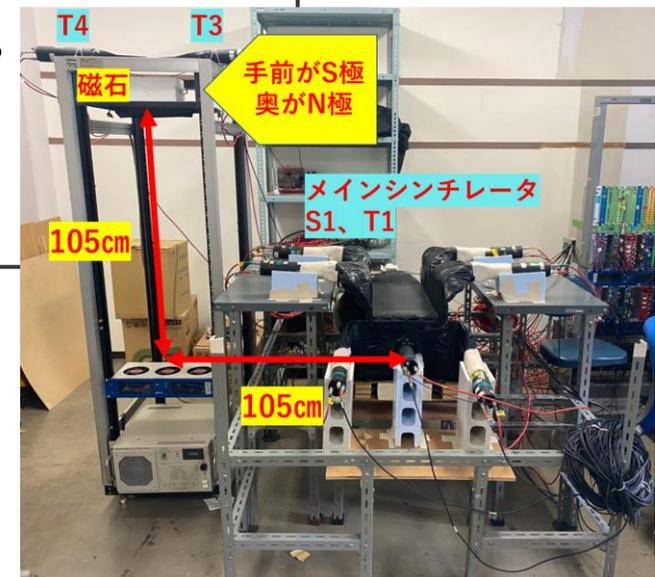
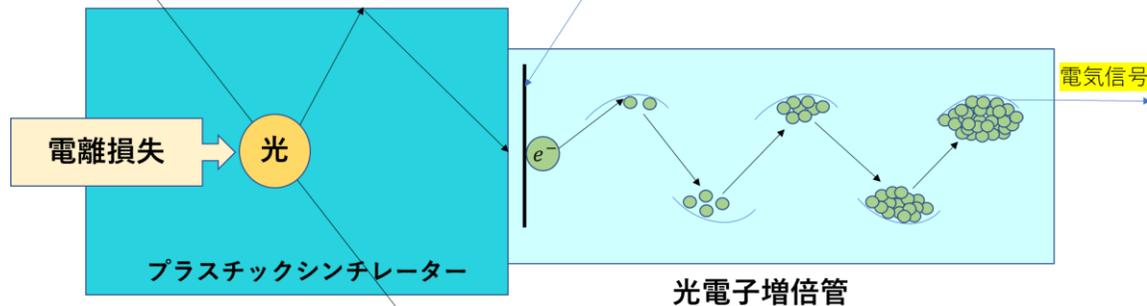
- シンチレーター、ライトガイド、光電子増倍管からなる放射線検出器
- 今回用いたのは有機シンチレーターのプラスチックシンチレーター

## シンチレーター

- 粒子が通過すると、シンチレーターを構成する原子と分子が励起される。
- この吸収したエネルギーをシンチレーション光として放出。

## 光電子増倍管

- シンチレーターで発生した光子が光電陰極に衝突し電子を発生させる。
- 電子はダイノードに衝突し、複数の二次電子を放出する。
- 発生した二次電子は次のダイノードへと向かい再び多くの電子を放出。
- 増幅された電子は陽極に収集され、分析可能な**電気信号**が得られる。



# NIMモジュール

- Discriminator

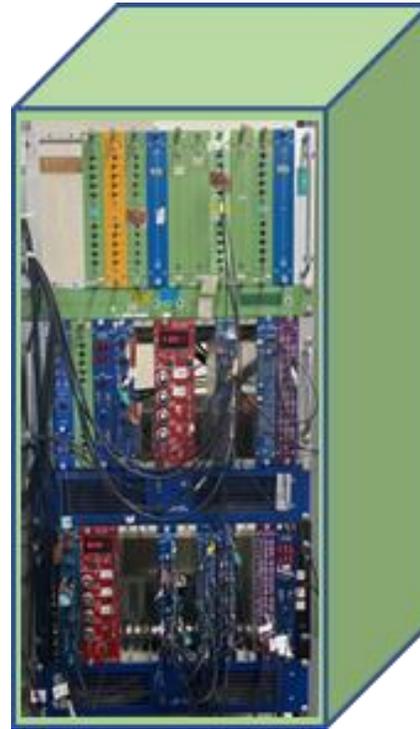
ある特定の電圧を超えるパルス波高の入力信号の場合にのみ、ロジック信号を出力。

- Delay

入力された信号を任意の時間遅らせて出力するデバイス。

- Fan-in Fan-out(=OR回路)

いくつかの入力信号を受け入れ、足し合わせたものを出力に送る。



- Coincidence (=AND回路)

2つ以上のロジック信号が時間的に一致するかどうかを決定

一致⇨ロジック信号を出力

一致しない⇨信号を出力しない

出力パルスの時間幅を任意に調整可

- G.G (Gate and Delay Generator)

入力されたロジック信号を、任意の時間幅で、任意の時間遅らせて出力する。

# CAMAC

Computer Aided Measurement Control  
アナログ信号を値に数値化する。

## ADC(Analog Digital Converter)

アナログ形式のデータをデジタル形式に変換

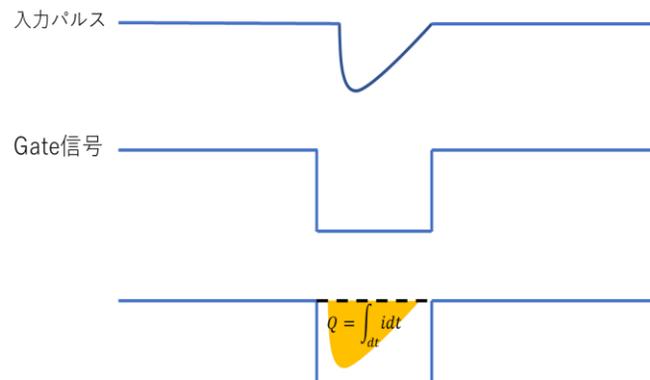
Vモード: 入ってきた信号の最大値を数値化

Qモード: 入ってきた信号を時間積分して数値化

➤ 本実験はQモードを使用

$$Q = \int_{dt} i dt$$

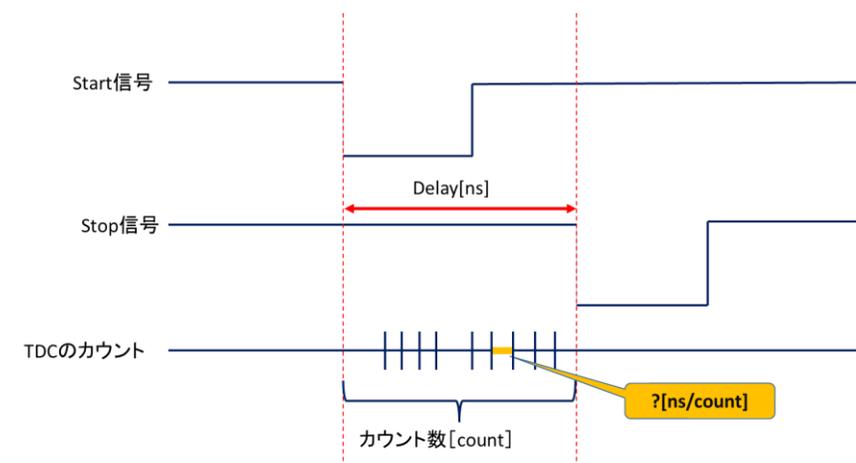
Q: 電荷量  
i: 信号の電流



## TDC(Time to Digital Converter)

時間というアナログ量をデジタル信号に変換する装置。

➤ スタート信号が入力され、ストップ信号が入力されるまで一定の時間間隔でカウントを刻む。

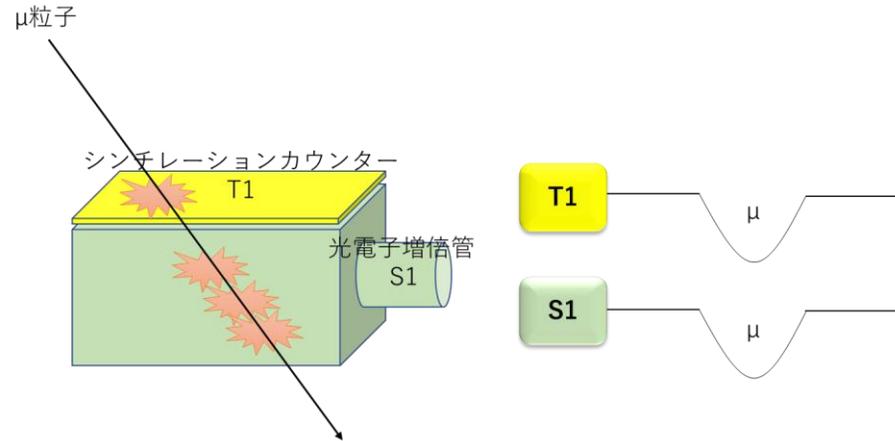


# 寿命の測定方法

通過  $\mu$  粒子と静止後崩壊する  $\mu$  粒子には観測されるパルスに以下のような違いがある

## ● 通過 $\mu$ 粒子

$\mu$  粒子がメインシンチレーター内を通過すると見られるパルスは一つだけ。



## ● カウンター内で静止、その後崩壊する $\mu$ 粒子

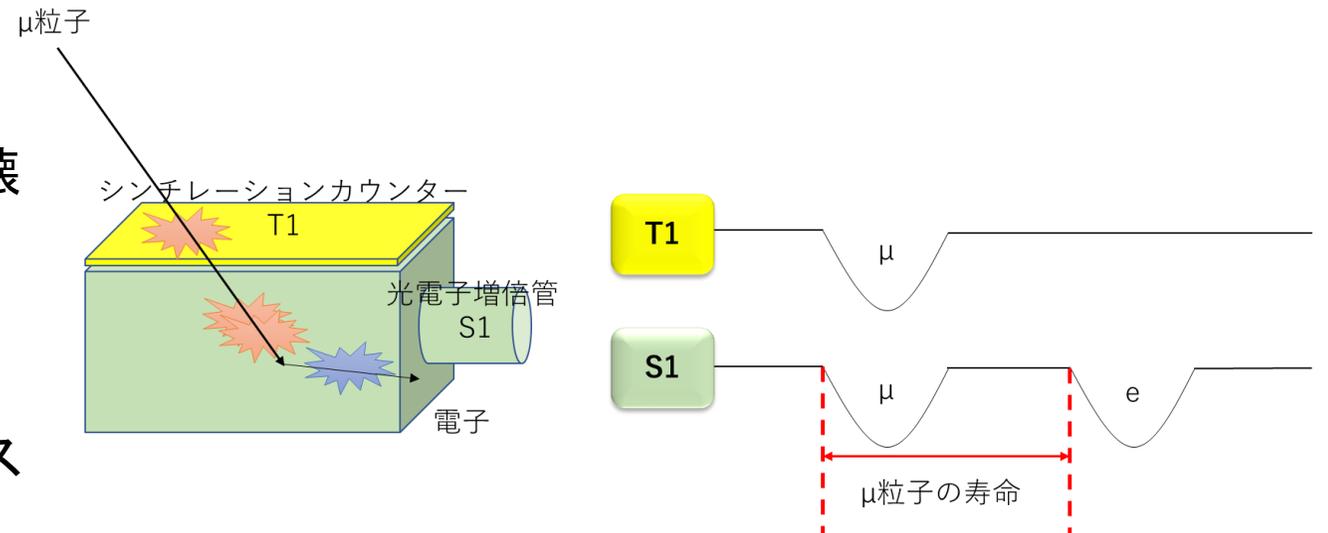
$\mu$  粒子がメインシンチレーター内に入射・崩壊により二つのパルスが見られる。

① 入射した  $\mu$  粒子によるもの

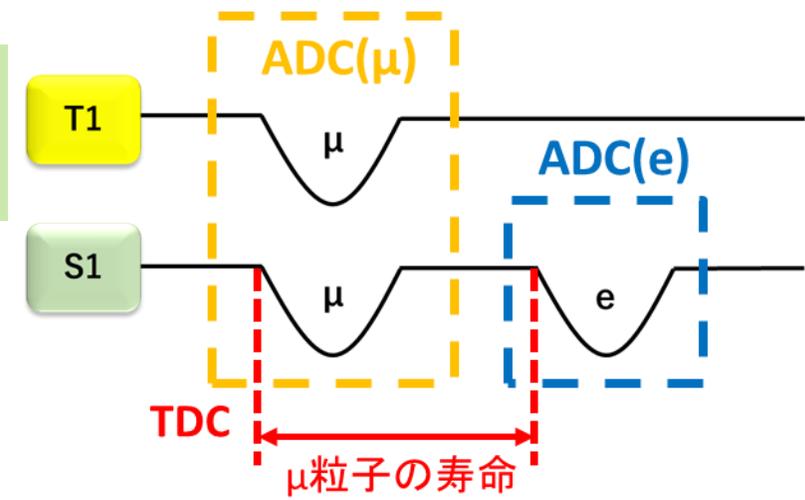
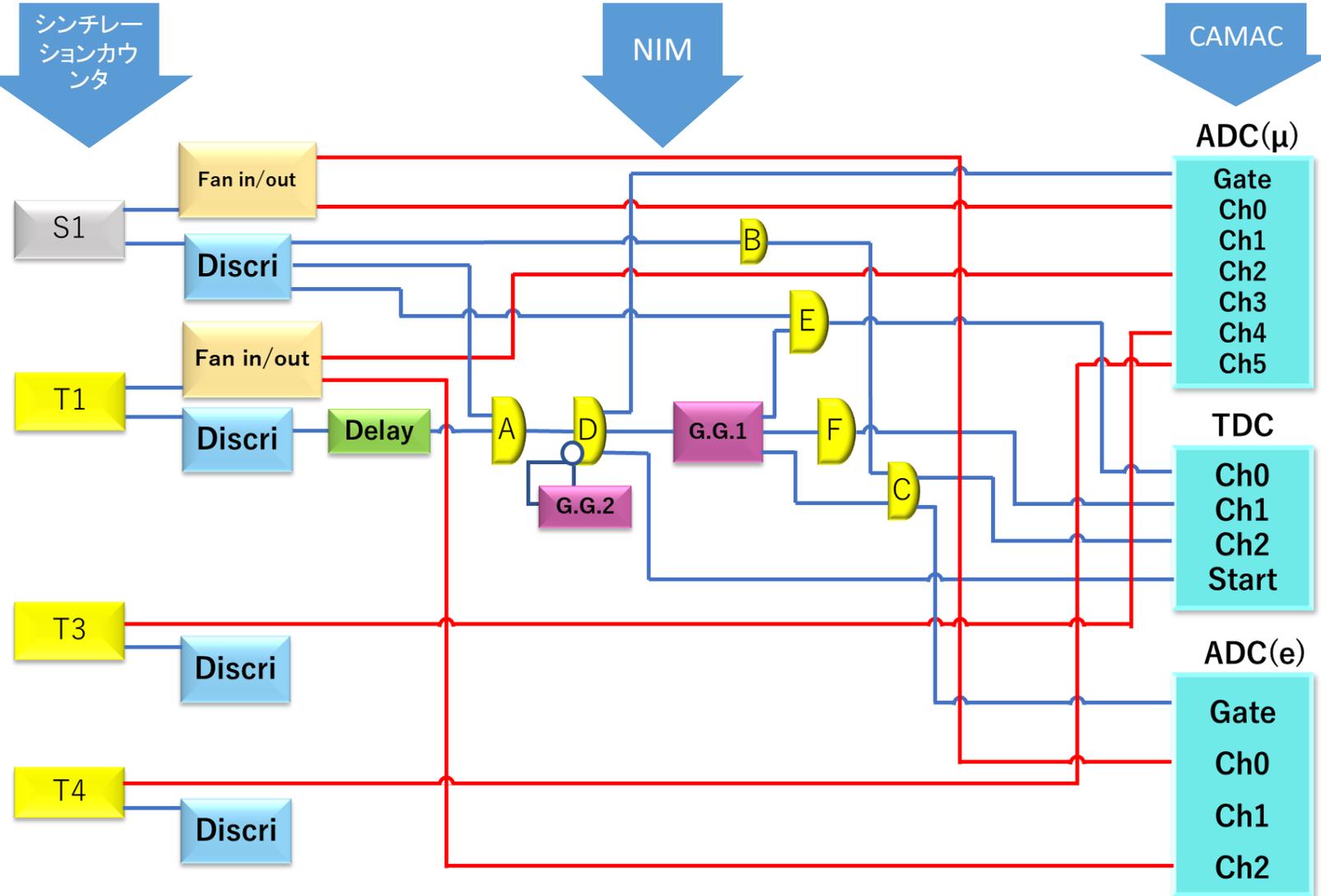
⇒ 「 $\mu$  粒子の信号」と呼ぶ

②  $\mu$  粒子が崩壊し、放出された電子のパルス

⇒ 「電子の信号」と呼ぶ



# エレクトロニクス全体図



$\mu$ 粒子のエネルギー測定

$\mu$ 粒子の寿命測定

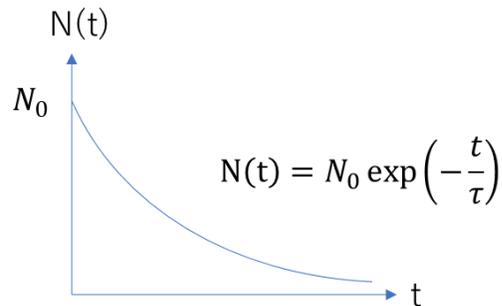
$\mu$ 粒子が静止崩壊後に放出する電子のエネルギー測定

# 寿命測定の原理

崩壊の時間的振る舞いは、  
放射性崩壊の指数関数法則に従う。

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$N(t)$ : 時刻 $t$ で崩壊せずに  
残っている粒子の個数  
 $N_0$ : 初期時刻 $t_0$ での粒子数  
 $\tau$ : 平均寿命



放射性崩壊の図

- 左の式を $t$ で微分し、 $t \rightarrow t+dt$ の間に崩壊した粒子数を $dN_{decay}$ とする

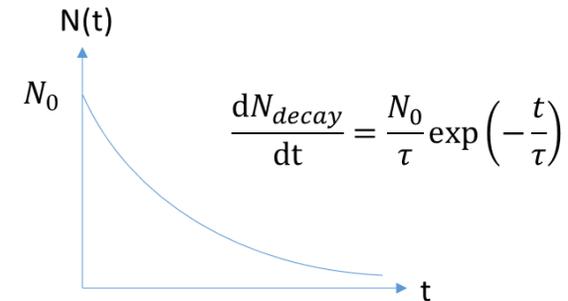
$$\frac{dN_{decay}}{dt} = -\frac{N_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$\mu$  粒子の寿命をTDCで測定することで得られる分布はこの式に従う。

実験式

$$y(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)$$

でfitすることで平均寿命 $\tau$ を算出



# TDC時間較正

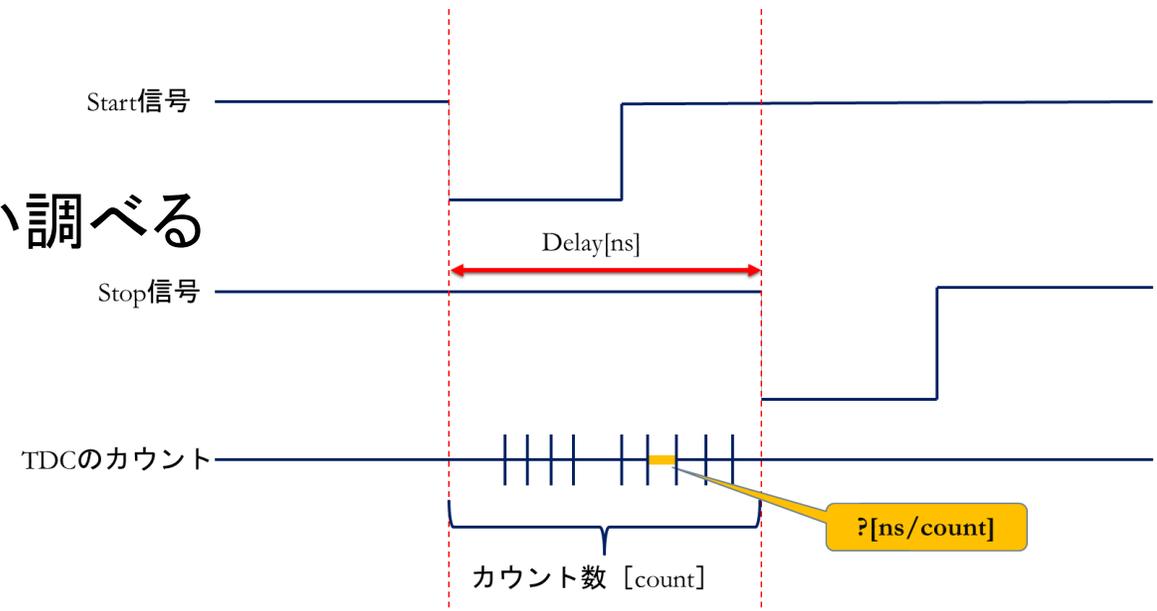
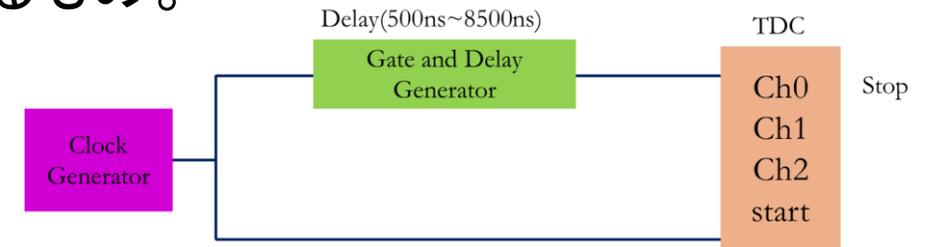
TDCとは時間というアナログ信号をデジタル信号に変えるもの。  
一定の間隔でカウントを刻む。

TDCカウントを実際の時間に換算する

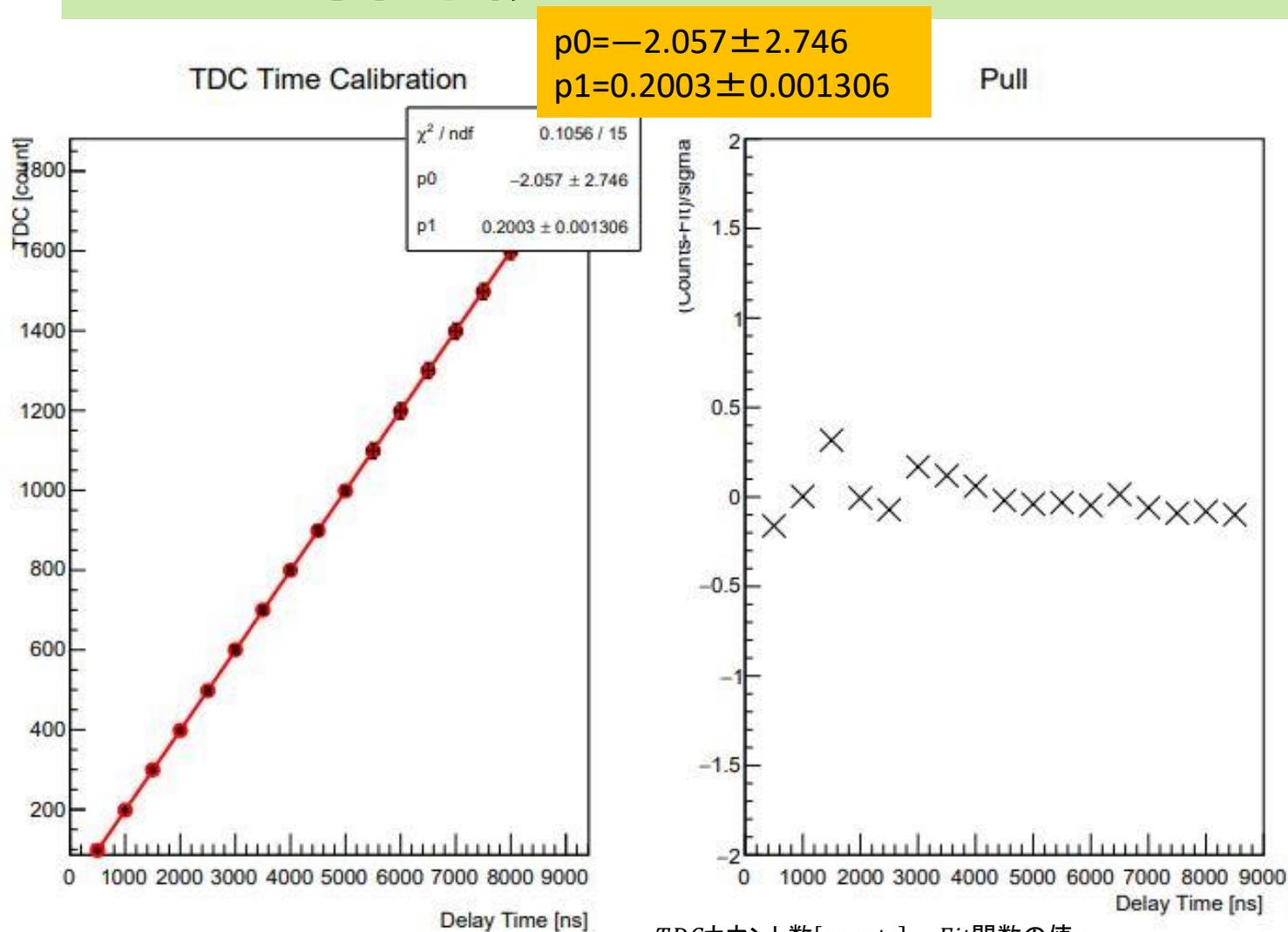
- スタート信号→Clock Generatorで生成(100Hz)
- ストップ信号→Delayさせたパルス

上の二つの信号の間にいくつにカウントがあるか調べる

- Delayは500ns～8500nsまで500nsずつ行う
- 1回のDelayごとに1000イベント取り平均を出す



# TCD 時間較正



$$\text{pull} = \frac{\text{TDCカウント数}[\text{counts}] - \text{Fit関数の値}y_{\text{Fit}}}{\Delta y[\text{counts}]}$$

TDCカウント数とDelay timeは比例関係  
 線形近似  $y = p_1 x + p_0$   
 (xはDelay time、yはTDCの測定値)

$$p_0 = -2.057 \pm 2.746$$

$$p_1 = 0.2003 \pm 0.0013$$

求める1カウント当たりの時間 $\alpha$ は

$$\alpha = \frac{1}{p_1} = 4.993 \pm 0.0326[\text{ns}]$$

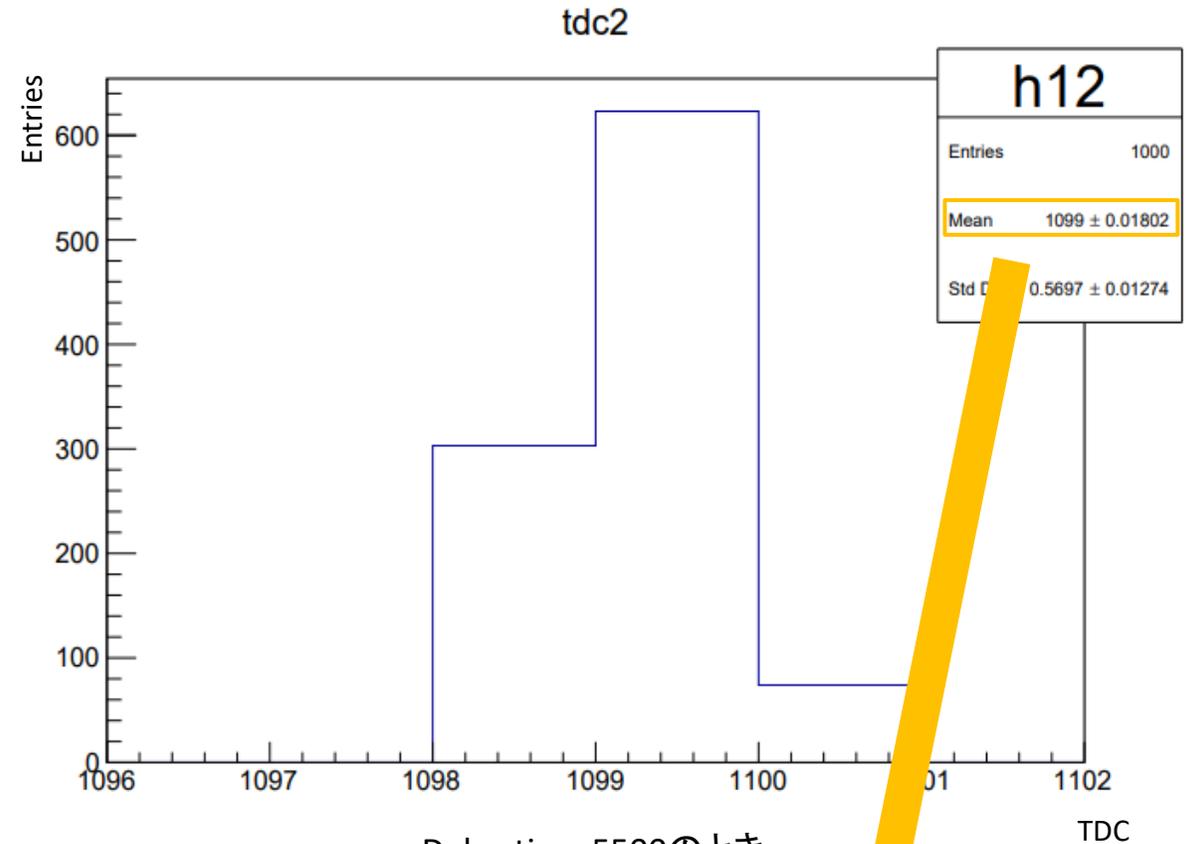
$$\approx 5.00 \pm 0.03[\text{ns}]$$

最終的に、粒子が入射して崩壊するまでのTDCのカウント数  $\times \alpha =$  求める寿命 $\tau$

# TDC時間較正～TDCの誤差～

Delay time [ns]	TDC [count]
500 ± 10	97.752 ± 0.019
1000 ± 20	198.220 ± 0.016
1500 ± 20	299.609 ± 0.020
2000 ± 20	398.450 ± 0.017
2500 ± 50	497.889 ± 0.017
3000 ± 50	600.421 ± 0.016
3500 ± 50	700.063 ± 0.016
4000 ± 50	799.606 ± 0.020

Delay time [ns]	TDC[count]
4500 ± 50	898.942 ± 0.018
5000 ± 50	998.872 ± 0.018
5500 ± 100	1098.772 ± 0.018
6000 ± 100	1198.591 ± 0.020
6500 ± 100	1299.958 ± 0.018
7000 ± 100	1398.594 ± 0.020
7500 ± 100	1498.123 ± 0.015
8000 ± 100	1598.454 ± 0.017
8500 ± 100	1698.221 ± 0.017



# TDC時間較正～Delay time の誤差～

Delay time [ns]	TDC [count]
500 ± 10	97.752 ± 0.019
1000 ± 20	198.220 ± 0.016
1500 ± 20	299.609 ± 0.020
2000 ± 20	398.450 ± 0.017
2500 ± 50	497.889 ± 0.017
3000 ± 50	600.421 ± 0.016
3500 ± 50	700.063 ± 0.016
4000 ± 50	799.606 ± 0.020

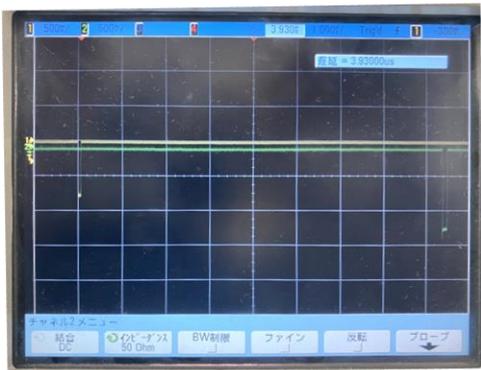
Delay time [ns]	TDC[count]
4500 ± 50	898.942 ± 0.018
5000 ± 50	998.872 ± 0.018
5500 ± 100	1098.772 ± 0.018
6000 ± 100	1198.591 ± 0.020
6500 ± 100	1299.958 ± 0.018
7000 ± 100	1398.594 ± 0.020
7500 ± 100	1498.123 ± 0.015
8000 ± 100	1598.454 ± 0.017
8500 ± 100	1698.221 ± 0.017

Delay timeをオシロスコープで測定する際の誤差( $\Delta t$ )を測定した。  
全ての誤差は最小目盛りの1/2。

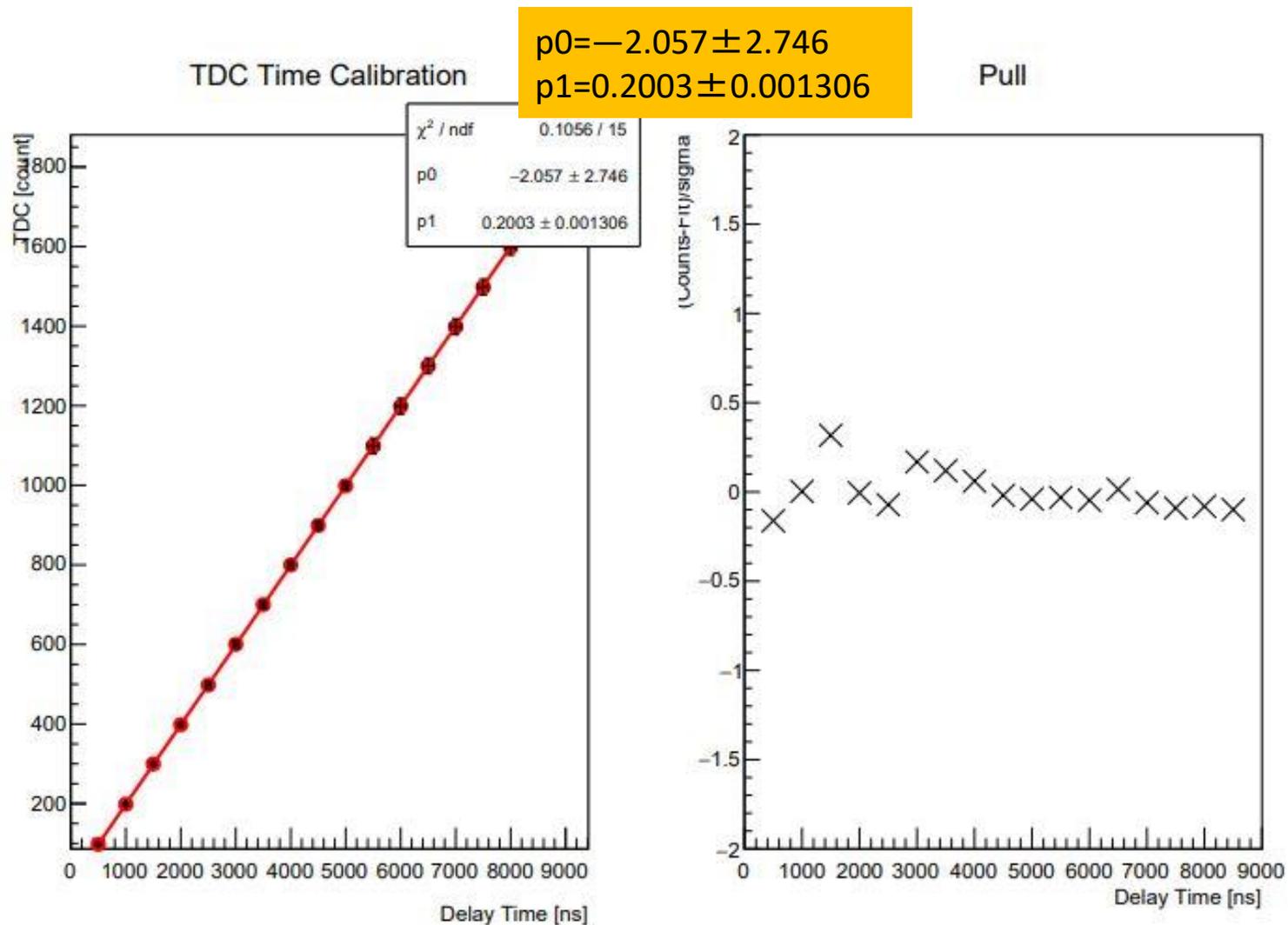
この表をもとに  
縦軸 y にTDC[count]、  
横軸 x にDelay time[ns]  
のグラフを書く。  
この時の y の誤差は x の誤差の不確か性より以下の式を用いる。

$$\Delta y_t = (\text{傾き}) \cdot \Delta t$$

$$\Delta y = \sqrt{(y_{\text{mean}})^2 + (\Delta y_t)^2}$$



# TCD 時間較正



TDCカウント数とDelay timeは比例関係  
線形近似 $y=p_1 x+p_0$   
(xはDelay time、yはTDCの測定値)

$$p_0 = -2.057 \pm 2.746$$
$$p_1 = 0.2003 \pm 0.0013$$

求める1カウント当たりの時間 $\alpha$ は

$$\alpha = \frac{1}{p_1} = 4.993 \pm 0.0326 [\text{ns}]$$
$$\cong 5.00 \pm 0.03 [\text{ns}]$$

最終的に、粒子が入射して崩壊するまでの  
TDCのカウント数  $\times \alpha =$  求める寿命 $\tau$

# 測定

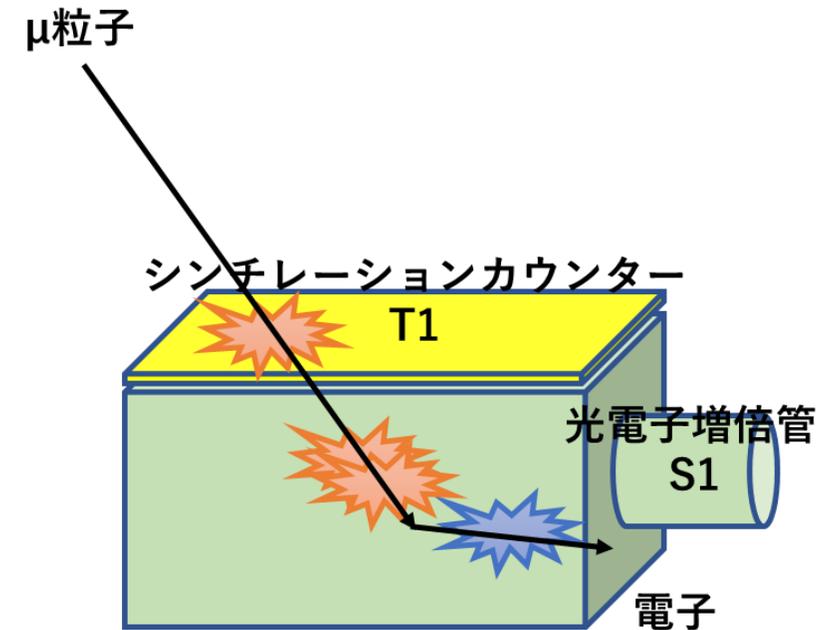
- 電荷の区別なし
  - 選定
  - 測定結果
  - fitの検討
  
- 電荷の区別あり
  - 選定
  - 測定結果

# 選定方法(電荷の区別なし)

## 電荷の区別なし

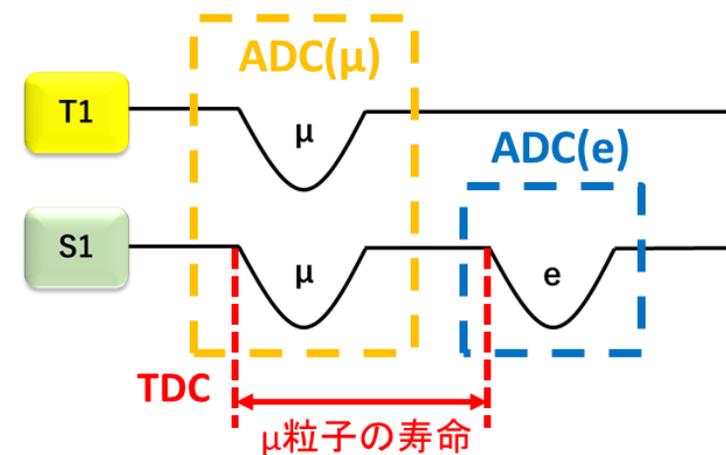
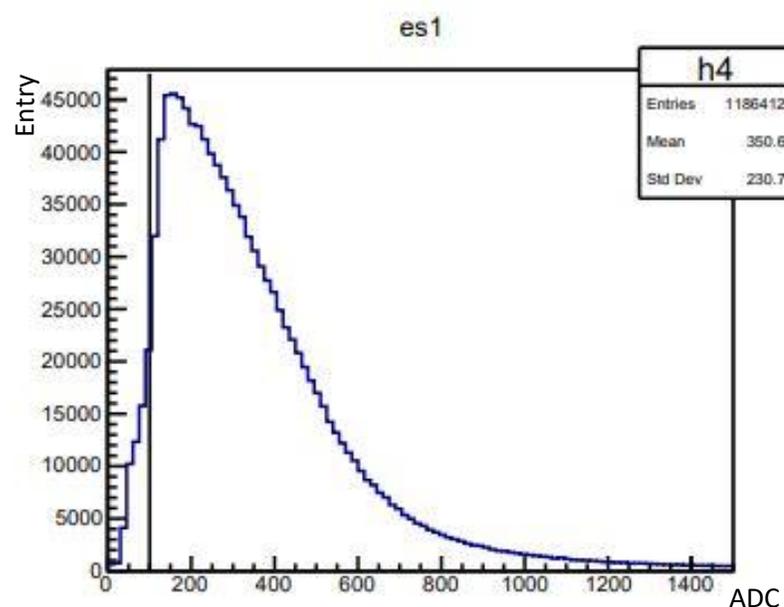
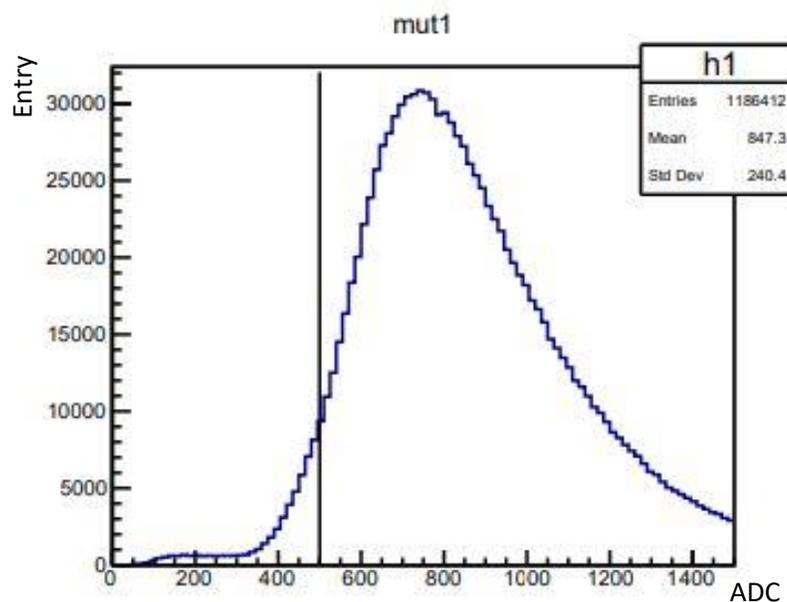
「 $\mu$ 粒子がメインシンチレータ内で崩壊したイベント」の選定

1.  $\mu$ 粒子がメインシンチレータに入射
  - S1とT1のコインシデンスがON
    - ⇨データが取得できている
  - ADC( $\mu$ )で取得したT1の値が鳴っているとみなされる
    - ⇨ $\mu$ 粒子がT1を通過
2.  $\mu$ 粒子がメインシンチレータで崩壊
  - ADC(e)で取得したS1の値が鳴っているとみなされる
    - ⇨電子が放出された
3. TDCがタイムアウトしていない
  - TDCがタイムアウトする戻り値が4000
    - ⇨TDCのカウント数 $<$ 4000



# $\mu$ 粒子がメインシンチレータ内で崩壊

- 左図: メインシンチレータに入射した $\mu$ 粒子のADC分布(ADC( $\mu$ )) $\Rightarrow$ mut1と呼ぶ
- 右図: 静止後崩壊した電子のADC分布(ADC(e)) $\Rightarrow$ es1と呼ぶ



きれいな波高が観測されている。

カウンターの端を通過した事象を除くために図の縦線以上の波高をもつ事象を解析で用いた。

$\Rightarrow$  mut1>500、es1>100、tdc2<4000

# $\mu$ 粒子の寿命の測定結果(電荷区別なし)

## 解析方法

### 1.従来の方法

TDCの領域2000

### 2.今年の新しい方法

TDCの領域4000

フィット関数の変更

開始日時	2020年10月15日 19:44:19
終了日時	2021年2月17日 09:53:30
測定時間	2,801時間

イベント数	総イベント	115,900,008
	崩壊したイベント	1,038,320
	崩壊した $\mu^-$ のイベント	1,717
1時間に取りれるイベント数	総イベント	41,378
	崩壊したイベント	370
	崩壊した $\mu^-$ のイベント	0.6

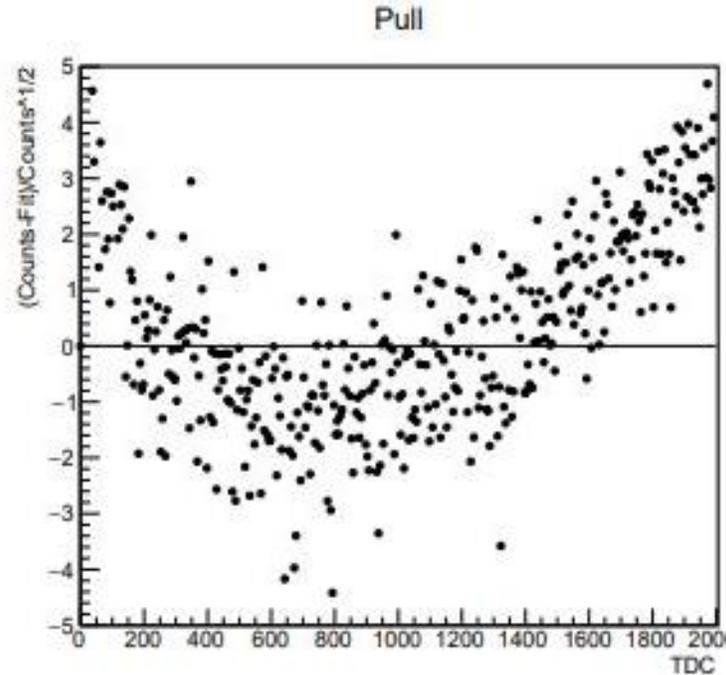
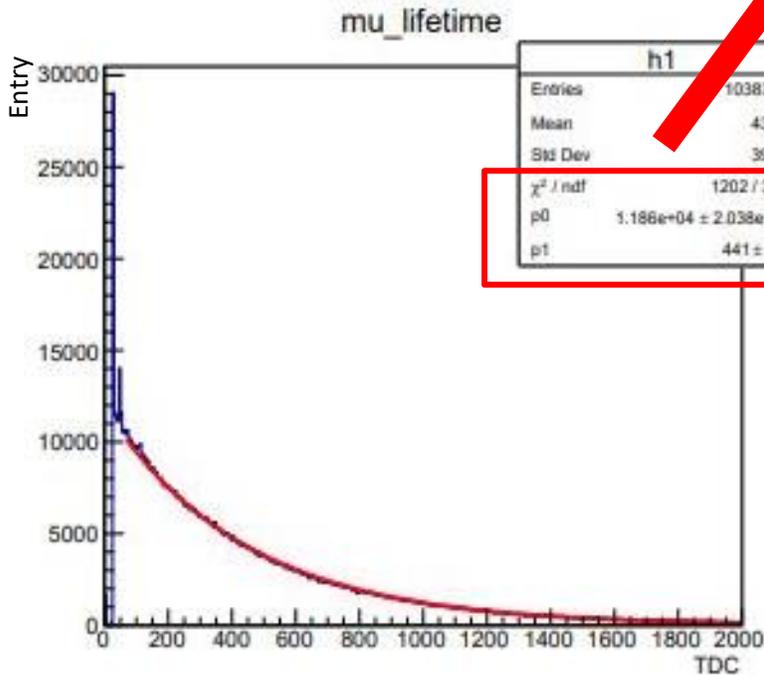
# μ粒子の寿命測定(従来の方法)

$$y(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \text{でFit}$$

$$\chi^2/ndf = 1202/386 = 3.1144$$

$$p_0 = 1.186e+04 \pm 2.038e+01$$

$$p_1 = 441 \pm 0.6$$



- $\tau_\mu [ns] = p_1 [counts] \times \alpha [ns/counts]$   
 $= 441.0 \pm 5.00$   
 $= 2205.0 [ns] = 2.205 [\mu s]$

- $$\frac{\delta\tau_\mu}{\tau} = \sqrt{\left(\frac{\delta\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\delta p_1}{p_1}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0.03}{5.00}\right)^2 + \left(\frac{0.6}{441.0}\right)^2}$$

$$= 0.006152$$

$$\therefore \delta\tau_\mu = 2.2050 \times 0.006152 = 0.013565$$

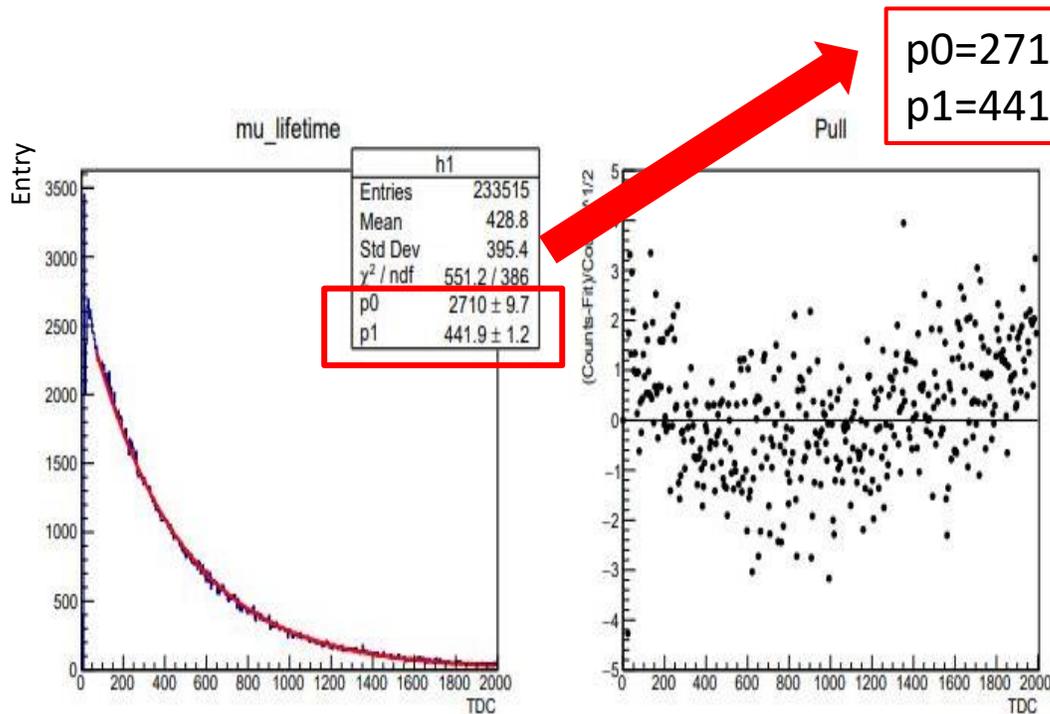
$$= 0.014 [\mu s]$$

$$pull = \frac{\text{ヒストグラムの値 } y [counts] - \text{Fit関数の値 } y_{Fit}}{\sqrt{\text{ヒストグラムの値 } y [counts]}}$$

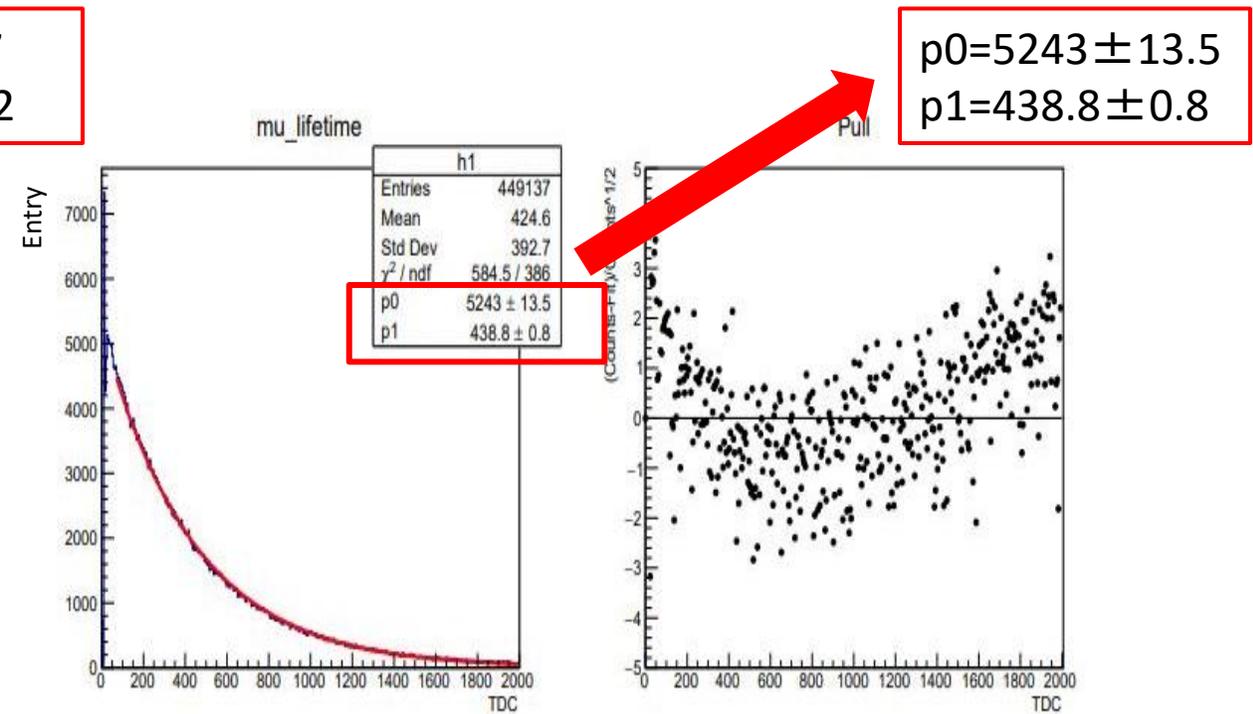
$$\tau_\mu = 2.205 \pm 0.014 [\mu s]$$

# 先行実験との比較(従来の方法)

今年の設定条件(mut1>500、es1>100、tdc2<4000)で比較



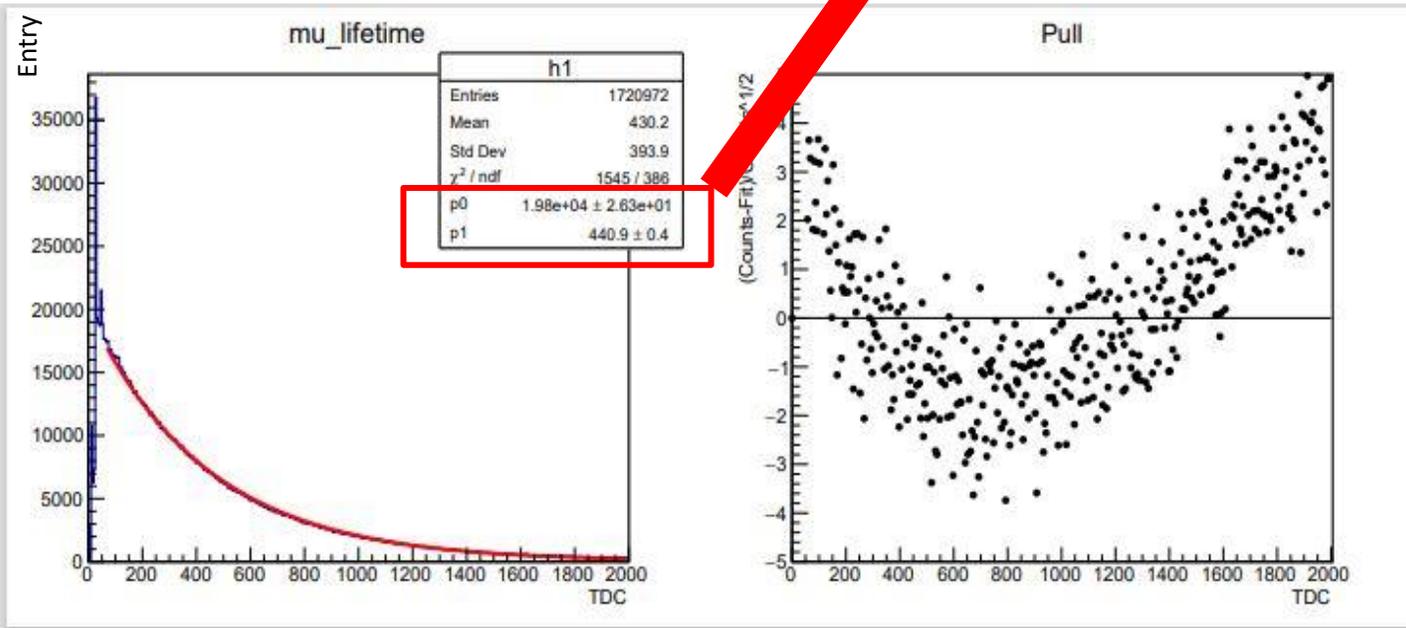
2018年度 TDC分布



2019年度 TDC分布

# 先行実験との比較(従来の方法)

$p0=1.98e+04 \pm 2.63e+01$   
 $p1=440.9 \pm 0.4$

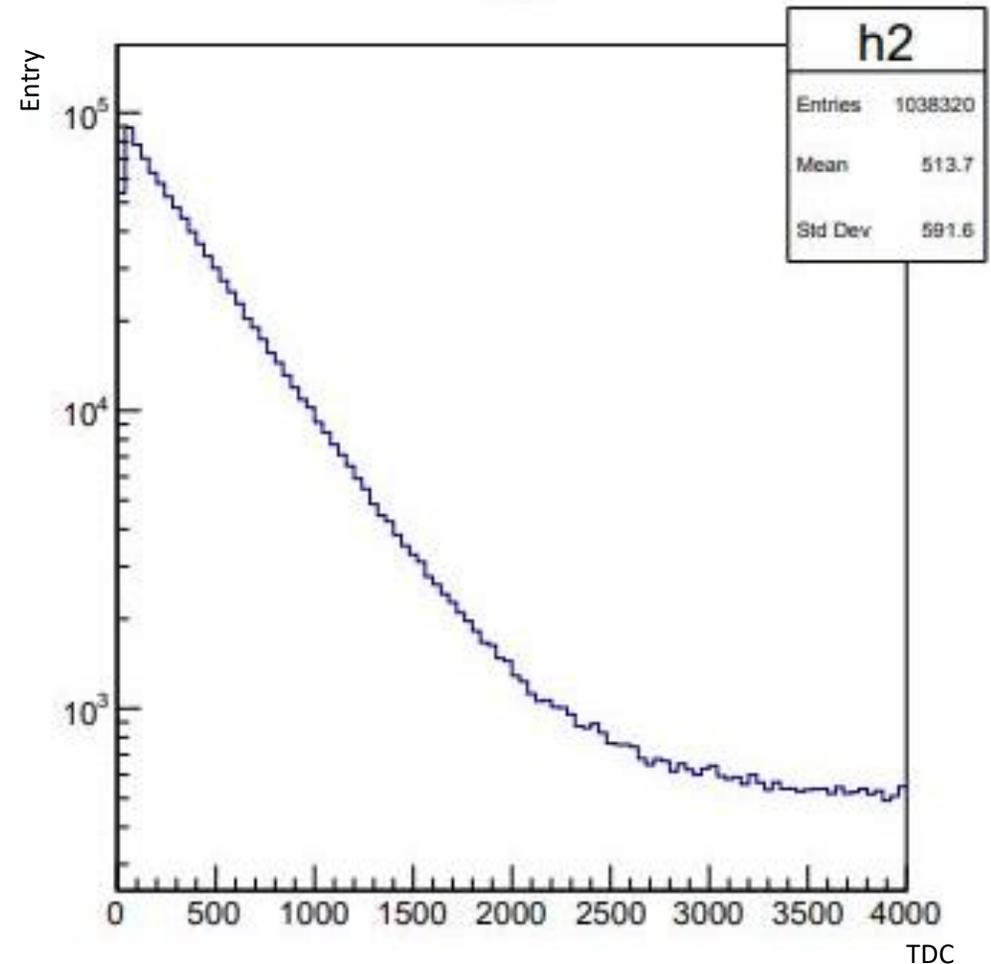


年度	測定時間 [h]	エントリー数	$\tau_\mu [\mu s]$
2018	336	233,515	$2.210 \pm 0.014$
2019	1388	449,137	$2.194 \pm 0.014$
2020	2801	1,038,320	$2.205 \pm 0.014$
2018+2019+2020	4525	1,720,972	$2.205 \pm 0.013$

2018+2019+2020年度 TDC分布

# 従来の方法の検討

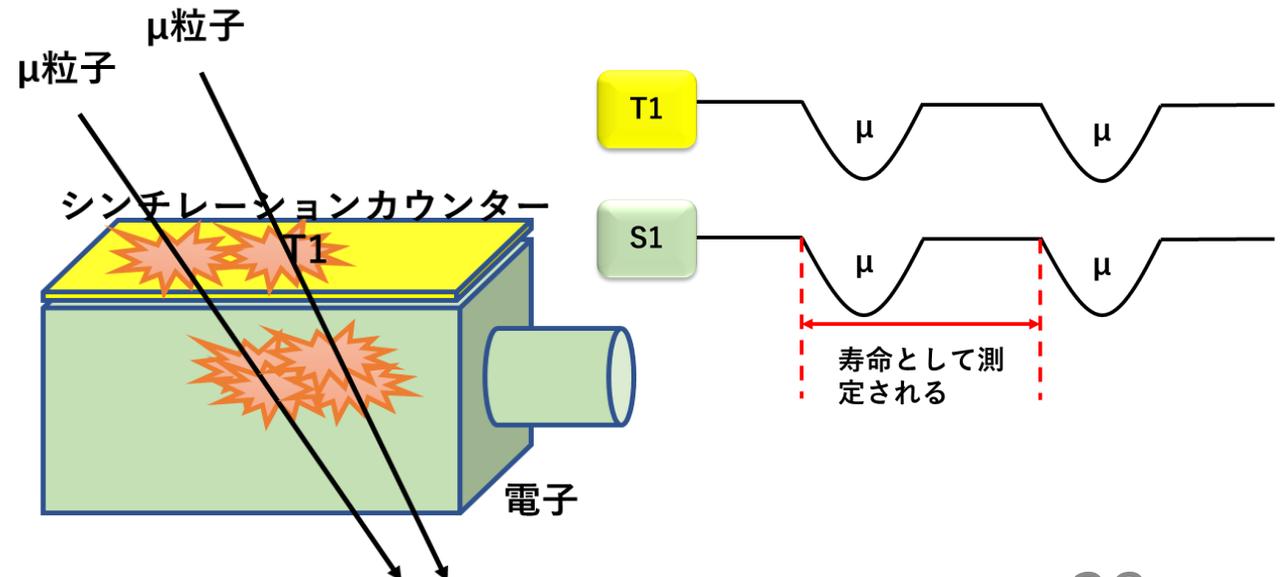
- 従来の方法でフィットした今年の  $\chi^2/ndf$  の値は  
 $\chi^2/ndf = 1202/386 = 3.1109$   
であり、1より3倍程度大きくなっている。
- また、pullの分布が平坦ではなく、二次の成分を持っている  
⇒Fitがうまく行えてないと考えられる。
- 今回収集したデータの縦軸を対数にし、TDCの領域を4000までの図を右に示す。



# 従来の方法の検討

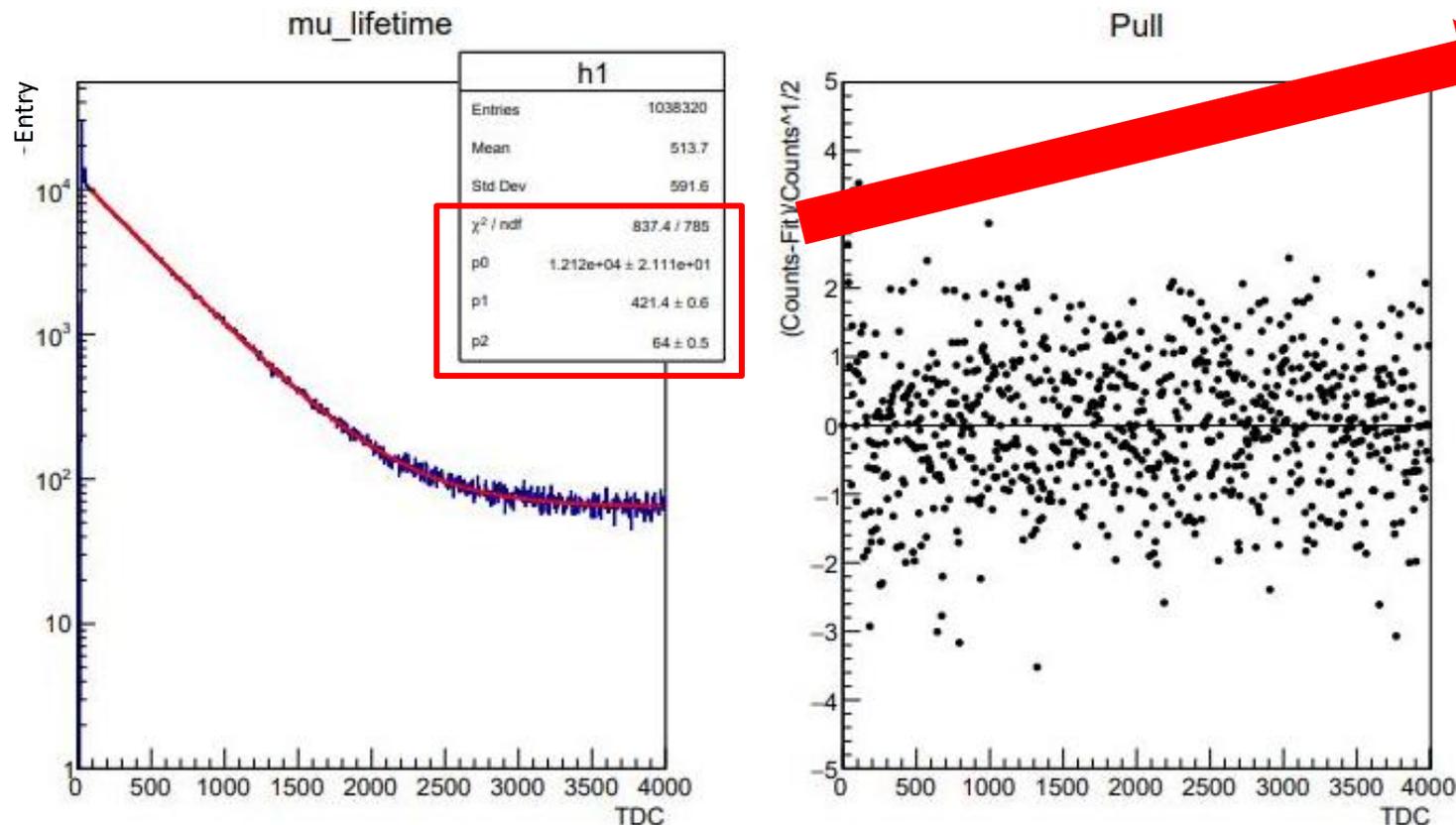
- 図よりTDCの値が2500以上の部分で平たんになっている。
- この平たん部分は $\mu$ 粒子の崩壊ではなく、宇宙線が二個ランダムに入射した事象によるものと思われる。
- この効果を考慮して定数項を含めた関数形でフィットを試みた。

$$\frac{dN_{decay}}{dt} = \frac{N_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + a$$



# $\mu$ 粒子の寿命測定(新しい方法)

- 横軸4000、定数あり(縦軸はlogスケール)
- 選定条件(mut1>500、es1>100、tdc2<4000)



- $\chi^2 / ndf = 837.4 / 785 = 1.067$   
となり1に近い。
- Pullの分布もフラットである。

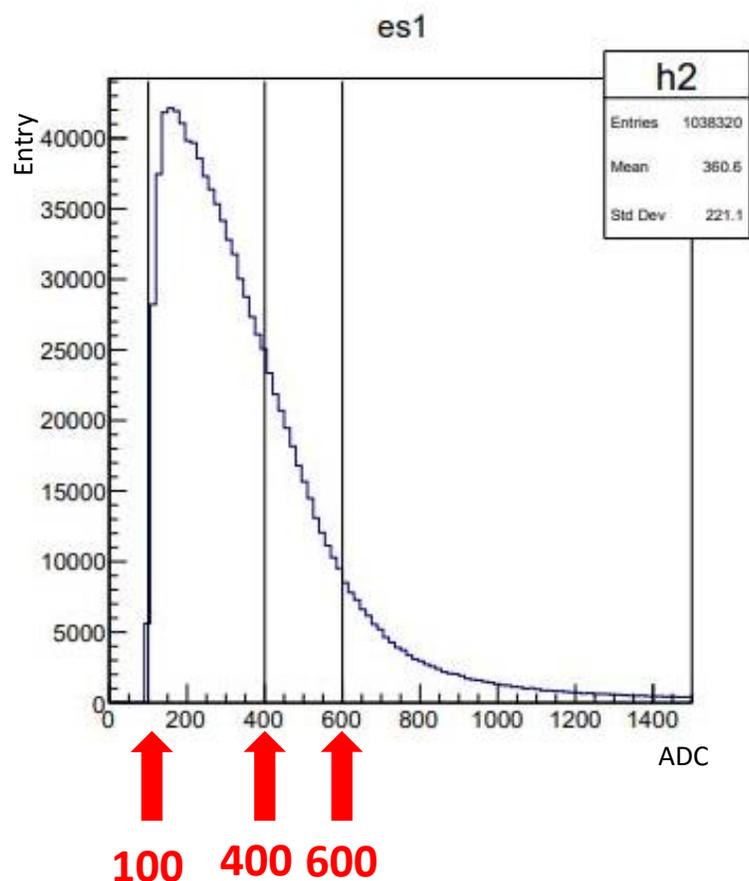
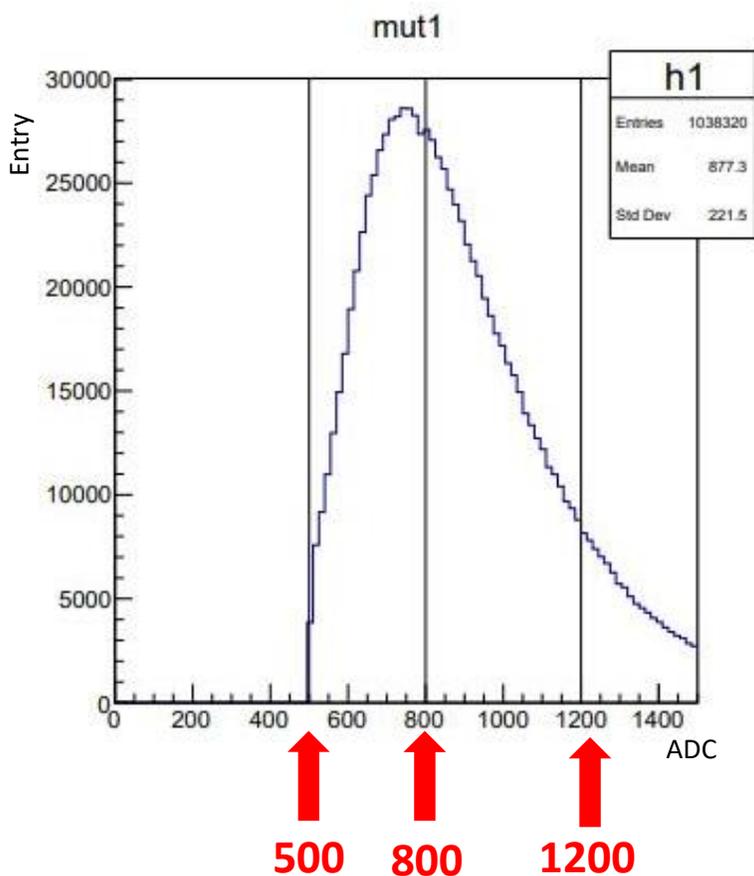
フィット結果

p1=421.4  $\pm$  0.6 [counts]

$\Rightarrow \tau_\mu = 2.107 \pm 0.013 [\mu s]$

# 結果の安定性の検討

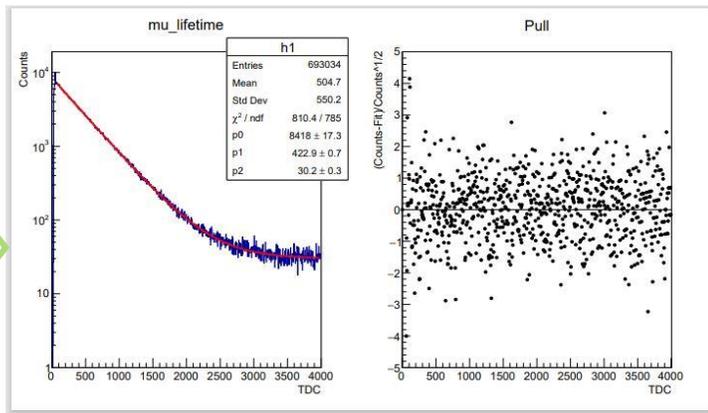
フィットの使用しているサンプルをサブサンプルに分割する。



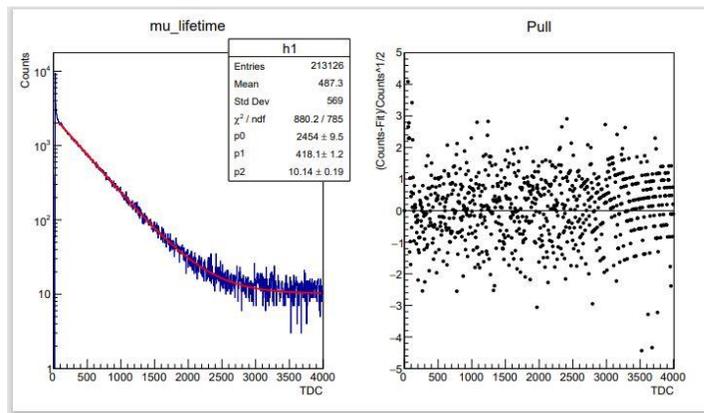
	$\mu$ のADC	電子のADC
1	mut1>500	100<es1<400
2		400<es1<600
3		600<es1
4(deflt)	mut1>500	es1>100
5	500<mut1<800	es1>100
6	800<mut1<1200	
7	1200<mut1	

# 結果の安定性の検討

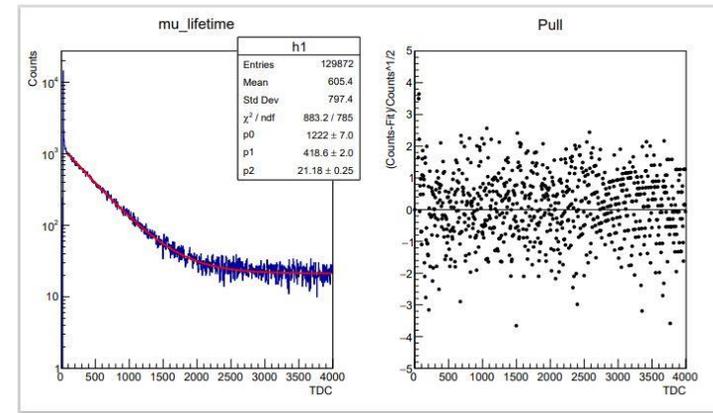
mut1>500



100<es1<400

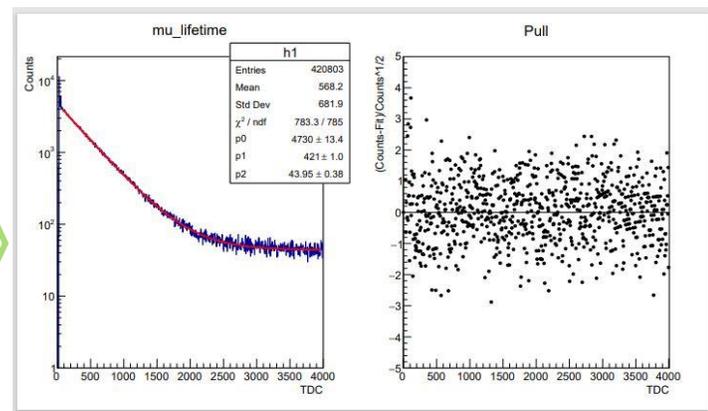


400<es1<600

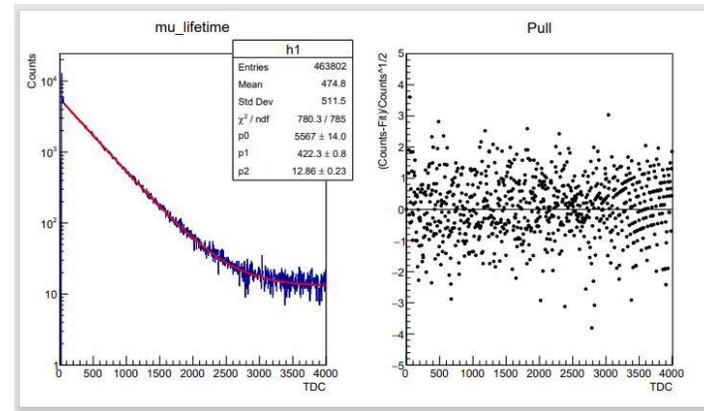


es1>1200

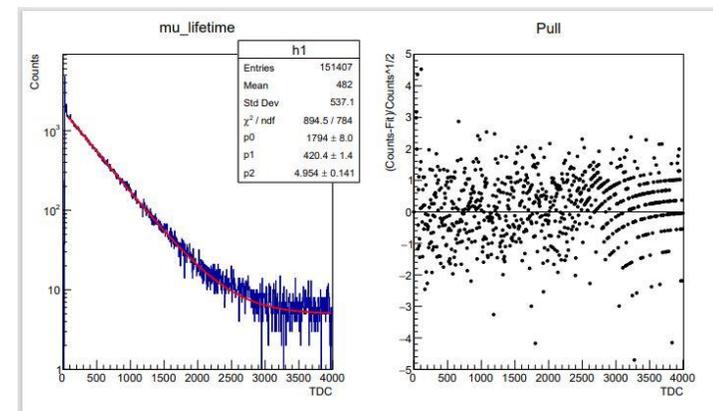
es1>100



500<mut1<800



800<mut1<1200

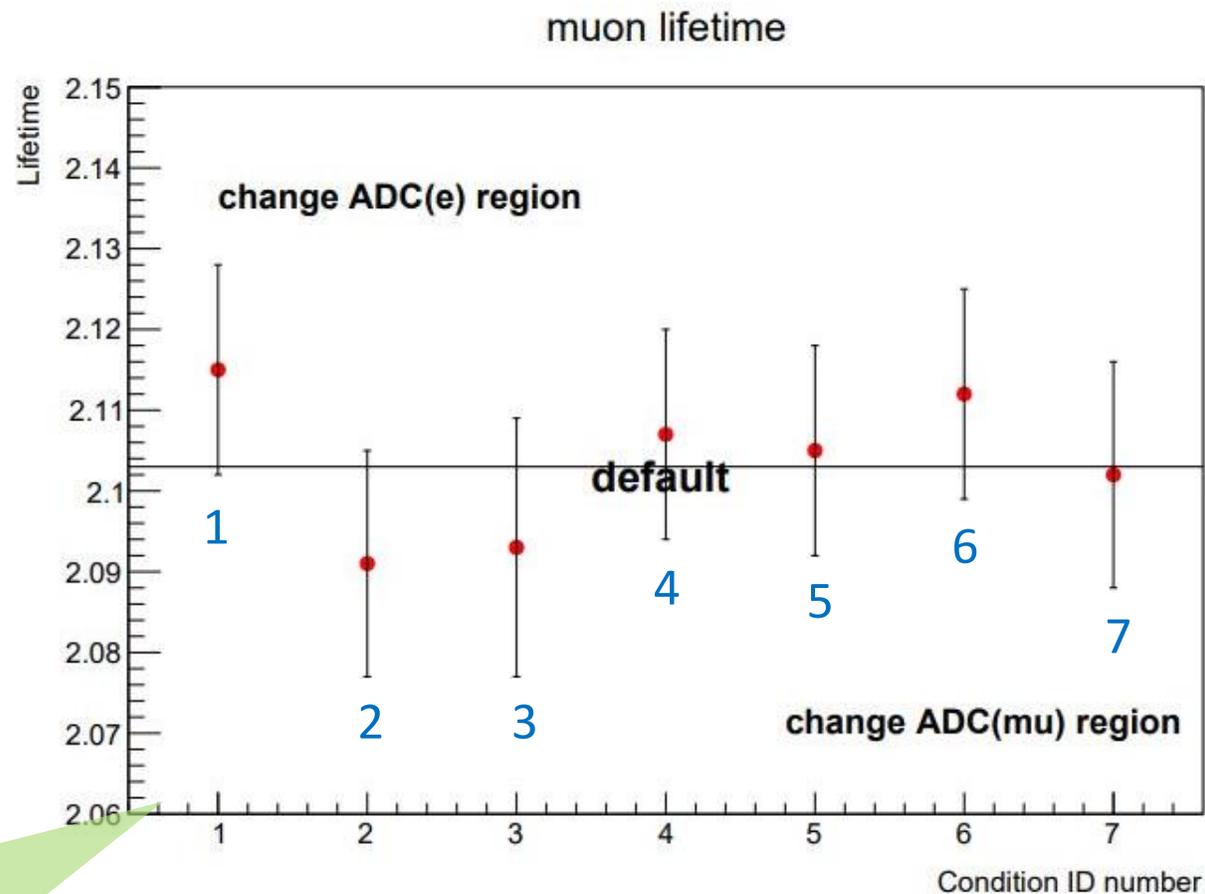


mut1>1200

# Fitの検討

前スライドの条件でfitした時の $\chi^2/ndf$ と寿命を表に示す。

	mut1	es1	$\chi^2/ndf$	$\tau_\mu \pm \sigma_{\tau_\mu} [\mu s]$
1		100<es1<400	1.032	2.115 $\pm$ 0.013
2	mut1>500	400<es1<600	1.121	2.091 $\pm$ 0.014
3		600<es1	1.125	2.093 $\pm$ 0.016
4	mut1>500	es1>600	1.067	2.107 $\pm$ 0.013
5	500<mut1<800		1.000	2.105 $\pm$ 0.013
6	800<mut1<1200	es1>600	0.994	2.112 $\pm$ 0.013
7	1200<mut1		1.140	2.102 $\pm$ 0.014



上の表の1~7を横軸、縦軸を寿命 $\tau_\mu \pm \sigma_{\tau_\mu}$ としたグラフ。すべて誤差を含むと2.103付近で一致することからcut値によらず寿命は安定している。

どこを切り取っても結果が統計の範囲内で安定しているといえる。

# μ粒子の寿命(電荷の区別なし)

以上より電荷区別なし、μ粒子の寿命は

$$2.107 \pm 0.013 [\mu s]$$

である。

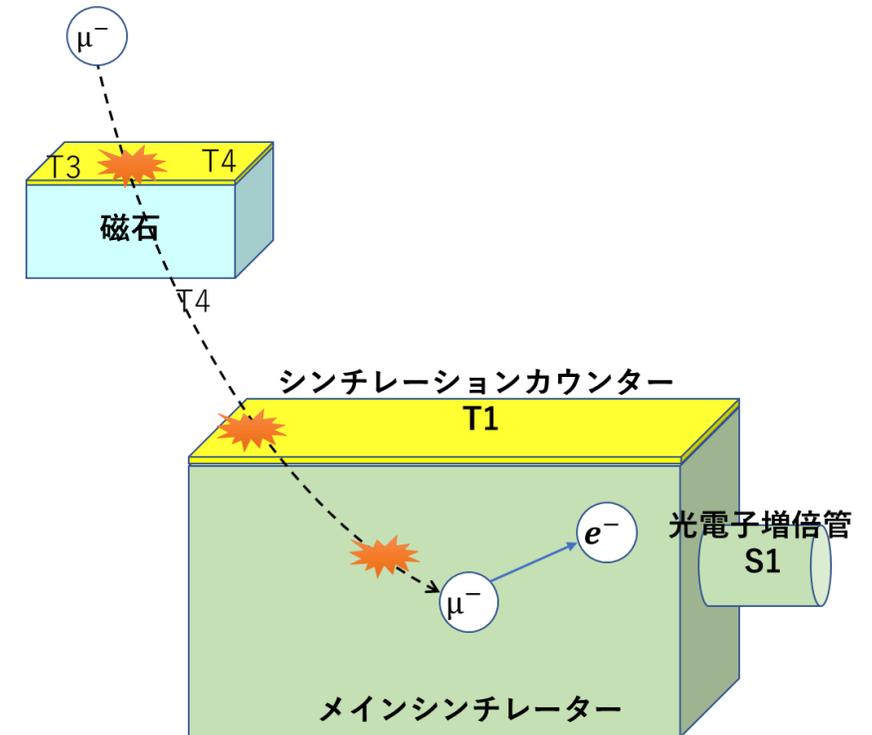
この値の意味についてはのちに考察する。

# 選定方法(電荷の区別あり)

## 電荷の区別あり

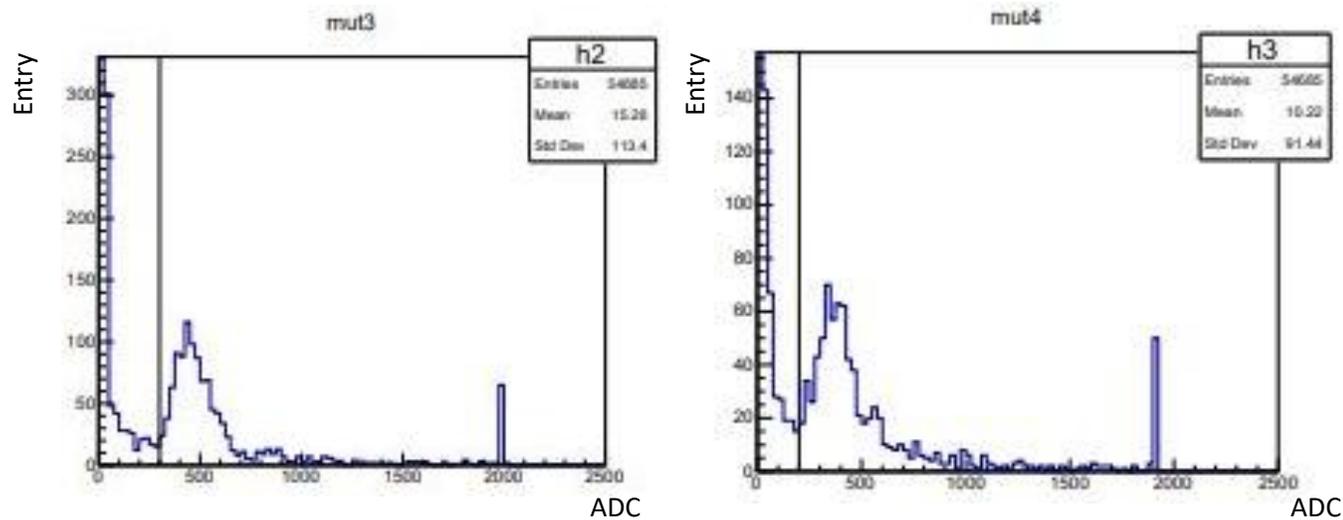
「磁石を通過した $\mu^-$ 粒子のうちメインシンチレータ内で静止、崩壊した」イベント

1.  $\mu^-$ 粒子が磁石を通過
  - $\mu^-$ 粒子がT3あるいはT4を通過
    - ⇨ 磁石を通過し、電荷の区別がされている
2.  $\mu^-$ 粒子がメインシンチレータに入射
  - 電荷区別なしと同様
3.  $\mu^-$ 粒子がメインシンチレータ内で崩壊
  - 電荷区別なしと同様



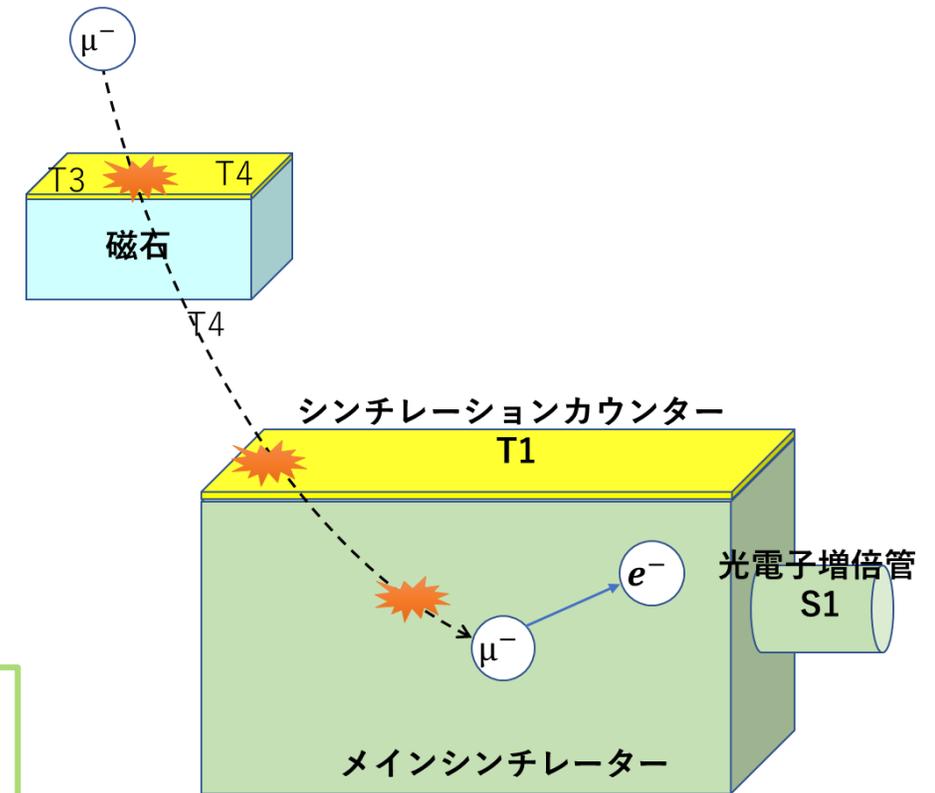
# $\mu$ 粒子が磁石を通過

- 左図: T3のADC分布⇒mut3と呼ぶ
- 右図: T4のADC分布⇒mut4と呼ぶ



T3のADC値が300以上 または  
T4のADC値が200以上  
を要求する。

⇒ T3>300、T4>200、mut1>500、es1>100、tdc2<4000



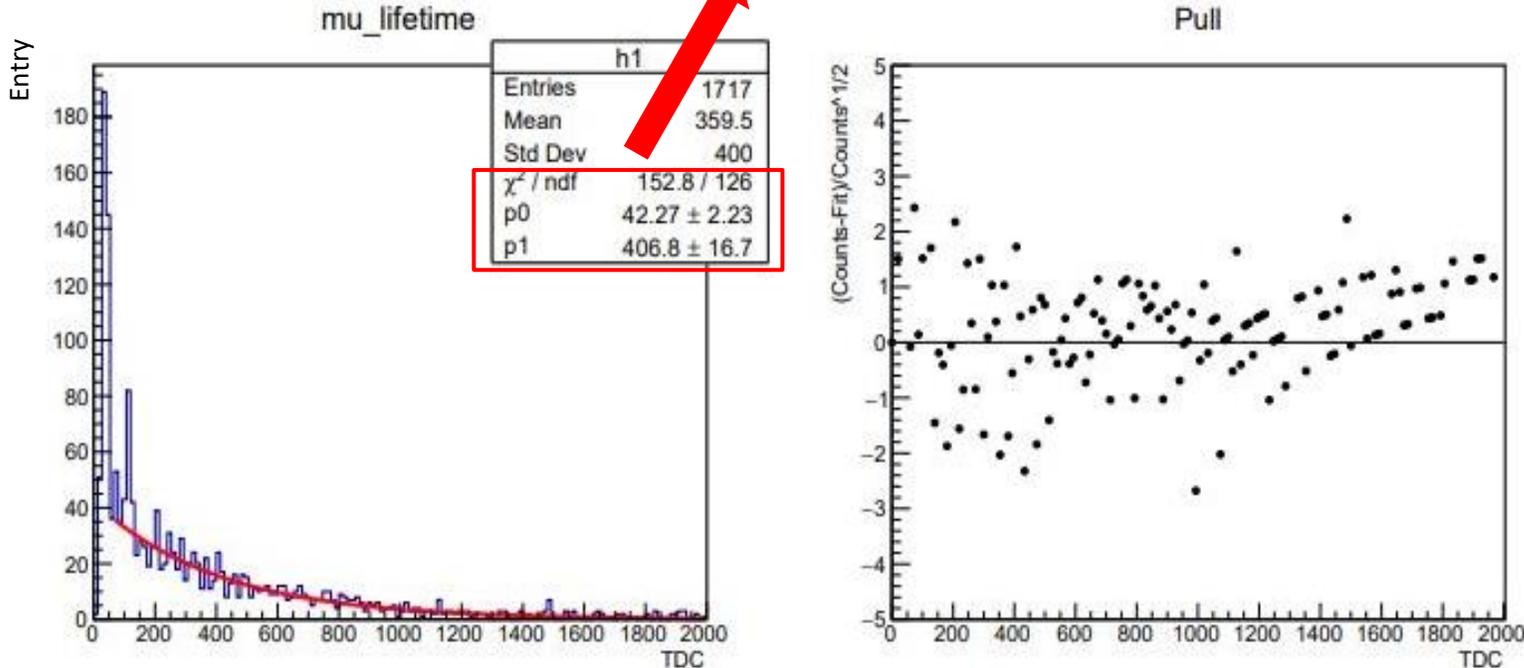
# $\mu^-$ 粒子の寿命(電荷区別あり)

$$y(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \text{でFit}$$

$$\chi^2/ndf = 152.8/126 = 1.213$$

$$p_0 = 42.27 \pm 2.23$$

$$p_1 = 406.8 \pm 16.7$$



$$pull = \frac{\text{ヒストグラムの値}y[\text{counts}] - \text{Fit関数の値}y_{Fit}}{\sqrt{\text{ヒストグラムの値}y[\text{counts}]}}$$

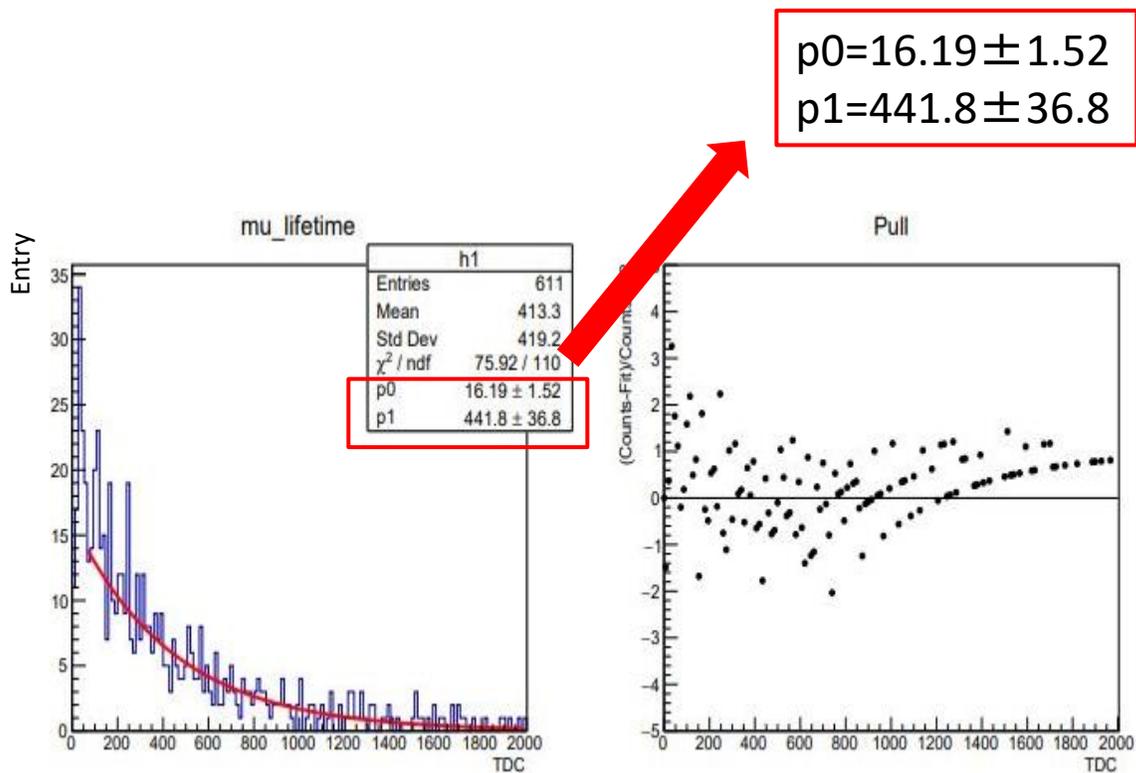
- $\tau_{\mu^-}[\text{ns}] = p_1[\text{counts}] \times \alpha[\text{ns/count}]$   
 $= 406.8 \times 5.00$   
 $= 2034.00[\text{ns}] = 2.034[\mu\text{s}]$

- $\frac{\delta\tau_{\mu^-}}{\tau} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{p_1}}{p_1}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\left(\frac{0.03}{5.00}\right)^2 + \left(\frac{16.7}{406.8}\right)^2}$   
 $= 0.041488$   
 $\therefore \delta\tau_{\mu^-} = 2.034 \times 0.041488 = 0.084387[\mu\text{s}]$

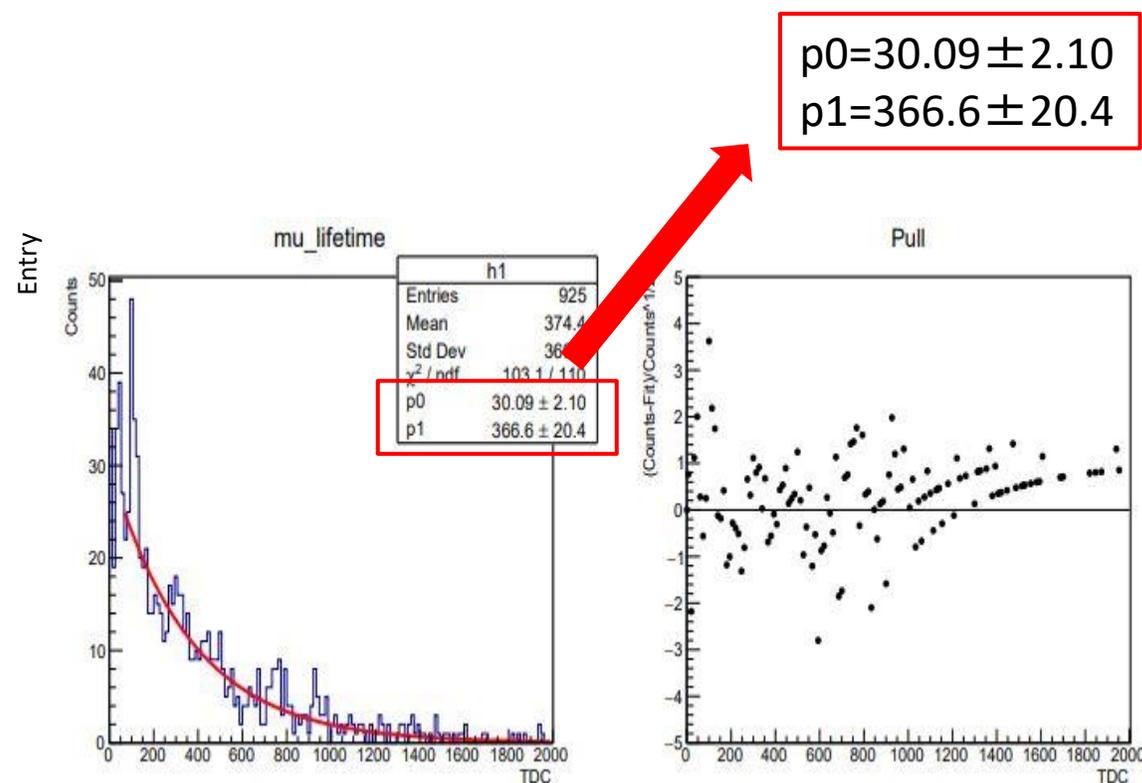
$$\tau_{\mu^-} = 2.03 \pm 0.08[\mu\text{s}]$$

# 先行実験との比較

今年の選定条件(mut1>500、es1>100、tdc2<4000、mut3>300、mut4>200)で比較

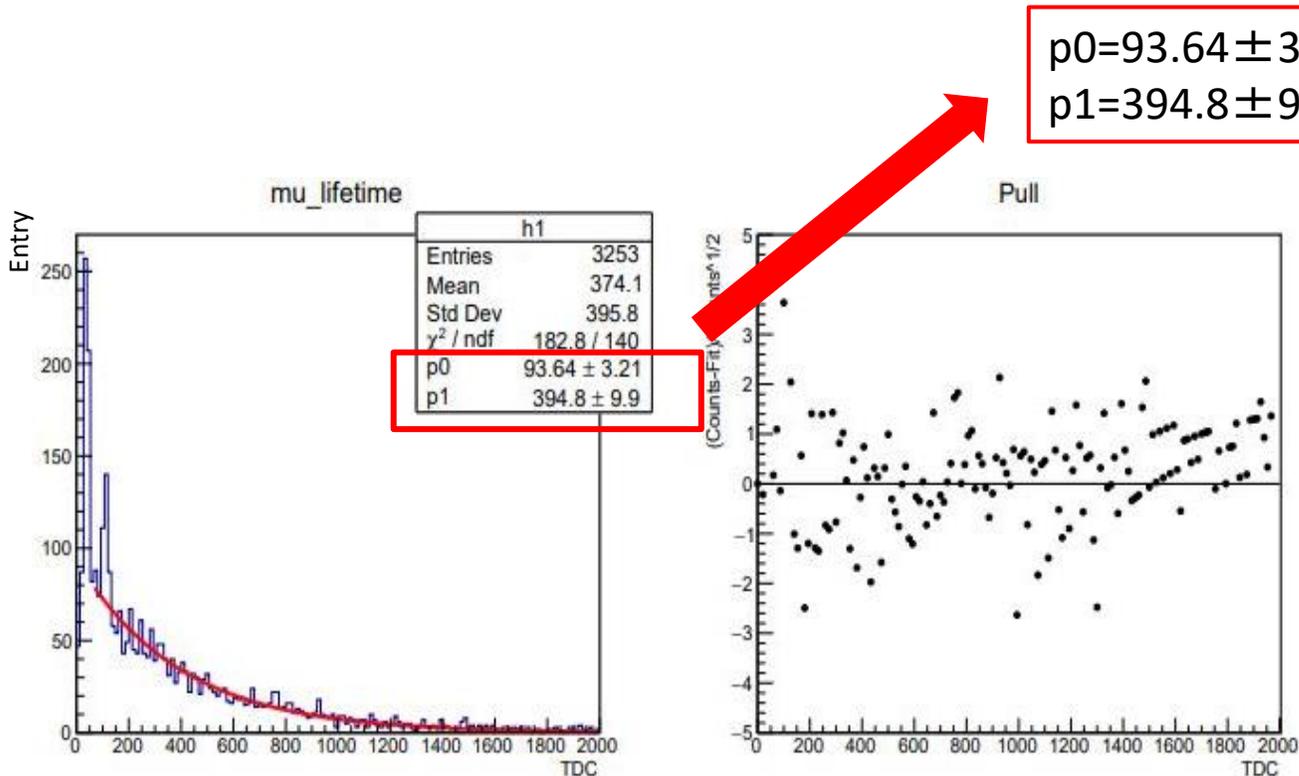


2018年度 TDC分布



2019年度 TDC分布

# 先行実験との比較



2018+2019+2020年度 TDC分布

年度	測定時間 [h]	エントリー数	$\tau_{\mu^-} [\mu\text{s}]$
2018	336	611	$2.21 \pm 0.18$
2019	1388	925	$1.83 \pm 0.10$
2020	2801	1717	$2.03 \pm 0.08$
2018+2019+2020	4525	3,253	$1.97 \pm 0.05$

3年間で3,523個の $\mu^-$ が崩壊した事象を収集できた。  
それらを用いた $\mu^-$ の寿命 $\tau_{\mu^-}$ は  
 $1.97 \pm 0.05 [\mu\text{s}]$ である。

# 測定結果のまとめ

## $\mu$ 粒子の平均寿命(電荷区別なし)

$$\tau_{\mu} = 2.107 \pm 0.013 [\mu s] \quad (2020\text{年度の測定結果})$$

## $\mu^{-}$ 粒子の平均寿命(電荷区別あり)

$$\tau_{\mu^{-}} = 1.97 \pm 0.05 [\mu s] \quad (3\text{年分の平均})$$

# 考察1: $\mu^-$ の寿命について

- $\mu^-$ は原子核に束縛されてミュオニック原子を形成するため、真空中の $\mu$ 粒子の寿命とは異なる。
- 本実験はプラスチックシンチレーターを使用
- ポリスチレン( $[C_6H_5CHCH_2]_n$ ) 製
- 参考文献のCの所の寿命に対応  
Phys. Rev. C35, 2217(1987)

## 今回の実験結果

$\tau_{\mu^-} = 1.97 \pm 0.05 [\mu s]$ は右の文献結果とよく合っている。

Z( $Z_{eff}$ )	Element	Mean life (ns)	Refs.
Positive muon		2197.03±0.04	4.5
1(1.0)	$^1H^b$	2194.0.3±0.066	34
	$^1H^b$		35
		2194.53±0.11	36
6(5.72)	C	2020 ±20	40
		2043±3	53
		2041±5	41
		2040±30	42
		2025±4	43
		2035±8	1
		2060±30	27
		2030.0±1.6	44
		2040±10	7
		2029±3	73
2026.3±1.5	29		
	$^{13}C$	2045±2	a
		2029.1±3.0	29

# 考察2: 電荷区別なしの $\mu$ 粒子の寿命

- 電荷区別なしで測定した $\mu$ 粒子( $\mu_{all}$ とする)の寿命には $\mu^+$ と $\mu^-$ からの寄与があると考えられる。
- 両者は同数であると仮定する( $\mu^+:\mu^- = 1:1$ )と

$$\tau_{\mu_{all}} \simeq \frac{\tau_{\mu^-} + \tau_{\mu^+}}{2}$$

となる。

- 今回は測定値 $\tau_{\mu_{all}}$ と $\tau_{\mu^-}$ から $\mu^+$ の寿命 $\tau_{\mu^+}$ を求めることとする

$$\tau_{\mu^+} = 2\tau_{\mu_{all}} - \tau_{\mu^-}$$

$$\tau_{\mu^+} = 2 \times 2.107 - 2.03 = 2.184$$

$$\delta\tau_{\mu^+} = \sqrt{(\delta\tau_{\mu_{all}})^2 + (\delta\tau_{\mu^-})^2} = 0.084$$

$$\therefore \tau_{\mu^+} = 2.18 \pm 0.08[\mu s]$$

$$\tau_{\mu_{all}} = 2.107 \pm 0.013$$

$$\tau_{\mu^-} = 2.03 \pm 0.08$$

$$\text{文献値: } \tau = 2.197034 \pm 0.000021$$

$$\tau_{\mu^-} = 2.02 \pm 0.02$$

**結果は真空中の $\mu$ 粒子の寿命  
 $2.197034 \pm 0.000021[\mu s](\text{PDG})$   
とよく合っている。**

# 今後の課題

- 磁石の向きを変えて、 $\mu^+$ の寿命を直接測定し、真空中の $\mu$ 粒子の寿命と一致することを確認する。  
(本年度の計算結果との比較)
- シンチレーターT3、T4の検討
- est1に含まれる

# おまけ

# シンチレータ

表 2.2 各シンチレーターの仕様

カウンター	PMT 型番	HV (V)	閾値 (mV)	ペDESTAL (ADC( $\mu$ ))	ペDESTAL (ADC (e))
S1	H161	2050	160	124	60
T1	H161	2250	100	89	56
T3	H7195	1600	200	20	
T4	H3983	1950	100	97	

# シンチレータ

- 本実験はプラスチックシンチレーターを使用
- ポリスチレン([C6H5CHCH2]n) 製
- HよりもCの電荷が6倍大きい。
- 表から、シンチレーターで観測できる $\mu^-$ の寿命は真空中での寿命より10%程度短い $2020 \pm 20\text{ns}$ (測定値)をとると考えられる。

各シンチレーターの仕様

カウンター	PMT 型番	HV (V)	閾値 (mV)	ベDESTAL (ADC( $\mu$ ))	ベDESTAL (ADC (e))
S1	H161	2050	160	124	60
T1	H161	2250	100	89	56
T3	H7195	1600	200	20	
T4	H3983	1950	100	97	

1 Compendium of total muon capture results for light nuclei.[4]

Z( $Z_{\text{eff}}$ )	Element	Mean life (ns)	Refs.
Positive muon		$2197.03 \pm 0.04$	4.5
1(1.0)	$^1\text{H}^b$	$2194.0.3 \pm 0.066$	34
	$^1\text{H}^b$		35
		$2194.53 \pm 0.11$	36
6(5.72)	C	$2020 \pm 20$	40
		$2043 \pm 3$	53
		$2041 \pm 5$	41
		$2040 \pm 30$	42
		$2025 \pm 4$	43
		$2035 \pm 8$	1
		$2060 \pm 30$	27
		$2030.0 \pm 1.6$	44
		$2040 \pm 10$	7
		$2029 \pm 3$	73
$2026.3 \pm 1.5$	29		
	$^{13}\text{C}$	$2045 \pm 2$	a
		$2029.1 \pm 3.0$	29

# CAMAC

PCからの命令には以下のアドレス(住所)とファンクション(動作)で指定する。

## ・アドレス

C,N,A,Fの4つの数字で指定する。

– C: クレート番号

(本実験で用いるクレートは1台。C = 1)

– N: ステーション番号

(クレートの向かって左端から順に数える)

– A: モジュール内のサブアドレス

– F: 動作 (Function)

## ・ファンクション

今回、主に使用したファンクション

– F(0): Read Data

– F(2): Read and Clear Data

– F(8): Test LAM

– F(9): Clear Data

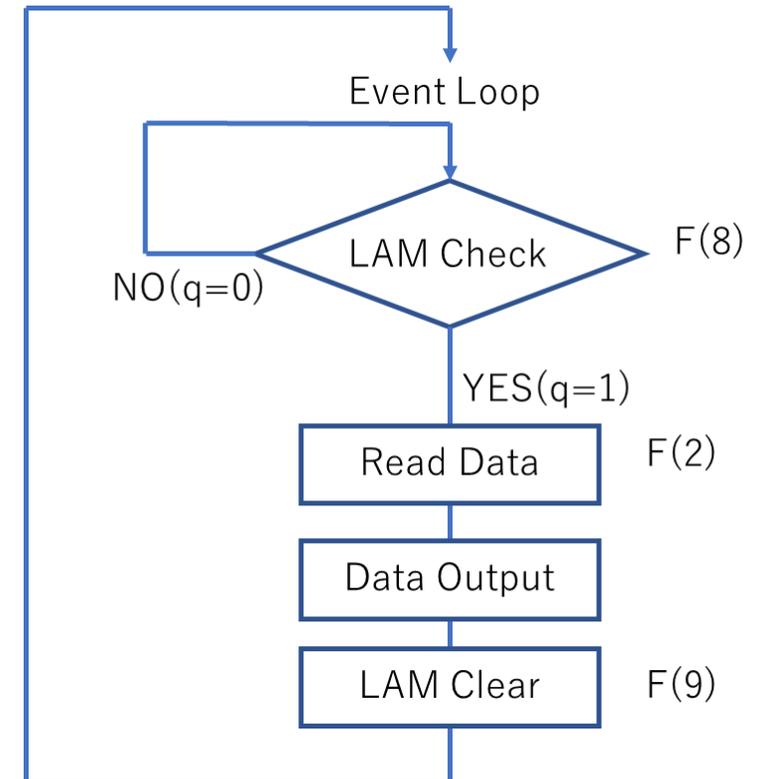
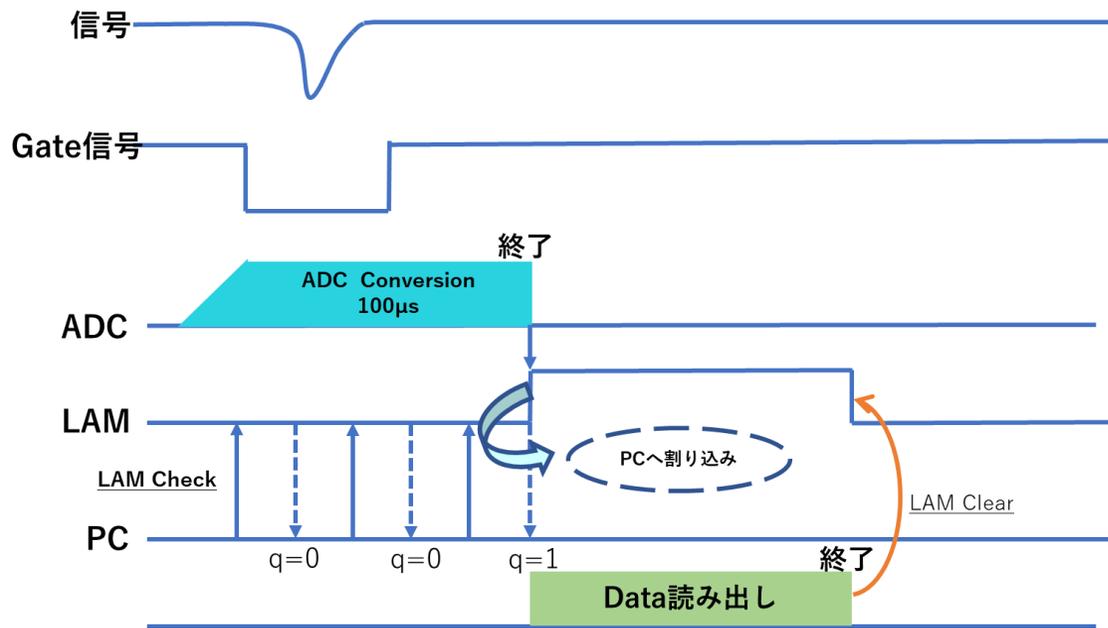
– F(10): Clear LAM

– F(24): Disable LAM

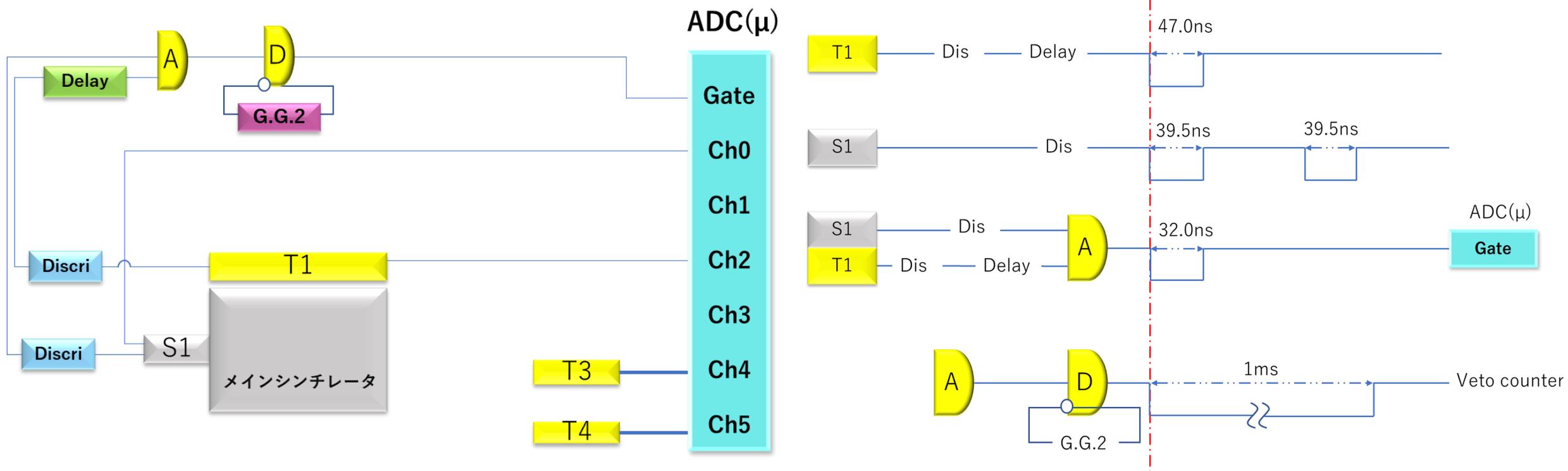
– F(26): Enable LAM

# CAMAC

- LAM (Look At Me) とは、モジュールからデータが読み出し可能になったことを PC 側に知らせる信号のこと

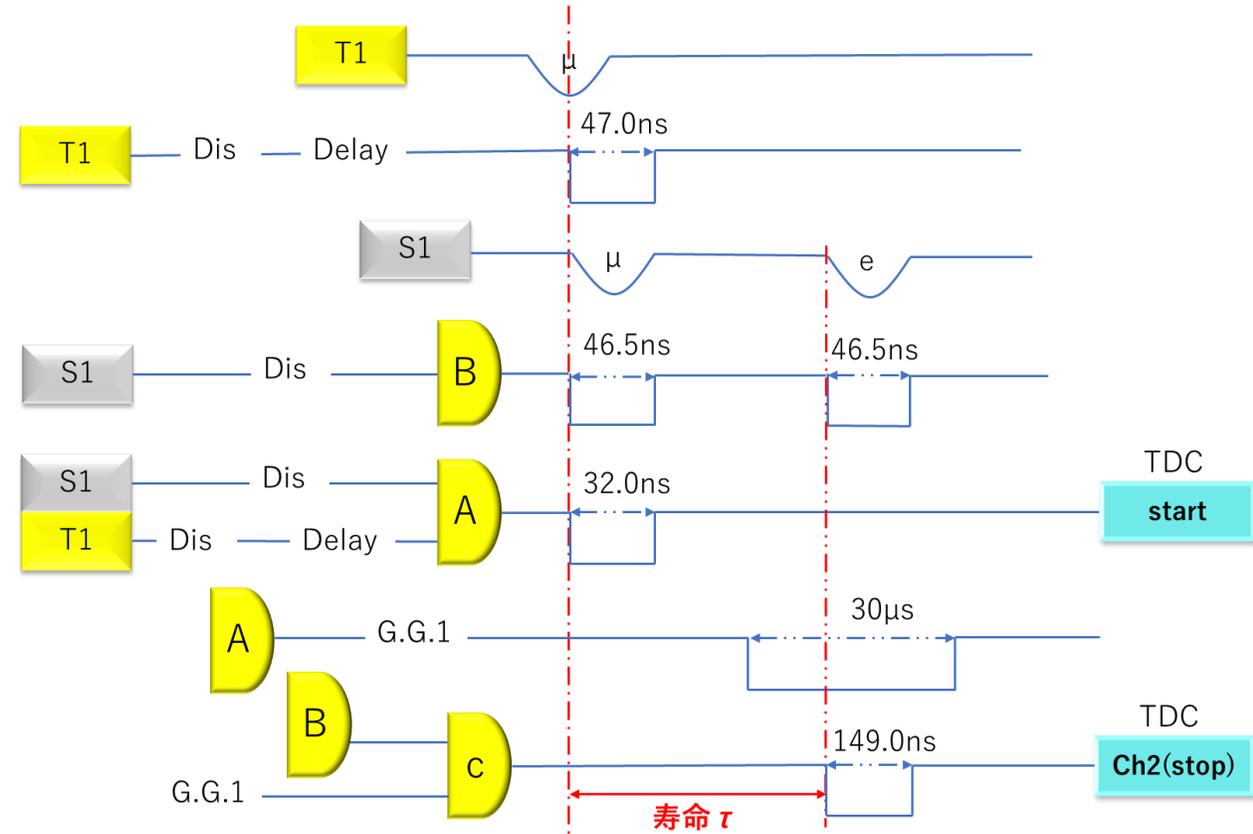
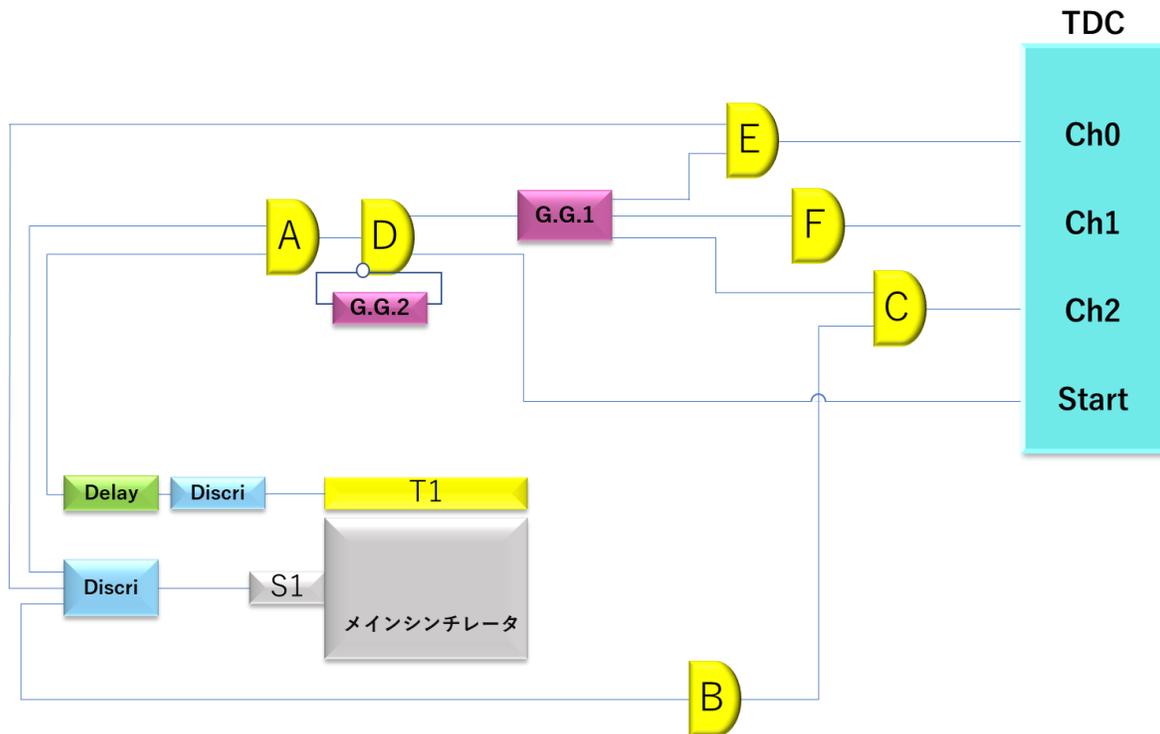


# ADC( $\mu$ )のセットアップ





# TDCのセットアップ



# $\mu^-$ の寿命(物質中)

- 原子核との間の弱い相互作用により、原子核内の陽子が  $\mu^-$  を吸収し中性子に変じ、ニュートリノを放出する。この結果、 $\mu^-$  の寿命が見かけ上縮まったことになる
- $\mu^- + (A, Z) \rightarrow \nu_\mu + (A, Z - 1)$
- 核子レベルでは  $\mu^- + "p" \rightarrow \nu_\mu + "n"$
- 原子核捕縛が起こる割合 (Capture rate) は原子番号  $Z$  に比例して大きくなる。
- 金属などの  $Z$  番号の大きな物質中に入射した  $\mu^-$  は原子核捕縛を起こしやすい。

- 原子に束縛された軌道上での  $\mu^-$  の崩壊の確率  $P_{decay}$  と、 $\mu^-$  の原子核捕縛の確率  $P_{capture}$  は以下のように表される。

$$P_{\mu^- total} = P_{capture} + P_{decay}$$

Capture rate を  $\Lambda_{cap}$  とすると

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mu^-}}\right) = \Lambda_{cap} t \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mu^+}}\right)$$

$$= \exp\left(-\left(\Lambda_{cap}\right) + \frac{1}{\tau_{\mu^+}}\right) t$$

$$\frac{1}{\tau_{\mu^-}} = \Lambda_{cap} + \frac{1}{\tau_{\mu^+}}$$

ここで、 $\tau_{\mu^-}$  は全ての  $\mu^-$  の平均寿命

$\tau_{\mu^+}$  は真空中の  $\mu$  粒子の平均寿命と同値

Capture rate が大きいほど  $\mu^-$  の寿命は短くなる。

# Delay time の誤差



1マス  
1.000 $\mu$ s

Delay time 8500[ns]のときのオシロスコープ

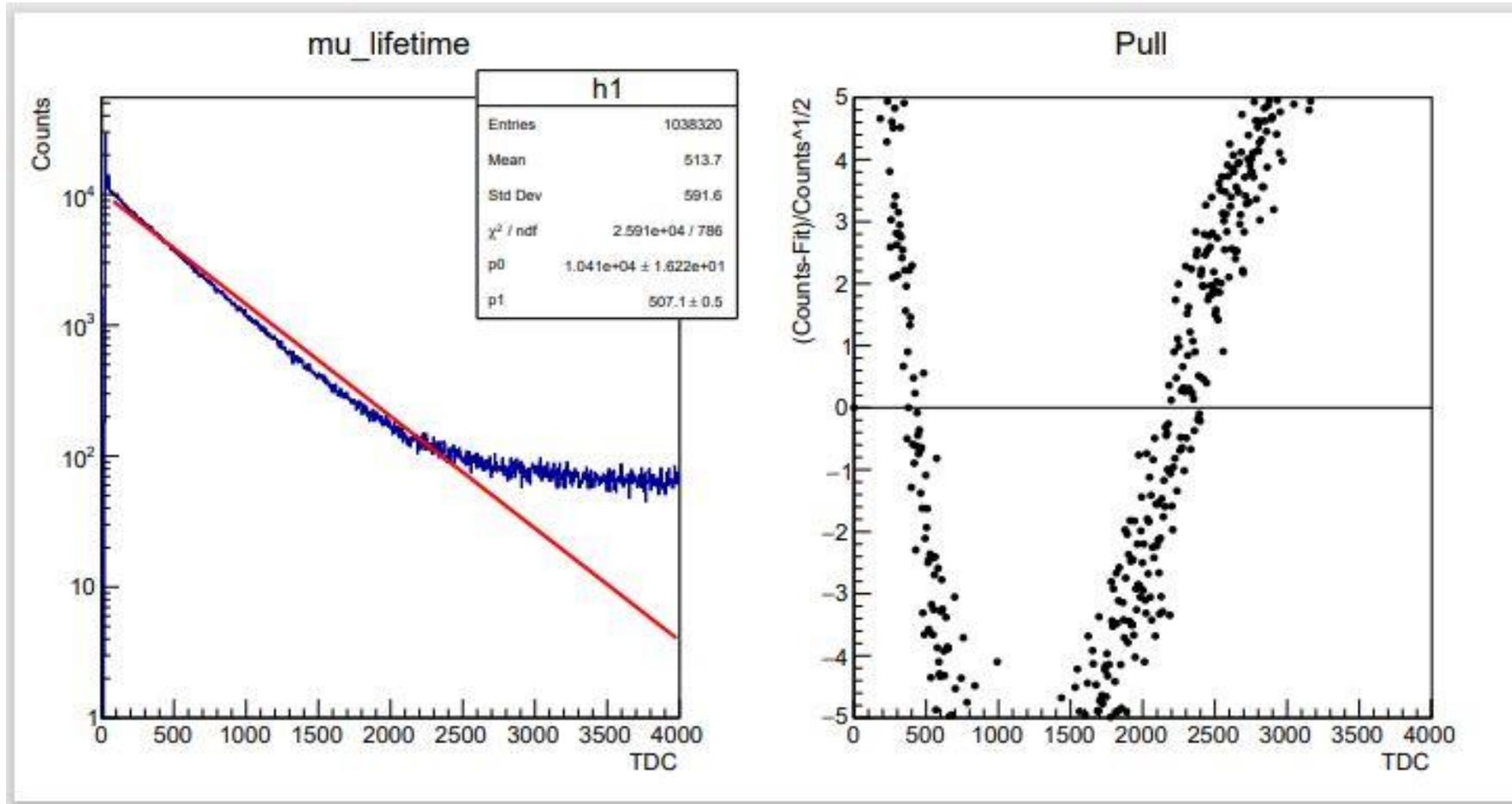
1目盛りが1.000[ $\mu$ s]、  
誤差は最小目盛りの1/2で0.1[ $\mu$ s]=100[ns]



スタート信号

ストップ信号

# 2020年度 電荷区別なし、定数なし、横軸4000のグラフ



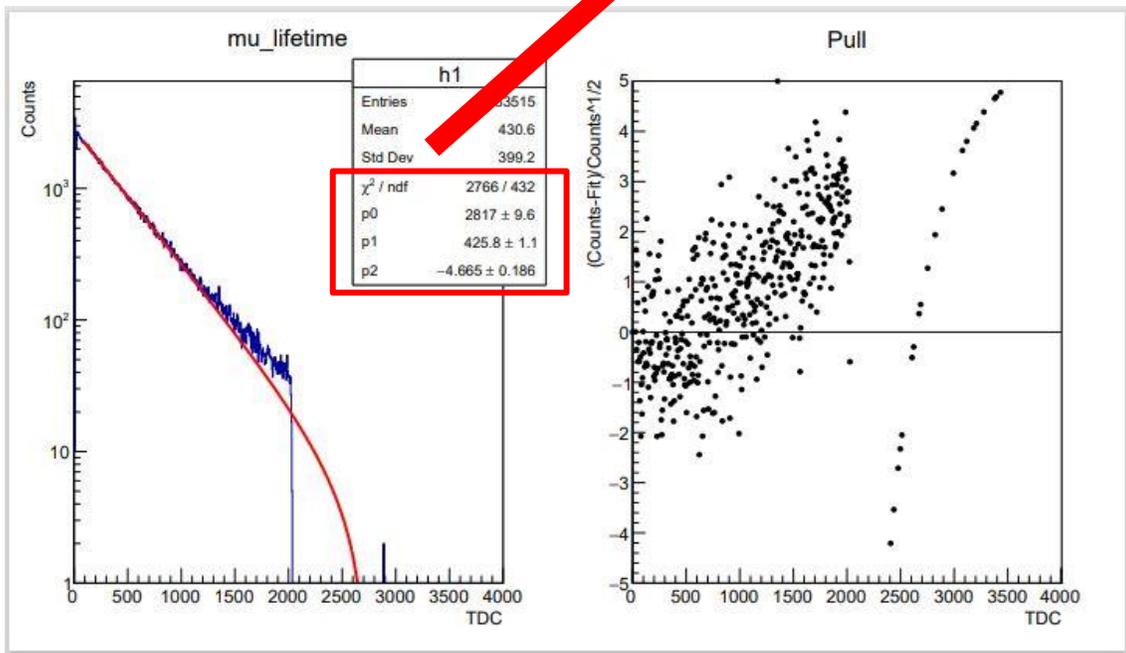
# 2018年度と2019年度 電荷区別なし、定数あり、横軸4000のグラフ

$$\chi^2/ndf = 2766/432 = 6.403$$

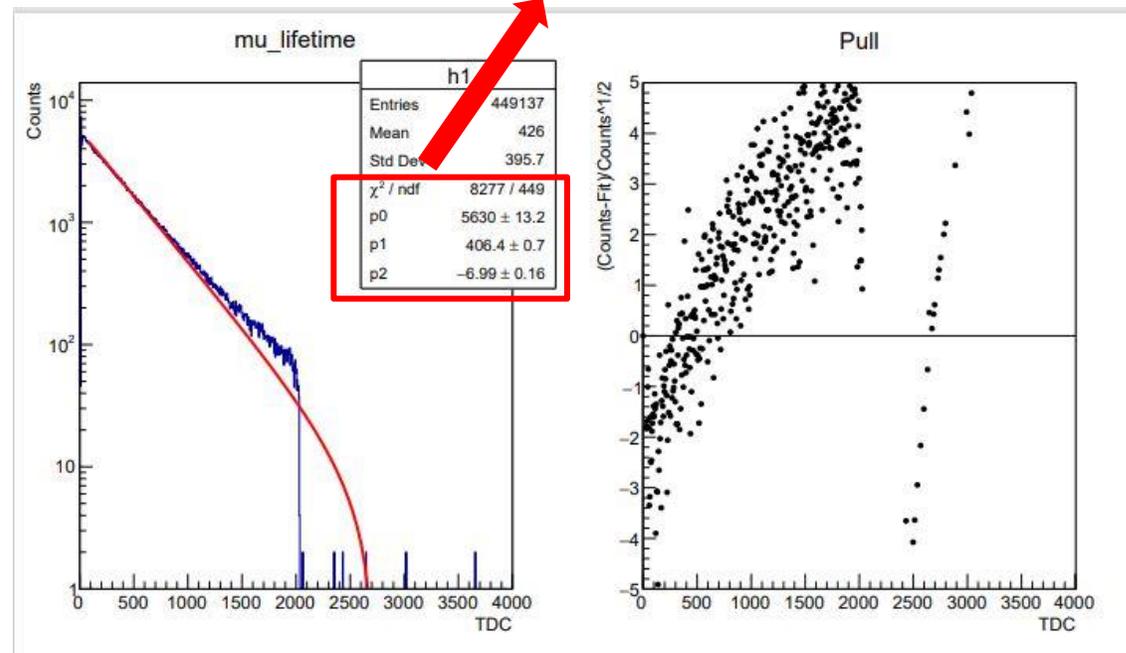
$$p1=425.8 \pm 1.1$$

$$\chi^2/ndf = 8277/449 = 18.434$$

$$p1=406.4 \pm 0.7$$

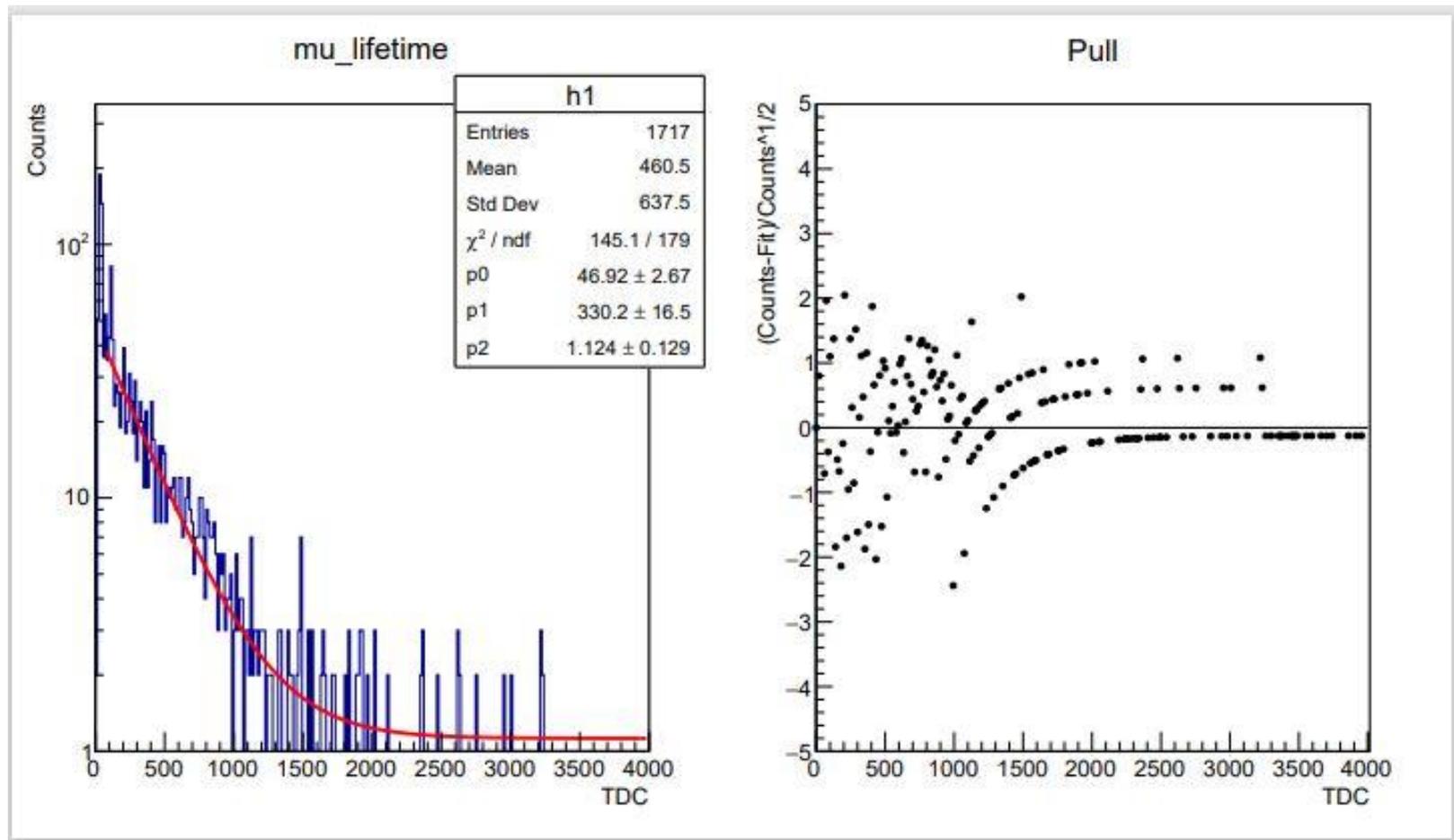


2018年度

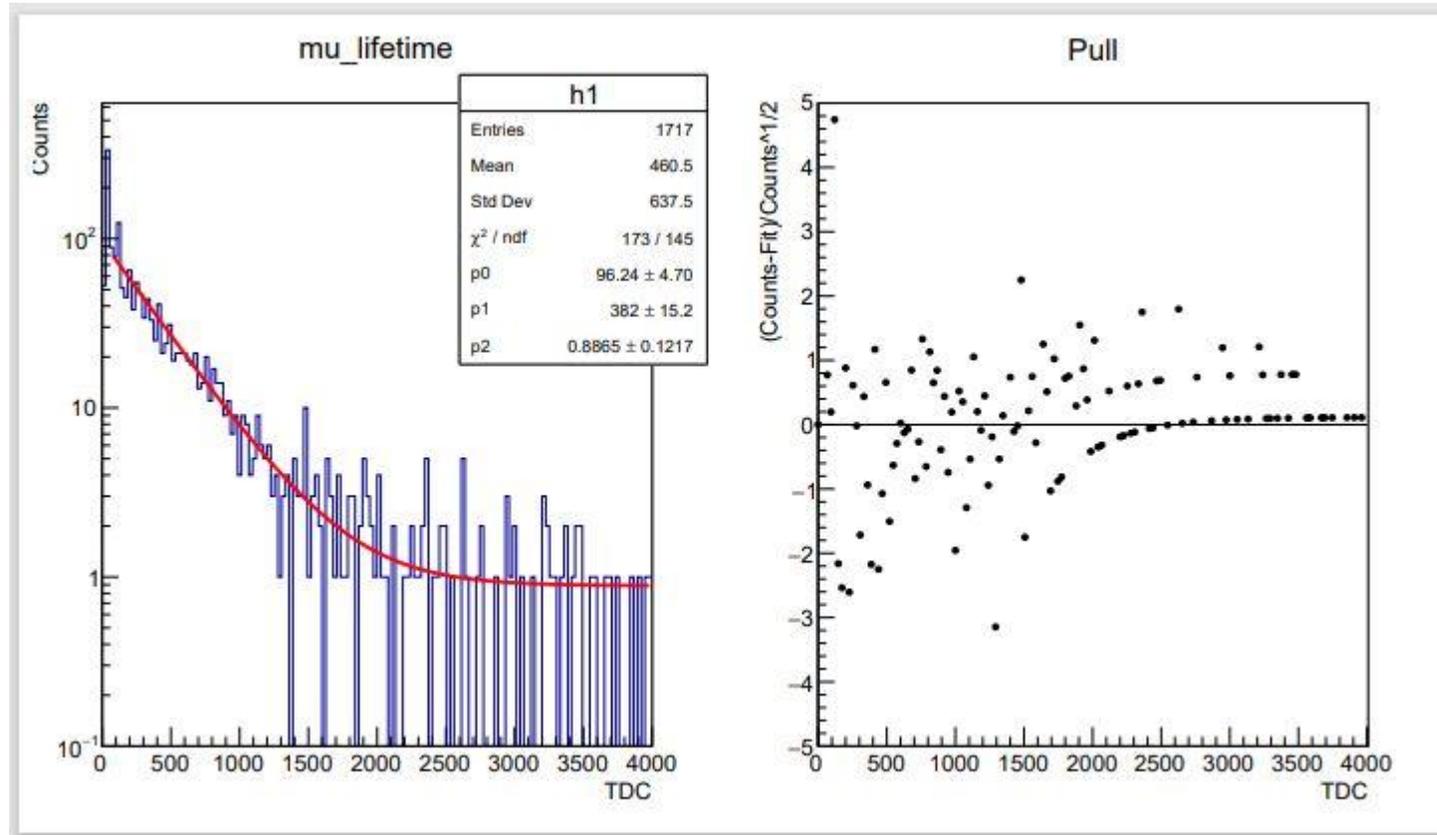


2019年度

# 2020年度 電荷区別あり、定数あり、横軸4000のグラフ



# 電荷区別あり Log Likelihood



- 電荷区別あり
- 横軸4000
- 定数あり
- Log Likelihoodでのフィット

# Log Likelihood

Likelihood・・・生じる確率が最大になるようにパラメーターを決める。

各binでの確率を $f_i(n_i, \mu_i(\alpha))$ とすると、全確率Lは各binの積

$$L(\alpha) = \prod_i f_i(n_i, \mu_i(\alpha))$$

である。L( $\alpha$ )を最大にするパラメーターの値 $\alpha_j^{max}$ は

$$\frac{\partial L(\alpha)}{\partial \alpha_j} = 0$$

となる $\alpha_j$ を求めればいい。

# Log Likelihood

ポアソン分布

$$f(n_i, \mu_i(\alpha)) = \frac{(\mu_i(\alpha))^{n_i} e^{-\mu_i}}{n_i!}$$

実際には $L(\alpha)$ をそのまま計算するのではなく $L(\alpha)$ のlogを取る。

$-\log L(\alpha)$ の最小値を求める。

$$-\log L(\alpha) = \sum_i (n_i \mu_i(\alpha) + \mu_i(\alpha) + \log n_i!)$$

# $\chi^2 fit$

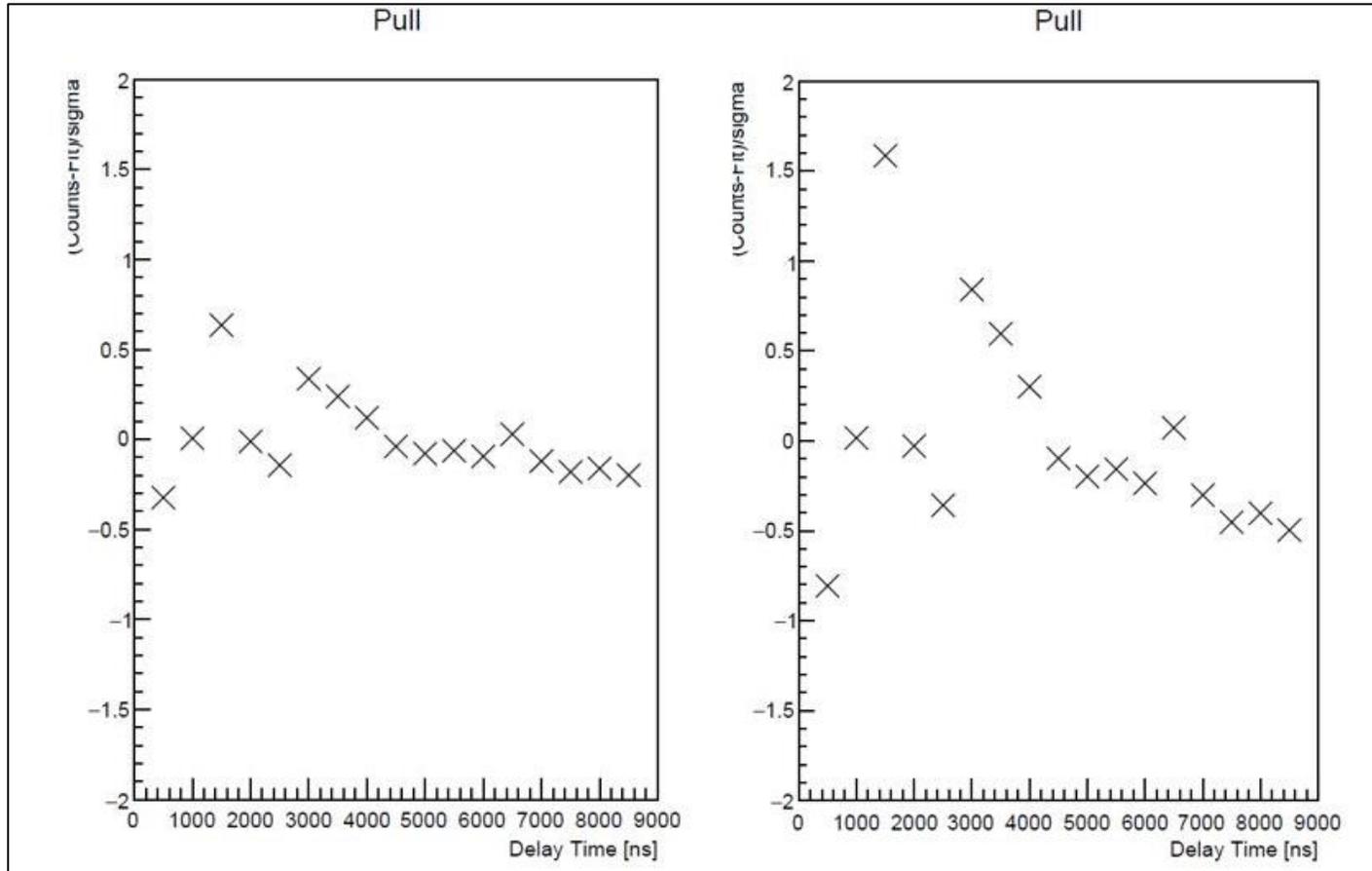
ガウシアン

$$f(n_i, \mu_i(\alpha)) \simeq \frac{1}{\sqrt{2n\sigma_i}} e^{-\frac{(n_i - \mu_i(\alpha))^2}{2\sigma_i^2}}$$

$$\begin{aligned} -\log L(\alpha) &= -\sum_i \left( -\frac{(n_i - \mu_i(\alpha))^2}{2\sigma_i^2} - \log \sigma_i - \log \sqrt{2n} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_i \frac{(n_i - \mu_i(\alpha))^2}{\sigma_i^2} = \chi^2 \end{aligned}$$

$\chi^2 fit$ は各点のエラーがガウシアンで与えられていることを仮定  
→各binのイベント数が10個以上であればOK  
-logL( $\alpha$ )が最小になる $\alpha$ は、 $\chi^2$ が最小になる $\alpha$ と等しい。

# TDC



TDCのy軸の誤差

$$\Delta y = \sqrt{(y_{mean})^2 + (y_t)^2}$$

に

左図:  $\times 1/2$

右図:  $\times 1/5$

したpullのグラフ

# データ収集のフローチャート

