

2014年度 修士学位論文

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の
崩壊分岐比とスペクトラル関数の
測定

奈良女子大学大学院人間文化研究科博士前期課程
物理学専攻 高エネルギー物理学研究室

学籍番号 13810118
田中 恵梨香

2015年2月5日

目次

はじめに	1
第 1 章 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理	3
1.1 素粒子の分類	3
1.2 タウの物理	4
1.3 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理	9
1.4 スペクトラル関数の測定方法	12
1.5 4π 系での CVC の関係	13
第 2 章 実験装置	15
2.1 KEKB 加速器	15
2.2 Belle 検出器	18
第 3 章 事象選別	29
3.1 電子・陽電子衝突反応の概要	29
3.2 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別	33
3.3 解析に用いたデータ	38
3.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別	40
第 4 章 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定	47
4.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比	47
4.2 崩壊分岐比の測定方法	48
4.3 $e-\mu$ 事象	49
4.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊	55
4.5 系統誤差	62
4.6 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊分岐比測定の結果	64
第 5 章 $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定	67
5.1 データの再構成の手法	67
5.2 モンテカルロシミュレーションを用いたアンフォールドのテスト	71
5.3 実データを用いた不変質量分布 $M_{\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0}^2$ のアンフォールド	73

5.4	スペクトラル関数の導出	80
5.5	これまでの他実験の結果との比較	82
第 6 章	まとめ	87
参考文献		89
付録 A	付録	93

目次

1.1	$\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図	6
1.2	強い相互作用の結合定数 α_s の分布。 $Q=1.777\text{GeV}$ が τ の質量を表しており、このとき $\alpha_s(Q) = 0.334$ である。	8
1.3	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊	9
1.4	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)。緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [1]。	10
1.5	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験) 緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [11, 4]。	10
1.6	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [1]	11
1.7	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [11, 4]。	11
1.8	$e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 反応の全断面積	13
2.1	KEKB 加速器の概略図	17
2.2	Belle 検出器の全体図	18
2.3	SVD の全体図	19
2.4	CDC の断面図	21
2.5	ACC の配置図	22
2.6	ACC のカウンターモジュール	22
2.7	TOF/TSC モジュール	24
2.8	ECL の断面図	25
2.9	Belle トリガーシステム	27
3.1	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別の流れ	32
3.2	事象の形とスラストの関係	35
3.3	スラスト分布。0.9 以下はカットしている。	35
3.4	事象の半球図	36

3.5	ミッシング質量	36
3.6	ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれからのバックグラウンドを示す。ここで赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。	37
3.7	アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{acop} = 180^\circ - \phi_{open} $ と定義される。ここで ϕ_{open} は $r - \phi$ での 2 つのトラックの開き角である。	38
3.8	π^0 のシグナル分布。データを赤プロットでモンテカルロの事象を黒のヒストグラムで示した。	42
3.9	(左図)SVD1(実験番号 19 のみ) の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象で反対側が電子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。(右図)SVD1(実験番号 19 のみ) の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象で反対側が μ 粒子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。	46
3.10	(左図)SVD2(実験番号 39 のみ) の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象で反対側が電子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。(右図)SVD2(実験番号 39 のみ) の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象で反対側が μ 粒子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。	46
4.1	$e-\mu$ の質量分布。ルミノシティで規格化している。赤のプロットがデータ、黒のヒストがモンテカルロ、色がついたヒストがバックグラウンドを示している。	53
4.2	各実験番号における $e-\mu$ 事象の検出効率 $\eta_{e-\mu}$	54
4.3	$\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、色つきのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 2,449,046 事象である。	56
4.4	$\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。範囲を $8.0(GeV^2)$ までの広範囲にし、y 軸を対数目盛にしている。	57
4.5	各実験番号における $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象の検出効率 $\eta_{4\pi-\ell}$	58
4.6	(左図) データの各実験番号における $\frac{N_{4\pi-\ell}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}}$ 。(右図) モンテカルロの各実験番号における $\frac{N_{4\pi-\ell}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}}$ 。	59
4.7	各実験番号における崩壊分岐比	64
5.1	実際のデータを入力として、アンフォールドする際の流れ	70
5.2	SVDunfolding のテストにおける $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ 。横軸が i 、縦軸が $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ である。今の場合 kreg=10 で使用した。	72

5.3	TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。kreg=10 の場合。実線の赤いヒストグラムはテスト分布を、青い点線は観測された分布を、黒い点はアンフォールドした結果得られた分布を示している。	72
5.4	$M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2 _{generate}$ と $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2 _{observed}$ の 2 次元プロット。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のモンテカルロを使って、横軸に generate された時の $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の質量分布を、縦軸にはそれが観測された時の $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の質量分布をとり、これら 2 つの分布の相関関係を 2 次元プロットで示した。	74
5.5	モンテカルロで見積った $\tau^-\tau^+$ 選別と $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 選別間のアクセプタンス。縦軸にアクセプタンス η_j を横軸に $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ をとった図	75
5.6	測定された $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布。黒色の実線は観測された実験データで、色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。	76
5.7	バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布	77
5.8	$\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ 。横軸が i 、縦軸が $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ である。今の場合 kreg=20 で使用した。	78
5.9	バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ データを使ってアンフォールドした分布	79
5.10	アンフォールドしたあとの統計誤差の 2 乗分布	79
5.11	アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ を全事象数 5.19×10^7 で規格化した分布	80
5.12	$M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布	81
5.13	$M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトラル関数のバックグラウンドの系統誤差による影響	81
5.14	(左図) $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、MC を色付きのヒストグラムで表した。色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 2,449,046 事象である。(右図)OPAL 実験で測定された $3\pi\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データをプロット、バックグラウンドが色付きのヒストグラムで表されている [1]。	82
5.15	アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ を全事象数 5.19×10^7 で規格化した分布	83
5.16	OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布 [1]	84
5.17	(左図) $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布。(右図) これまでに測定された $M_{3\pi\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布 [11, 4]。	85

表目次

1.1	ボソン一覧表	3
1.2	τ 粒子の崩壊モード一覧表。表中、A は軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$) であり、V はベクタ状態 ($J^P = 1^{-1}$) を表す。S はストレンジネスを持つ状態である。崩壊分岐比の値は、2014 年 PDG による。	5
2.1	KEKB 加速器：各パラメータの設計値	16
2.2	各検出器とその役割	19
2.3	ECL と粒子の相互作用	25
2.4	ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における断面積とトリガーレート	28
3.1	シミュレーション使用プログラム名	31
3.2	各実験番号の収集時期とルミノシティー	39
3.3	SVD1:各トリガーの定義	42
3.4	SVD2:各トリガーの定義	43
3.5	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別条件による事象数の変化率	44
3.6	各実験ごとのデータで選別された $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象数とルミノシティ (\mathcal{L})	45
4.1	$e-\mu$ 事象選別条件によるイベント数の変化率	49
4.2	各実験ごとのデータで選別された $e-\mu$ 事象数とルミノシティ (\mathcal{L})	50
4.3	$e-\mu$ 事象の復元値と期待値	52
4.4	$e-\mu$ 事象のバックグラウンドの評価	54
4.5	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊事象選別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊からくるバックグラウンドの評価	55
4.6	各実験番号における事象の観測数とバックグラウンドの割合	60
4.7	各実験番号における検出効率の補正係数	61
4.8	崩壊分岐比の系統誤差	62
4.9	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象バックグラウンドの見積りの不定性	63
4.10	$e-\mu$ 事象バックグラウンドの見積りの不定性	63
4.11	崩壊分岐比結果	65

はじめに

近年 (2012 年) のヒッグス・ボソンの発見によって、素粒子の標準模型に含まれているすべての素粒子が実験的に確認された。これは素粒子物理学の大きな進歩である。しかしながら、いくつかの重要な点について標準模型の検証が引き続き必要である。その一つが比較的低エネルギーのハドロン現象と量子色力学 (QCD) の関係である。標準理論において、QCD は強い相互作用を記述する理論と信じられており、高いエネルギーにおいて QCD はよく検証されている。しかしながら、比較的低エネルギーの現象、たとえばハドロンの共鳴状態や陽子、核子をクォークとグルーオンの力学である QCD からどのように記述できるかは未だ不明である。そのより深い理解には理論と実験の両方からのさらなるアプローチが不可欠である。

タウレプトンはレプトンの中で最も質量が大きくハドロンに崩壊する唯一のレプトンである。そのため、素粒子の標準理論の様々な側面の検証、例えば電弱相互作用のレプトン・ユニバーサリティーの検証や強い相互作用における QCD の結合定数の精密測定に大きな役割を果たしてきた。タウ粒子のハドロン崩壊は崩壊のメカニズムが単純であるため、真空から生成される比較的低エネルギーのハドロン生成の機構を研究する理想的な実験場として知られている。また、タウ粒子のハドロン崩壊と電子・陽電子衝突におけるハドロン生成反応との間には密接な関係が存在することが期待されており、その両者を比較することで基本的なレベルでハドロンについての精密な研究を行うことができる。これらの反応で、実験で決めるべき基本的な測定量がスペクトラル関数である。スペクトラル関数はハドロンの質量分布から位相因子等反応固有の因子を除いて、真空からハドロンが生成される時の情報のみを抜き出した分布である。実験で決めたスペクトラル関数を QCD の計算と比較することにより、中間および低エネルギー領域のハドロンのダイナミクスに関する様々な情報を得ることができる。

実際、タウのハドロン崩壊のスペクトラル関数のこれまでの測定結果は、強い相互作用の結合定数 $\alpha_s(M_z)$ の精密測定や、ミュー粒子の異常磁気能率の計算からの電弱理論の予言値の決定に重要な役割を果たしてきた。ミュー粒子の異常磁気能率は素粒子の標準模型を超える物理 (新物理) の探索において、現在最も注目を集めている現象の一つである。この予言はベクター状態のスペクトラル関数と関係している。この異常磁気能率は現時点で理論からの予言値と実験値との間に 3σ ほどのずれがある唯一の量であり、ここに新物理が潜んでいるかもしれないと期待されている。

ベクター状態のスペクトラル関数には偶数個のパイ中間子の状態 ($\pi\pi^0$, 4π , 6π) が寄与する。これらのうち、本論文では4個の π 中間子の状態である

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$$

崩壊のスペクトラル関数を Belle 実験のデータを用いて測定した結果について報告する。4個のパイ中間子の状態は2個の π 中間子の状態とともに、ベクタースペクトラル関数の主要な部分を占めている。Belle 実験は従来の LEP 実験や CLEO 実験の100倍以上のデータを持っており、高精度のスペクトラル関数の測定が可能である。

本論文の構成は以下の通りである。第1章では理論的な背景として、タウ粒子のハドロン崩壊の一般論とスペクトラル関数の定義および $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の特徴について述べる。第2章では本解析のデータに用いた KEKB 加速器、Belle 検出器の実験装置について述べると共に、各測定器の機能について説明をする。第3章では事象選別について述べる。まず、一般的な $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の選別について説明し、後半に $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の選別の方法について説明する。第4章では $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比の測定について述べる。まず、崩壊分岐比の測定方法を説明し、測定に必要となる $e-\mu$ 事象の選別方法について説明し、最後に $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定結果と測定誤差の評価の方法について説明する。第5章ではスペクトラル関数を測定する手順と結果について説明する。観測された $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 系の質量分布には、他のタウ粒子の崩壊モード等からくるバックグラウンドや有限の検出効率や測定器の分解能の効果が含まれており、真の質量分布とは言えない。本章では、バックグラウンドの評価と検出器の効果（有限な検出効率や分解能）を補正する方法について説明し、スペクトラル関数の測定結果について報告する。また、本結果と以前の結果とを比較検討する。最後に、第6章で本論文のまとめを行う。

第 1 章

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

1.1 素粒子の分類

自然界を構成する素粒子の基本的な要素にはクォークとレプトンという 2 種類がある。クォークとレプトンはスピン $\frac{1}{2}$ を持っており、フェルミ粒子である。現在、クォーク（電荷 $+\frac{2}{3}$ を持つ u, c, t と電荷 $-\frac{1}{3}$ を持つ d, s, b ）、レプトン（電荷-1 を持つ e, μ, τ と電荷 0 の ν_e, ν_μ, ν_τ ）、そしてそれぞれ 6 種類の反粒子が知られている。

$$\begin{array}{c} \text{電荷} \\ +\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{array} \begin{array}{c} \text{(第一世代)} \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{(第二世代)} \\ \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{(第三世代)} \\ \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{電荷} \\ -1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \text{(第一世代)} \\ \begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{(第二世代)} \\ \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{(第三世代)} \\ \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \end{array}$$

クォークとレプトンは相互作用を行う。これはゲージ理論から導かれ、ゲージボソンによって仲立ちされる。ボソンの種類と相互作用については表 1.1 にまとめる。また、近年発見されたヒッグス粒子もボソンであり、相互作用を通じて粒子に質量を与える。

ボソン粒子 (質量)	相互作用	スピン	到達距離 [m]	力を感じるもの
グルーオン (0)	強い相互作用	1	$\leq 10^{-15}$	色荷
W^\pm ボソン (80GeV)	弱い相互作用	1	10^{-18}	弱電荷
Z^0 ボソン (90GeV)	弱い相互作用	1	10^{-18}	弱電荷
光子 $\gamma(0)$	電磁相互作用	1	∞	電荷
ヒッグス (125GeV)	粒子の質量を生成	0		

表 1.1 ボソン一覧表

1.2 タウの物理

タウ粒子 (τ) とは、素粒子の第三世代のレプトンに属し、レプトンの中で最も重たい質量 1.777GeV を持つ粒子である。

τ 粒子をもっとも簡単に生成する方法は、電子・陽電子衝突型加速器で τ 粒子対を生成させることである ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$)。 重心系のエネルギー、 $\sqrt{s}=10.58\text{GeV}$ の KEKB 加速器で、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)) = (0.919 \pm 0.003)nb \quad (1.1)$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積とほぼ同じであり、一年間で B 中間子対とほぼ同じ量 (10^8 個) の τ 粒子が生成できる。生成された τ 粒子はそれぞれ平均 $240\mu\text{m}$ 飛び、その後、様々な終状態へ崩壊する。

現在知られている τ の崩壊モードの例を表 1.2 に示す。 τ 粒子のこれらの崩壊過程のうち、終状態に軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\tau, \tau \rightarrow \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼ぶ。終状態にハドロン、すなわち π 、 K やハドロンの共鳴状態を含む崩壊をハドロニック崩壊、またはセミ・レプトニック崩壊と呼ぶ。ハドロニック崩壊は、さらにストレンジ $S=0$ のノンストレンジモードと $|S|=1$ のストレンジネスを持つ状態に大きく分けることができる。

レプトニック崩壊

τ が $e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ や $\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の割合は 35.1% である。レプトニック崩壊の崩壊分岐比は 0.4% の精度で測定されている。この崩壊分岐比の値は理論的には電弱相互作用のループレベルの放射補正までよく理解されており、崩壊幅は次式

$$\Gamma = 1\tau \rightarrow l \equiv \Gamma(\tau^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_\mu^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) \left(1 + \frac{3}{5} \frac{m_\tau^2}{m_w^2}\right) \left(1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi} \left[\frac{25}{4} - \pi^2\right]\right) \quad (1.2)$$

で与えられる。ここで $l = e, \mu$ 、 G_μ はフェルミ結合定数、 m_l は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、関数 $f(x)$ は $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合、電子の質量は τ 粒子に比べて非常に小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。

この式 (1.2) の崩壊幅を用いて、レプトニックな崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\tau \rightarrow l}$ は

$$\mathcal{B}_{\tau \rightarrow l} = \frac{\Gamma_{\tau \rightarrow l}}{\Gamma_{tot}} (l = e, \mu) \quad (1.3)$$

で与えられる。ここで、 Γ_{tot} は τ 粒子が崩壊する全てのモードの崩壊幅の和である。 τ 粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} の関係は $\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$ で与えられるので、 Γ_{tot} は τ の寿命 τ_τ を測定することで求めることができる。

表 1.2 τ 粒子の崩壊モード一覧表。表中、A は軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$) であり、V はベクタ状態 ($J^P = 1^-$) を表す。S はストレンジネスを持つ状態である。崩壊分岐比の値は、2014 年 PDG による。

崩壊モード	崩壊過程	崩壊分岐比 (%)
レプトニック崩壊		
	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	17.83 ± 0.04
	$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	17.41 ± 0.04
ハドロニック崩壊		
A	$\pi^- \nu_\tau$	10.83 ± 0.06
V	$\pi^- \pi^0 \nu_\tau$	25.52 ± 0.09
A	$\pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$	9.30 ± 0.11
V	$\pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$	1.05 ± 0.07
A	$\pi^- \pi^- \pi^+ \nu_\tau$	9.02 ± 0.06
V	$\pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$	4.48 ± 0.06
S	$K^- \nu_\tau$	0.700 ± 0.010
S	$K^- \pi^0 \nu_\tau$	0.429 ± 0.015
S	$\bar{K}^0 \pi^- \nu_\tau$	0.84 ± 0.04
S	$K^- 2\pi^0 \nu_\tau$	0.065 ± 0.023
S	$K^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$	0.349 ± 0.016
S	$\bar{K}^0 \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	0.40 ± 0.04

ハドロニック崩壊

τ 粒子のハドロニック崩壊過程 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$ のファイマン図を図 1.1 に示す。図 1.1 から分かるように、 τ 粒子のハドロニック崩壊では、強い相互作用を受けないレプトンだけのバーテックス部分と、ウィークカレントを経てハドロンの状態へ崩壊するハドロニックな部分とからなっている。前者のバーテックスの構造はよく分かっており、V-A 型 ($\gamma^\mu (1 - \gamma^5)$) で与えられる。

ハドロン側のバーテックスもベクター γ^μ に比例する項と軸ベクター $\gamma^\mu \gamma^5$ に比例する項からなるがその比例係数は 1 ではない。一般にその係数はスペクトル関数 $v_J(s)$ と $a_J(s)$ で与えられる。ここで、J はハドロン系のスピンである。一般に J は 1 または 0 の値をとることができるが、 τ の崩壊ではスピン 1 の状態が主要な成分となっている。スピン 1 の状態は、スピン、パリティ $J^P = 1^-$ のベクター状態 (V) と $J^P = 1^+$ の軸ベクター状態 (A) が可能である。 τ 粒子の場合にはその両者への崩壊が可能で、終状態の π 中間子が偶数個の時はベクター状態で奇数個の時は軸ベクター状態となる。これ以外に K 中間子を奇数個含んでいるストレンジネス S を持つ状態が存在する。この崩壊過程の分岐比はカビボ角 $\sin \theta_c = V_{us}$ の二乗がかかるため $S = 0$ の崩壊と比べて抑制されている。

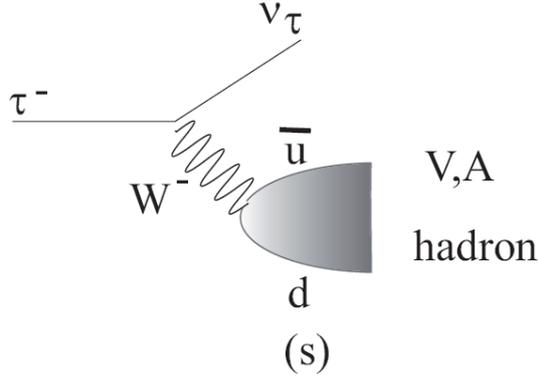


図 1.1 $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図

理論的には τ 粒子のハドロン崩壊率 (R 比) は

$$R_\tau \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{hadrons} \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = R_{\tau,V} + R_{\tau,A} + R_{\tau,S} \quad (1.4)$$

のように与えられる。これはは 2 点相関関数 $\Pi^J(s)$ の s に関する積分として与えられる。ここで s はハドロン系全体の質量の 2 乗である。

$$R_\tau = 12\pi \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 + 2\frac{s}{M_\tau^2}\right) \text{Im}\Pi^{(1)}(s) + \text{Im}\Pi^{(0)}(s)\right] \quad (1.5)$$

上記の相関関数は以下のように各々の寄与に分解される。

$$\Pi^J(s) \equiv |V_{ud}|^2 [\Pi_{ud}^{V,J}(s) + \Pi_{ud}^{A,J}(s)] + |V_{us}|^2 [\Pi_{us}^{V,J}(s) + \Pi_{us}^{A,J}(s)] \quad (1.6)$$

V_{ij} は小林益川の行列要素である。上の標識中に現れる 2 点相関関数は電流の真空期待値として以下のように定義されている。この定義式は理論の計算に便利である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(q) \equiv i \int dx e^{ipx} \langle 0 | T(J_{\mu,ij}^{V/A}(x) J_{\nu,ij}^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle \quad (1.7)$$

ここで、ハドロンベクターカレント J^V と軸ベクターカレント J^A は $J_\mu^V = \bar{q}_j \gamma_\mu q_i$, $J_\mu^A = \bar{q}_j \gamma_\mu \gamma^5 q_i$ で与えられる。また、添え字 i, j はクォークのフレーバー (アップ、ダウン、ストレンジネス) を表す。相関関数はハドロン静止系の角運動量 $J = 0, 1$ により、 Π^0 と Π^1 に分解することが可能である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(p) = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2) \Pi_{i,j}^{V/A,1}(p^2) + p_\mu p_\nu \Pi_{i,j}^{V/A,0}(p^2) \quad (1.8)$$

これらの虚数部はハドロンのスペクトラル関数 v_1 (ストレンジネスのベクター状態)、 a_1 (ストレンジネスの軸ベクター状態)、 v_0 (ノンストレンジのベクター状態) によって与えられる。

$$\text{Im}\Pi_{\bar{u}d(s)}^{(1),V/A}(s) = \frac{1}{2\pi} v_1/a_1(s) \quad (1.9)$$

$$Im\Pi_{ud(s)}^{(0),A}(s) = \frac{1}{2\pi}a_0(s), \quad (1.10)$$

相関関数の理論計算は、QCD の和則を用いた一般的な方法が知られている。そこでは強い相互作用の結合定数 α_s とクォークの質量および小林・益川の行列要素がパラメータとなる。 τ 粒子のストレンジネスを持たない ($S=0$) のハドロニック崩壊の崩壊率 $R_{\tau,V+A}$ は α_s の影響を受けることが知られている。

$$R_{\tau,V+A} = N_c|V_{ud}|^2 S_{EW}(1 + \delta_P + \delta_{NP}) \quad (1.11)$$

ここで N_c はクォークカラーの数であり 3 である。 δ_P は摂動論的 QCD からの補正項であり α_s^4 の項まで良く知られた値である。

$$\delta_P = \frac{\alpha_s(m_\tau^2)}{\pi} + 5.2023 \frac{\alpha_s^2(m_\tau^2)}{\pi^2} + 26.366 \frac{\alpha_s^3(m_\tau^2)}{\pi^3} + (78.003 + K_4) \frac{\alpha_s^4(m_\tau^2)}{\pi^4} + O(\alpha_s^5(m_\tau^2))$$

K_4 の値はまだ知られていない。 δ_{NP} は非摂動論的 QCD の補正項であり、ハドロニック崩壊の終状態の不変質量分布によって求められる。不変質量は実験によって求められるため議論なされている。現在までに分かっているハドロニック崩壊の崩壊率 $R_{\tau,S,V+A}$ は

$$R_{\tau,S,V+A} = 3.6380 \pm 0.0083 \quad (1.12)$$

と計算されている。しかしながら、理論上でのクォークモデルでは

$$R_{\tau,S,V+A} = N_c \times (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2) \approx 3 \quad (1.13)$$

ここで $V_{ud} = 0.974 \pm 0.0010$ 、 $V_{us} = 0.2246 \pm 0.00012$ である。このように理論値と実験値で違いがある。この違いから α_s は求められている。現在、 α_s の精度の高い測定は τ と Z_0 の質量の部分で決まっている。 α_s の分布を図 1.2 に示す。 $Q = 1.777\text{GeV}$ のとき τ 粒子の質量を表しており、 $\alpha_s = 0.334 \pm 0.014$ である。

τ 粒子のハドロニック崩壊の実験データは崩壊率 R を実験的に決めることが出来るという利点を持っている。特にハドロニック崩壊のベクター状態と軸ベクター状態に分けての質量分布測定は QCD 理論で興味を持たれている。スペクトル関数は重心系エネルギーで $0.5 \sim 2\text{GeV}$ にあたる領域のハドロンの情報を持っており、この低いエネルギー部分は QCD 理論では計算することが出来ない。それゆえ、実験からスペクトル関数を求めることは非常に重要であり、QCD 和則などの理論と比較することで、クォーク凝縮状態 ($\langle 0|q\bar{q}|0 \rangle$) 等に関する情報を得ることが出来る。

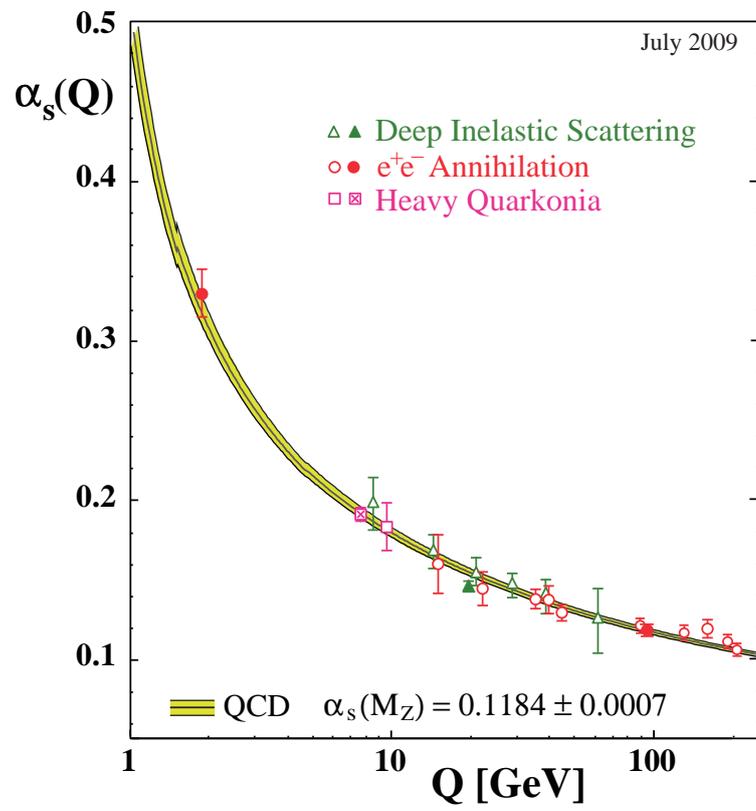


図 1.2 強い相互作用の結合定数 α_s の分布。 $Q=1.777\text{GeV}$ が τ の質量を表しており、このとき $\alpha_s(Q) = 0.334$ である。

1.3 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

本論文では、 τ のハドロニック崩壊モードのうち、特に 4 個の π 中間子へ崩壊する過程 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ について Belle 検出器で収集したデータを用いて研究した結果について報告する。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の模式図を図 1.3 に示す。

この $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊は、以下の点で興味深い。

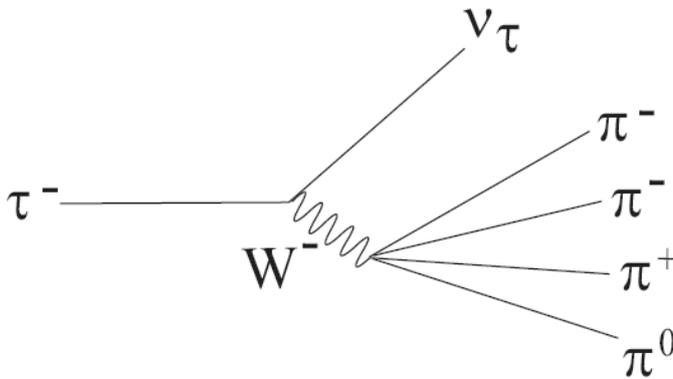


図 1.3 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊

1. ベクター状態のスペクトラル関数 (4π) の測定は QCD 理論との比較において非常に重要である。

これまで $\tau \rightarrow 4\pi$ のスペクトル関数において ALEPH 実験、OPAL 実験の結果が出ている。ALEPH 実験、OPAL 実験で得られたスペクトラル関数の分布を以下に示す。OPAL 実験で得られたベクター状態が図 1.4、軸ベクター状態が図 1.6 である。ALEPH 実験で得られたベクター状態が図 1.5、軸ベクター状態が図 1.7 である。

ベクター状態のスペクトラル関数の分布、図 1.4(OPAL 実験)、図 1.5(ALEPH 実験)において 2GeV 以上の高い質量領域でエラーバーが大きいことがわかる。この高い領域は 4π 系のスペクトラル関数を表している。2GeV 以上の質量分布を精度よく求めることは摂動論的 QCD においても重要である。

これらのスペクトラル関数の測定において Belle 実験のデータが欠けている。この状況を変えるために Belle 実験でのスペクトル関数の測定が求められている。本解析では Belle 実験のデータを用いて $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 系での質量分布を求め、式 1.14 の関係からスペクトラル関数の分布を得ることが目的である。Belle 実験では、LEP 加速器の ALEPH 実験、OPAL 実験の 2 桁多いの実験データを持っていることか

ら理論結果の質に多大な影響を与えられられる。

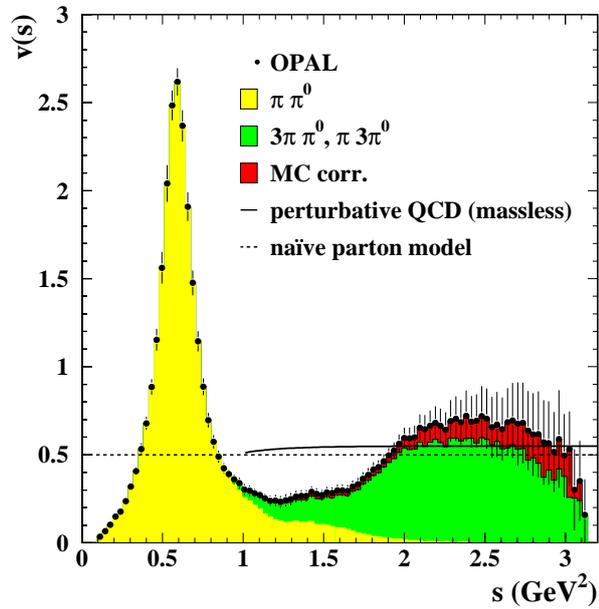


図 1.4 ベクター状態のスペクトル関数の分布 (OPAL 実験)。緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [1]。

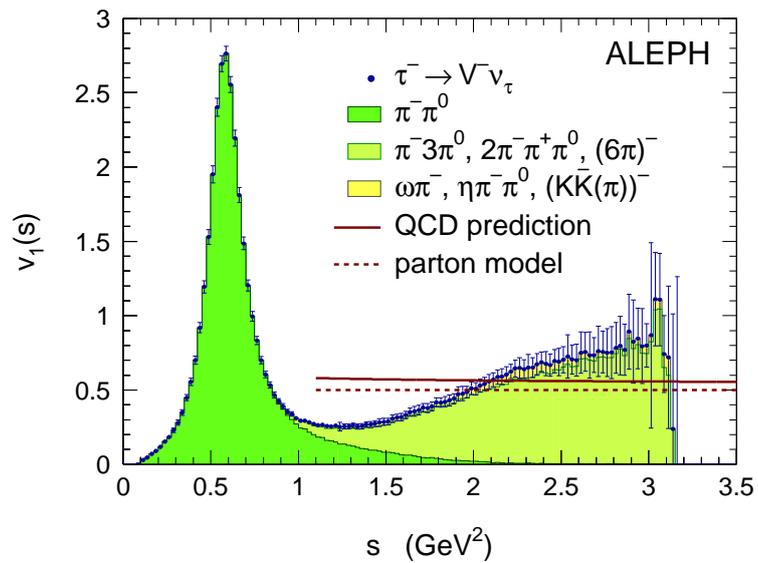


図 1.5 ベクター状態のスペクトル関数の分布 (ALEPH 実験) 緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [11, 4]。

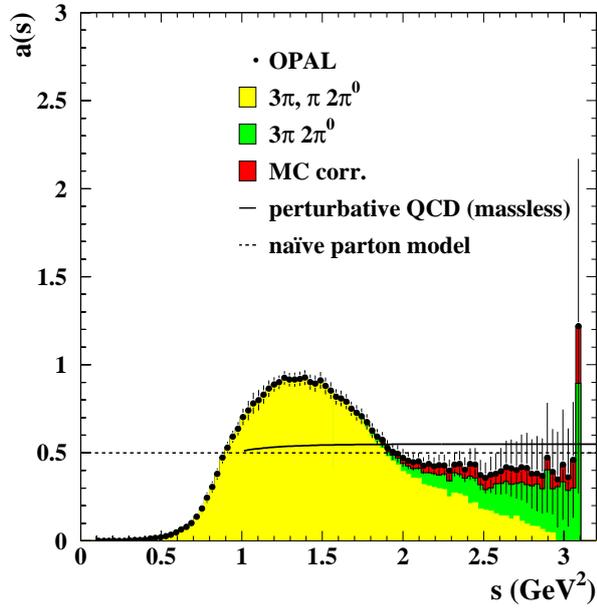


図 1.6 軸ベクター状態のスペクトル関数の分布 (OPAL 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。[1]

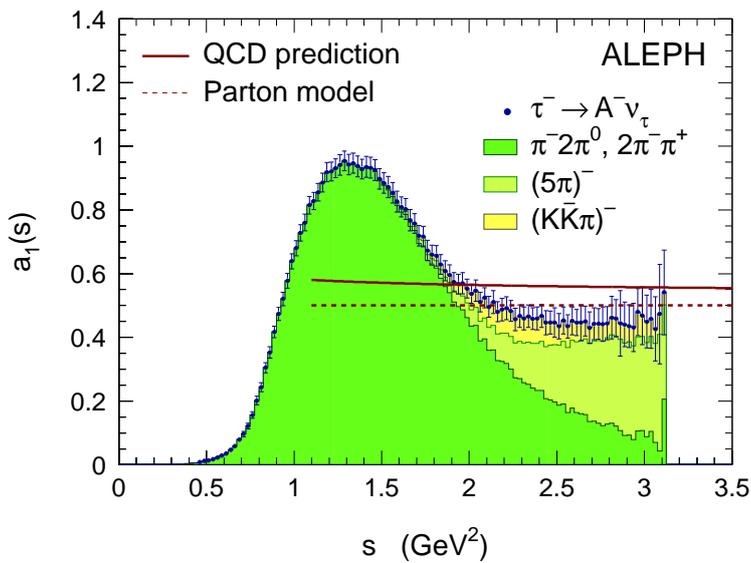


図 1.7 軸ベクター状態のスペクトル関数の分布 (ALEPH 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である [11, 4]。

2. ベクターカレントの保存則 CVC(Conserbation of the Vector Current) 仮説に基づくと、 4π のベクター状態は電子・陽電子衝突による 4π 生成過程と関係づけられる。

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 \text{ 及び } 2\pi^+2\pi^-$$

τ 粒子の結果と電子・陽電子衝突の結果の比較はこの CVC 仮説の検証に非常に重要である。

1.4 スペクトラル関数の測定方法

スペクトル関数は実験の得られた値から導出することが出来る。 4π 系でのスペクトラル関数を以下に示す。

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{CKM}|^2 S_{EW}} \frac{1}{(1 - \frac{s}{M_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{M_\tau^2})} \frac{B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau)}{B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds} \quad (1.14)$$

ここで、 s は不変質量の 2 乗、 M_τ は τ 粒子の質量、 $|V_{CKM}|$ はカビボ-小林益川行列の成分、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数、 $B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比、 $B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比、 $\frac{1}{N} \frac{dN_{V/A}}{ds}$ は質量分布をそれぞれ示している。

この中で崩壊分岐比と質量分布は実験より値が決められている。本解析ではこのうち質量分布

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

に注目して、質量分布の測定を行う。そしてその結果を元にスペクトラル関数を導出していく。

1.5 4π 系での CVC の関係

CVC 仮説に基づくと、 τ 粒子の 4π 崩壊での崩壊幅とスペクトラル関数の関係は以下のよう

$$\frac{\Gamma_{4\pi\nu}(q)}{dq} = \frac{G_F^2 V_{ud}^2}{16\pi^2 M_\tau^3} \cdot q(M_\tau^2 + 2q^2)^2(M_\tau^2 + 2q^2) \cdot V^{3\pi\pi^0}(q) \quad (1.15)$$

ここで、 $q = \sqrt{s}$ は $3\pi\pi^0$ 系の質量 V_{ud} は、カビボ・小林・益川 (CKM) 行列の項で $V_{ud} = 0.974 \pm 0.0010$ である。また、スペクトラル関数 $V^{3\pi\pi^0}(q)$ は、以下のように CVC のもとで $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ と断面積に関係づけられている。

$$V^{3\pi\pi^0}(q) = \frac{q^2}{4\pi^2\alpha^2} \left[\frac{1}{2}\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-}(q) + \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0}(q) \right] \quad (1.16)$$

これまでに測定された断面積のデータ $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-}$ を図 1.8 に示す。赤いプロットが BaBar 実験の結果でありエラーバーが少なくなっており $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 断面積のデータは精度が上がっている。

以上より、 $\tau \rightarrow hadron\nu_\tau$ 崩壊の崩壊幅と $e^+e^- \rightarrow hadron$ の全断面積 $\sigma_{e^+e^- \rightarrow hadron}$ との間には、以下の関係が成り立つ。

$$\Gamma(\tau \rightarrow hadron\nu_\tau) = \frac{\cos^2\theta_c G_F^2 m_\tau^3}{32\pi} \cdot 2 \int_0^{m_\tau^2} ds \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{m_\tau^2}\right) \frac{s}{8\pi^2\alpha^2} \sigma_{e^+e^- \rightarrow had}^{I=1}(s) \quad (1.17)$$

ここで α は微細構造定数 $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ である。

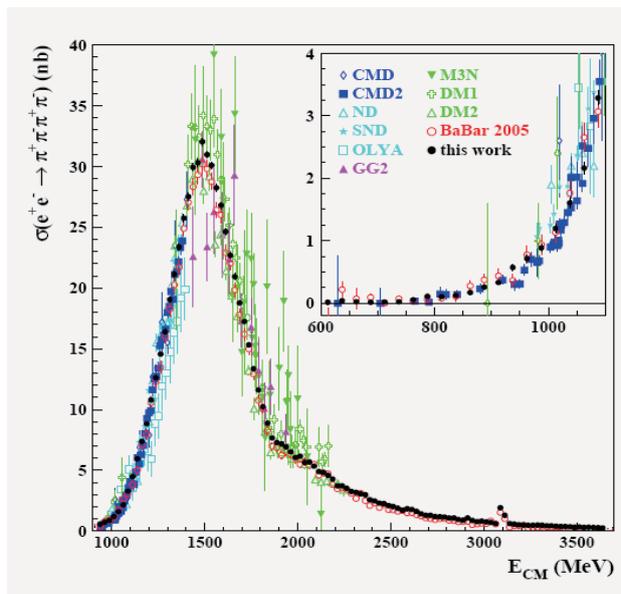


図 1.8 $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 反応の全断面積

第 2 章

実験装置

2.1 KEKB 加速器

KEKB 加速器は、茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構 (KEK) に建設された、2リング型の電子・陽電子衝突型加速器である。KEKB 加速器は以下のような特徴を持っている。

- 重心系のエネルギーが $\Upsilon(4S)$ の質量に相当する 10.58GeV に設定されている。 $\Upsilon(4S)$ はほとんど 100% の確立で B 中間子・反 B 中間子対に崩壊するので、 B 中間子以外からのバックグラウンドを低レベルに抑えることが出来る。また、 $B\bar{B}$ 系に量子力学的な特殊な性質を用いることで、 CP 非保存の測定に理想的な場を提供している。
- B 中間子の崩壊時間を精度よく測定するために、KEKB 加速器は電子と陽電子のエネルギーが異なる非対称エネルギー、2リング型の衝突型加速器になっている。
- CP 非保存の測定には重要な B 中間子の崩壊モードの崩壊分岐比は 10^{-5} から 10^{-6} と小さいため、大量の B 中間子・反 B 中間子対の生成が必要である。そのため従来より 2 桁高いルミノシティ ($1 \times 10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) を実現するように設計されている。

KEKB 加速器のような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子は異なったリング中に蓄積されなければならないため、2リングが必要となる。KEKB 加速器の全体図を図 2.2 に示す。KEKB 加速器は既存の周長 3km のトリスタン実験で使用されたトンネルの中に、電子を蓄積する 8GeV のリングと陽電子を蓄積する 3.5GeV のリングの 2 つのリングを並べて設置されている。電子と陽電子はそれぞれのリングの中を反対方向に周回する。2 つのリングは 2 ヶ所で交差するが、そのうちの筑波実験棟中の 1 ヶ所で電子と陽電子が衝突するようになっており、衝突点を囲んで Belle 測定器と呼ばれる大型の検出器が設置されている。

KEKB 加速器ではビーム強度 (以下ルミノシティと呼ぶ) が最大となるように設計されている。ルミノシティ \mathcal{L} と断面積 σ を持つ反応の発生頻度 R との間には、 $R = \mathcal{L}\sigma$ の関係

が成り立つ。ルミノシティは、ビームの強度やサイズから決まる量であり、衝突型加速器においてルミノシティは次式 (2.1) により与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi (1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right)_{\pm} \quad (2.1)$$

ここで、 E はビームのエネルギー (単位: A) である。また ξ はビームチューンシフトと呼ばれる量であり、ほぼ 0.040 の値を持つ。 r は衝突点における垂直方向 (y 方向) にどれだけビームを絞れるかを表すパラメーターである。結局、ルミノシティを大きくするためには、蓄積電流とビームチューンシフト ξ を大きくし、 β_y^* を小さくすれば良い。表 (2.1) に、KEKB 加速器の設計値のパラメータの値を示す。設計値のルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ を達成するには、陽電子リングに 2.6 A、電子リングに 1.1 A の電流を蓄積し、ビームの y 方向のベータ β_y^* を 0.01 m にする必要がある。

KEKB では、2003 年 5 月に設計値であるビームルミノシティ、 $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ を達成した。その後も最高記録を更新し続けており、2005 年 12 月には $1.6 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ を記録した。この値は、電子・陽電子型加速器のみではなく、世界中全ての衝突型加速器で実現された最も高い値である。

Ring	LER	HER
ビームエネルギー (e^+e^-)	3.5 GeV	8.0 GeV
周長	3016.26 m	
ルミノシティ	$1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	
ビーム交差角	$\pm 11 \text{ mrad}$	
ビームビームチューンシフト	0.039/0.052	
Beta function at IP (β_x^*/β_y^*)	0.33/0.01 m	
ビーム電流 (e^+e^-)	2.6 A	1.1 A
バンチ間隔	0.59 m	
バンチの数	5000	

表 2.1 KEBK 加速器：各パラメータの設計値

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi (1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right)_{\pm} \quad (2.2)$$

- E : ビームエネルギー [GeV]
 I : 蓄積電流 [A]
 ξ : ビームビームチェーンシフト
 (衝突時に働くビーム・ビーム力の強さを表す量)
 r : 衝突点における垂直方向のビームサイズを
 水平方向のビームサイズで割った値
 β_y^* : 衝突点で垂直方向にどれだけビームを絞るか
 を表すパラメータ [cm]

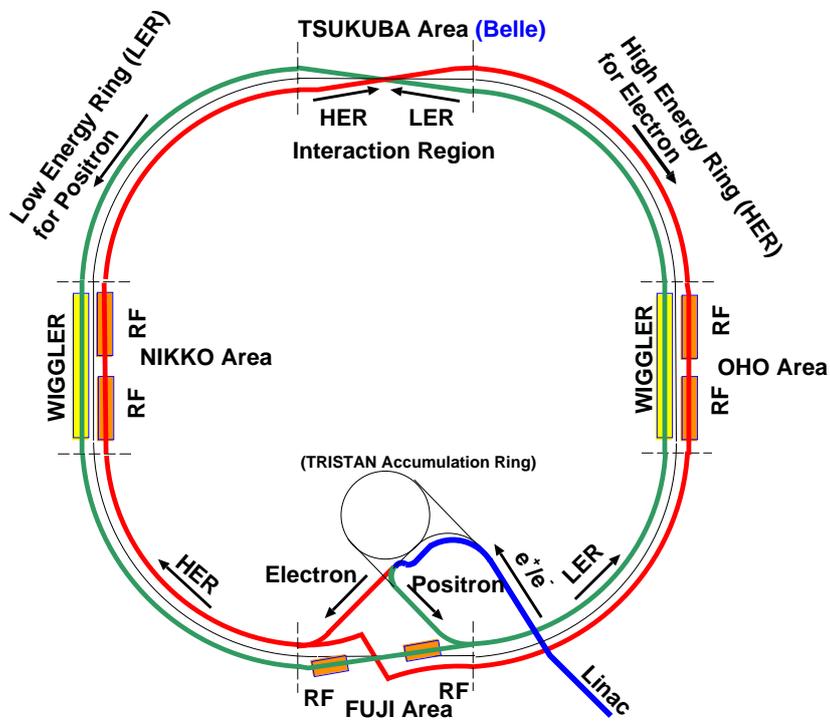


図 2.1 KEKB 加速器の概略図

2.2 Belle 検出器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対 (B と \bar{B}) が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個ずつ放出される。一方で、本論文の主題である、 $e^+e^-\tau^+\tau^-$ 反応で生成された各々の τ 粒子が崩壊すると、その終状態には、1 本、3 本または 5 本の荷電粒子および 0~3 個の π^0 中間子が含まれている。物理解析では、荷電粒子の運動量の測定のみではなく、荷電粒子の種類 (電子、 μ 粒子、 π 中間子、 K 中間子) の識別が非常に重要である。*Belle* 測定器は、これらの粒子を高い効率で検出し、かつ粒子の崩壊点や粒子の種類を区別する能力を持つように設計された大型で高性能な測定器である。

Belle 測定器の概略を図 2.2 に示し、表 2.2 に各検出器の主な役割を示す。

Belle 検出器では、ビームの衝突点を原点とし、電子のビームの方向を z 方向、鉛直上向きを y 軸、この 2 つから右手系になるように x 軸という座標軸を取っている。また z 軸周りの回転角を ϕ 、 z 軸からの偏角を θ 、 z 軸からの距離を r ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$) とする。以下、各測定器の構成と機能を説明する。

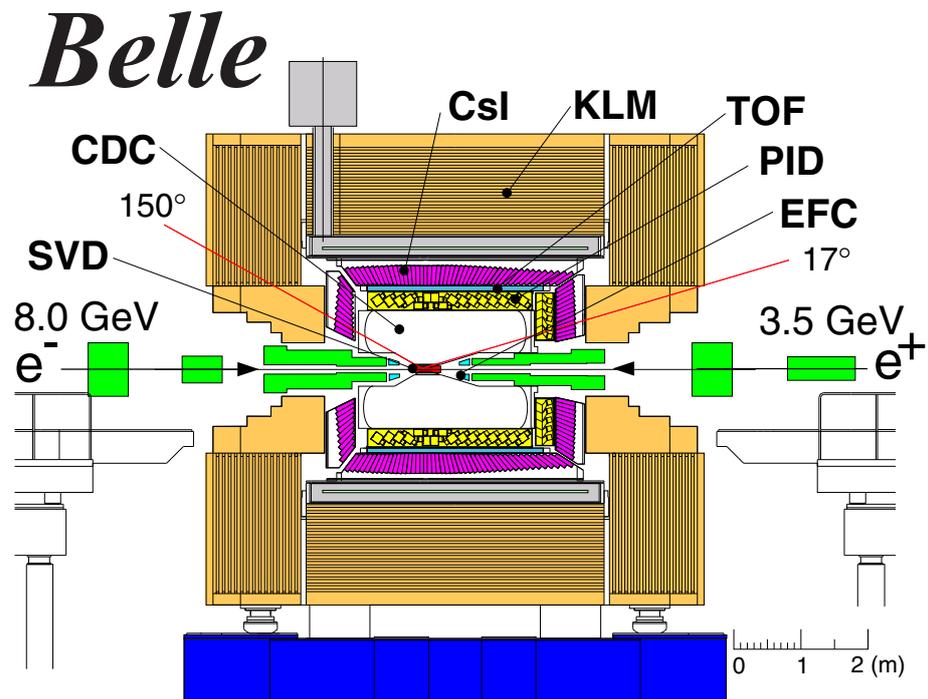


図 2.2 Belle 検出器の全体図

検出器	役割
EFC(超前後方カロリメーター)	ルミノシティのモニター
SVD(粒子崩壊点検出器)	B 中間子の崩壊点測定
CDC(中央飛跡検出器)	荷電粒子の運動量測定
ACC(エアロジェルチェレンコフカウンター)	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
TOF(飛行時間測定器)	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
ECL(CsI 電磁カロリメーター)	光子の検出とエネルギー測定
KLM(K_L^0 および μ 粒子検出器)	K_L^0 粒子と μ 粒子の検出

表 2.2 各検出器とその役割

2.2.1 粒子崩壊点検出器 (SVD)

SVD(Silicon Vertex Detector) は、短い寿命 ($10^{-10} \sim 10^{-13} \text{ sec}$) をもつ粒子の崩壊点を測定するための測定器である。粒子の崩壊点の測定は B 中間子のみではなく、 D 中間子や τ レプトンの物理の研究を行う上でも非常に重要である。本測定器は、崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 80 \mu\text{m}$ を達成している。また、SVD ではその外側に位置する中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割を担っている。

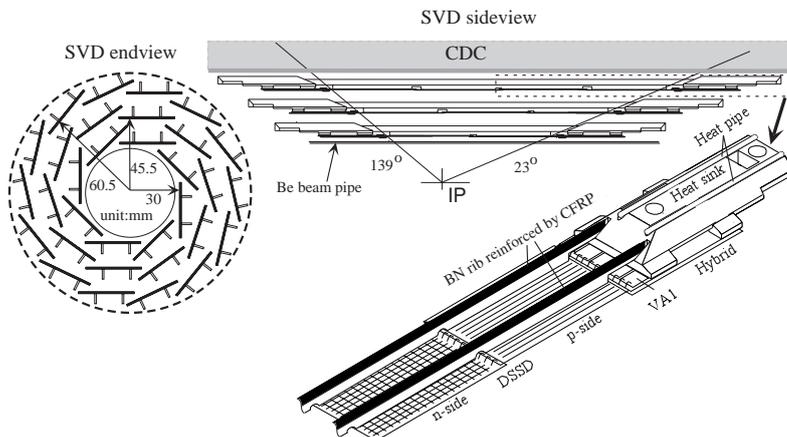


図 2.3 SVD の全体図

図 2.3 は SVD の断面図 (sideview) と断面図 (endview) である。3 層構造でビーム軸と角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っており、これは全立体角の 86% に対応する。また各々の層の半径は、内側から 30mm 、 45.5mm 、 60.5mm の位置にある。SVD は短冊型の半導体検出器である両面シリコンストリップ検出器 (DSSD) からできている。シリコンストリップ検出器 (DSSD) とは、厚さ $300\mu\text{m}$ のシリコン板の両面に幅 $6\mu\text{m}$ の電極を

25 μm の間隔で形成したものである。片面で ϕ 方向、もう片面で z 軸方向の位置を測定する。この上下の面には逆バイアス電圧をかけ、荷電粒子が通過した際に生成する電子とホール対を各電極に集めて信号を読み出し、位置を測定する。このDSSDを何層か重ねて多重はしご(ラダー)構造にし、ビームラインを中心に隙間がないように円筒状に配置している。各層で検出された粒子の位置を組み合わせ、衝突点付近まで内挿することによって B 中間子の崩壊点測定を行う。位置分解能は約100 μm である。

位置分解能を向上させるための検出器の構造上の工夫として、最も内側の層は可能な限り衝突点に近づけ、検出器全体をビームパイプと一体になるように組み立てる設計になっている。また、多重散乱を抑えるために検出部の物質量を小さくし、読み出しの電子学は検出器有感領域の外側に置いている。さらに、衝突点の最も近くに配置されビームバックグラウンドを多く受けるため、放射線に対して十分な耐性がなければならない。その要請を満たすため最新の電子学の半導体プロセスが用いられている。

2.2.2 中央飛跡検出器 (CDC)

CDC(Central Drift Chamber)は、荷電粒子の検出およびエネルギー損失(dE/dx)の測定を行う多線式のドリフトチェンバーである。1.5Teslaの磁場中に設置され、He(50%):C₂H₆(50%)の混合ガス中に多数の電極ワイヤーが張られている。荷電粒子がCDCを通過すると、ガスの分子がイオン化される。この時原子から分離される電子が陽極ワイヤーまで移動(ドリフト)する時間から、粒子の通過位置を知ることができる。磁場中を運動する荷電粒子は、ローレンツ力を受けて運動量に応じた螺旋を描く。この飛跡を各々のワイヤーから得た通過位置から再構成し、磁場の大きさと曲率半径から荷電粒子の運動量を測定する。飛跡の xy 平面上での曲率半径を $R[\text{m}]$ とすると、荷電粒子の横方向運動量 $P_t[\text{GeV}/c]$ は次式(2.3)で求めることができる。

$$P_t[\text{GeV}/c] = 0.3B_{[\text{T}]}R_{[\text{m}]} \quad (2.3)$$

運動量の z 成分は z 軸に対する傾きから得られる。ワイヤー1本の xy 平面内の位置分解能は130 μm 、運動量 $P_t[\text{GeV}/c]$ の分解能 σ_{P_t}/P_t は $0.5\sqrt{P_t^2+1}(\%)$ である。

また、CDCでは同時に、荷電粒子が通過した際に生じる電子を集めて信号として読み出し、通過粒子のガス中での電離損失 dE/dx を測定する。 dE/dx は、運動量が同じであっても荷電粒子の種類によって値が異なるので、粒子識別を行うことができる。 dE/dx の分解能は6.0%である。

CDCの構造を図2.4に示す。外半径88cm、内半径7.7cm、長さ235cmの円筒形で、SVDと同じ $17^\circ < \theta < 150^\circ$ の領域をカバーしている。また、電子ビームと陽電子ビームのエネルギーが異なっていることを考慮して、 z 方向に非対称な形となっている。内部のチェンバーは50層のアノードワイヤーと3層のフィールドワイヤーで構成され、陽極(アノードワイヤー)には直径30 μm の金メッキタンングステン製、陰極(フィールドワイヤー)には直径120 μm のアルミニウム合金製ワイヤーが使用されている。1本のアノード

ドワイヤーを、8本のフィールドワイヤーで取り囲むように配置されており、ワイヤーの総本数はCDC全体で3万本にも及ぶ。荷電粒子の多重散乱による運動量分解能悪化を最小にするために、ガス・ワイヤーともに物質量の小さいものを使用していることが大きな特徴である。

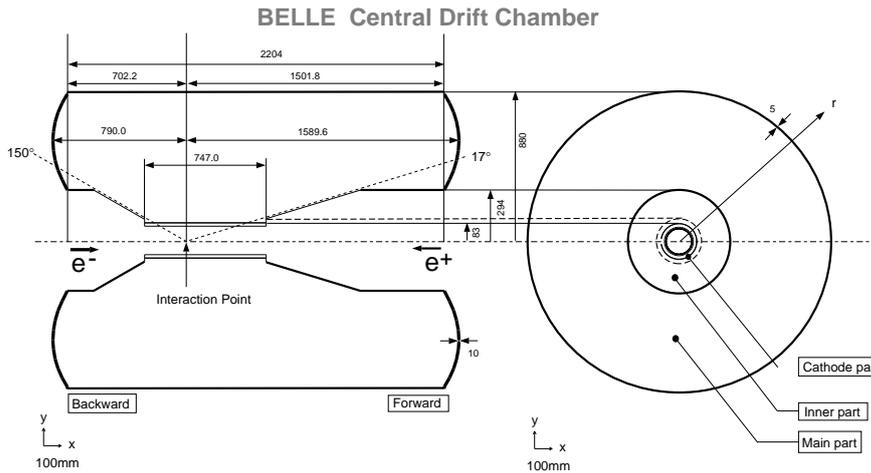


図 2.4 CDC の断面図

2.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター (ACC)

ACC(Aerogel Cerenkov Counter) は、広い運動量領域 (1.2~3.5GeV/c) において K 中間子と π 中間子の識別を行うことを目的とした閾値型チェレンコフカウンターである。質量 m の荷電粒子が屈折率 n の物質を速度 v で通過する際、下式 (2.4) の条件を満たせばチェレンコフ光を放射する。

$$n > \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2} \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (2.4)$$

K 中間子と π 中間子が同じ運動量で放射体を通過しても、 K と π の質量の違いから π 中間子のみがチェレンコフ光を放射する運動量領域が存在する。すなわち、放射体として適当な屈折率の物質を用いれば、チェレンコフ光が放射されたか否かによって K/π を識別することができる。

Belle 検出器では、放射体に屈折率が非常に小さいシリカエアロジェル ($n=1.01\sim 1.03$) を使用し、ファインメッシュタイプの光電子増倍管でチェレンコフ光を検出している。非対称エネルギーのビーム衝突であるため、発生する粒子の運動量の大きさは z 軸方向からの角度 θ に依存する。そのため、それに対応して広い運動量領域での高精度の K/π 中間子識別を実現するために図 2.5 に示すように θ によって異なる屈折率のエアロジェルを使用している。

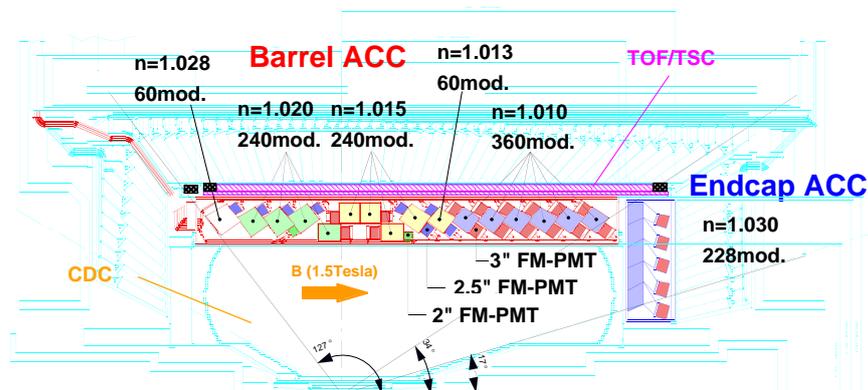


図 2.5 ACC の配置図

ACC のバレル領域は ϕ 方向に 60 セルに分割した 960 個のカウンターモジュール、エンドキャップ領域は 5 層の同心円状に配列された 228 個のカウンターモジュールから構成されている。全てのカウンターモジュールは衝突点の方向に向けた状態で配列されており、ACC 全体で $17^\circ < \theta < 127.2^\circ$ の領域をカバーしている。

ACC のカウンターモジュールを図 2.6 に示す。(a)、(b) はそれぞれバレル領域、エンドキャップ領域のモジュールである。5 枚のエアロジェルのタイルが板厚 0.2mm のアルミニウム製の箱の中に積み重ねられている。箱の大きさは約 $12 \times 12 \times 12 \text{cm}^3$ である。チェレンコフ光を効率的に検出するために、1 つまたは 2 つのファインメッシュ型光電子増倍管 (FM-PMT) をエアロジェルに直接取り付けられている。この FMT-PMT は 1.5 Tesla の磁場中でも使用可能である。

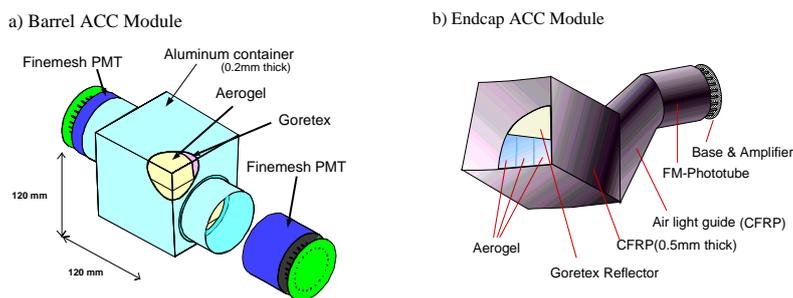


図 2.6 ACC のカウンターモジュール

2.2.4 飛行時間測定器 (TOF)

TOF (Time of Flight Counter) は、衝突点からの飛行時間を測定することによって K/π 中間子の識別を行うことを主な目的としたプラスチックシンチレーションカウン

ターである。粒子の種類が異なると、同じ運動量をもつ粒子であっても速さが異なるため、荷電粒子の速さを測定することで K/π 中間子を識別することができる。TOF の荷電粒子の識別は主として $1.2\text{GeV}/c$ 以下の運動量領域で有効である。また、CDC と組み合わせて荷電粒子を検出することで、事象が発生した時刻を得るためのトリガー信号を発する役割も担っている。

TOF システムは 128 個の TOF カウンターと 64 個の TSC(トリガーシンチレーター) から構成されている。台形の TOF カウンター 2 個と TSC1 個で 1 つのモジュールを作る。衝突点から 1.2cm の位置にある計 64 個の TOF/TSC モジュールで $34^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲を覆う。これらのモジュールは ECL の内壁に取り付けられている。TOF と TSC の間には 1.5cm の間隔が設けてある。これは、ビームに起因するバックグラウンド中の光子が電子・陽電子対生成を起こしても、 1.5Tesla の磁場によって軌道を小さく巡回させ、発生した電子・陽電子が TOF に届かないようにするためである。

粒子の飛行時間 T_{TOF} 、飛行距離 L_{path} には以下の関係がある。

$$\beta = \frac{L_{path}}{c \cdot T_{TOF}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}} \quad (2.5)$$

$$T_{TOF} = \frac{L_{path}}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m^2}{p^2}\right)^2} \quad (2.6)$$

ここで、 E 、 p 、 m はそれぞれ粒子のエネルギー、運動量、質量である。CDC で測定された運動量を用いれば、上式 (2.5) から粒子の質量が計算でき、種類を同定できる。飛行距離 1.2m 、時間分解能 100psec であれば、 $1.2\text{GeV}/c$ 以下の粒子識別が可能である。これは $\Upsilon(4S)$ 崩壊で生成される粒子の 90% にあたる。

分解能 100psec を実現するために、シンチレーション光の減衰長が 2m 以上と十分長く、発光の立ち上がりが速いシンチレーターを使用している。また、カウンター内を伝搬するシンチレーション光の時間的分散を最小限にするために、ライトガイドを使用せずに大面積のフォトカソードを持つファインメッシュ型光電子増倍管をシンチレーターに直接取り付けている。これらの工夫の結果、 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 事象を用いて観測された時間分解能は粒子の入射位置の z 座標にはほとんど依存せず、約 100psec を達成している。

さらに TOF は、後述する QtoT(charge to time) 変換に必要なゲート信号を作り、かつ数値化を担う TDC のストップ信号を生成するという役割を担う。トリガー信号の重複を防ぐため、TOF トリガー信号の頻度は 70kHz 未満に保たなければならない、ECL 用のゲートと CDC 用のストップ信号は 10nsec の精度を必要とする。これまでに、これらの条件を満たしつつ、 B 中間子対生成を含むハドロン事象に対してほぼ 100% のトリガー効率を実現してきた。

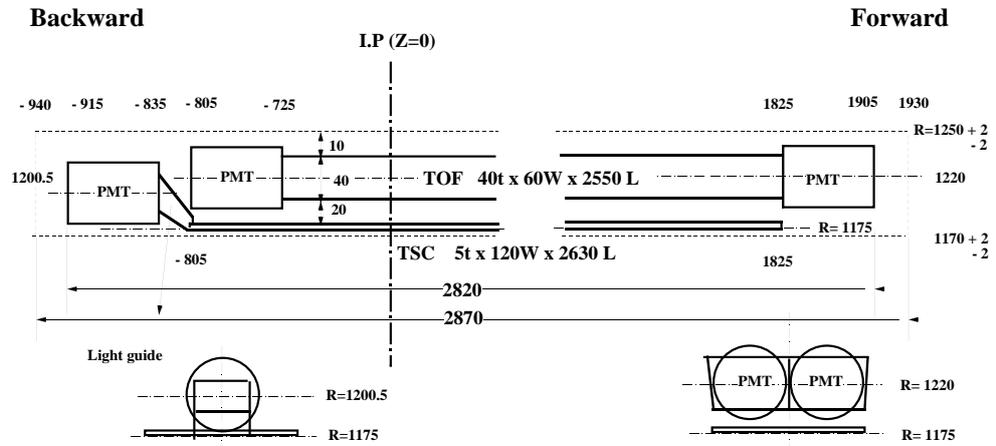


図 2.7 TOF/TSC モジュール

2.2.5 電磁カロリメータ (ECL)

ECL(Electromagnetic Calorimeter) は、光子や電子(陽電子)のエネルギーと入射位置を測定する検出器である。高エネルギーの光子や電子が物質に入射すると、電磁シャワーを形成してエネルギーを失う。シャワー中の粒子のエネルギー損失により励起状態になった物質中の原子は、脱励起する際に発光する。この光をシンチレーション光と呼ぶ。物質の厚さが十分であれば、入射した光子・電子はエネルギーのほとんど全てを物質中で失う。よって、この時のシンチレーション光の光量を電気信号に変換して読み出すことで、入射粒子のエネルギーを知ることができる。

CDC で測定した運動量 (p) と ECL で測定したエネルギー損失 (E) の間の比 (E/p) は電子または陽電子を識別する上で重要な測定量である。表 2.3 に示すように、荷電粒子の中では電子・陽電子だけが電磁シャワーを形成し、ECL 中でほとんどのエネルギーを失う。それに対し、他の荷電粒子は一部のエネルギーを失うに過ぎないため、 E/p は 1 よりもずっと小さくなる。すなわち、 E/p の値から、電子・陽電子と他の荷電粒子を高い信頼度で識別することが可能である。また、 B 中間子の崩壊過程の約 $1/3$ は π^0 を含んでおり、 π^0 は 2 つの光子に崩壊する。そのため、光子のエネルギーおよび方向を精度良く測定することは B 中間子の崩壊過程を研究する上で非常に重要である。

粒子	相互作用	エネルギー損失
e, γ	電磁シャワー	～ 粒子のエネルギー
μ	イオン化	～200MeV
π, K, p	イオン化とハドロン相互作用	$\geq 200\text{MeV}$ < 粒子のエネルギー

表 2.3 ECL と粒子の相互作用

ECL では、良いエネルギー分解能を得るために、光量の多い CsI(Tl) 結晶を用いている。ECL はバレル部分と前方及び後方エンドキャップ部分から構成されており、使用されている CsI カウンターの総数は 8736 本、総重量は 43t に及ぶ。バレル部分は外径 3.0m、内径 1.25m の円筒状で、前方・後方のエンドキャップはそれぞれ衝突点から 1.96m と -1.02m に位置している。また、検出領域はビーム軸から $17.0^\circ < \theta < 150.0^\circ$ の範囲である。各々の結晶はその軸をほぼ衝突点方向に向けて配列されている。衝突点で発生した光子がカウンターとカウンターの境界をすり抜けるのを防ぐため、バレル領域では r - ϕ 平面上で約 1.3° 、前方エンドキャップ領域では θ 方向に約 1.5° 、後方エンドキャップ領域では θ 方向に約 4° カウンターを傾けてある。ECL の断面図を図 2.8 に示す。

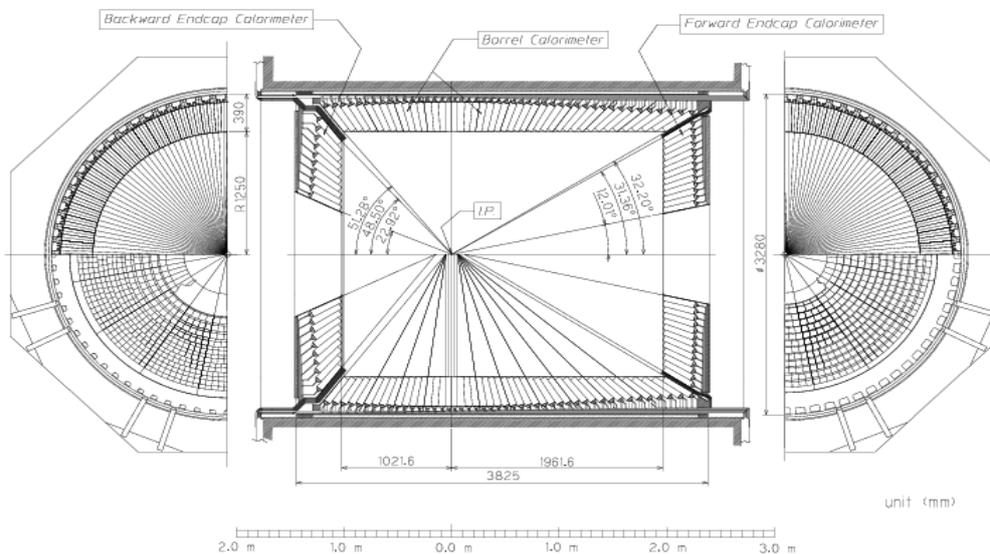


図 2.8 ECL の断面図

結晶の形状は長さ 30cm、前面 (衝突点側) は約 $5.5 \times 5.5 \text{ cm}^2$ 、後面 (信号読み出し側) は約 $6.5 \times 6.5 \text{ cm}^2$ となっており、隙間なく配置するために結晶の位置によって形状を変えてある。結晶の長さは $16.2X_0$ (X_0 :放射長) に対応し、断面の大きさはモリエール半径 (3.8cm) を考慮した大きさとなっている。入射粒子のエネルギー損失により発生するシン

チレーション光の読み出しには PIN フォトダイオードを用いている。そのため、ECL を超伝導ソレノイド内に設置することが可能となり、前方物質の量を低減して光子の検出効率を確保している。また、フォトダイオードにシンチレーション光を効率良く集められるように、結晶は厚さ $200\mu\text{m}$ の白色ゴアテックスシートで包んでいる。さらに、その上から $25\mu\text{m}$ の厚さのマイラーフィルム上に $25\mu\text{m}$ のアルミニウムを蒸着したシートで包み、雑音シールドを施している。結晶後面に接着したフォトダイオードの背後にはアルミニウム製ケーシングの入ったプリアンプを取り付け、フォトダイオードの信号に雑音が混入する前に増幅する設計になっている。

シャワーは横方向に広がりを持つため、電子や光子が直接入射したカウンターにとどまらず、その周辺を含めた複数のカウンターにも信号をもたらす。そこで、1つの粒子に起因する信号を持つカウンターの集団を見つけ、エネルギーの総和をとるという作業をする。まず、隣接するどのカウンターよりも大きな信号を検出し、かつその値が 10MeV 以上のもの (シードカウンター) を探す。このシードカウンターを中心に 5×5 の範囲に入る計 25本のカウンターのうち、 0.5MeV 以上の信号を検出したカウンターを選ぶ。こうして得られたカウンターの集団をクラスターと呼ぶ。エネルギーの測定は、クラスターに含まれるカウンターが検出したエネルギーの総和をとり、入射位置はクラスター内のエネルギーの重心から決定する。

エネルギーは、実際に入射した粒子のエネルギーよりも若干小さくなる傾向がある。これは、クラスターの範囲外のカウンターやカウンターの後方にシャワーが漏れ出すためだと考えられる。また、カウンターの大きさが有限であるため、測定した入射位置と実際の位置にもずれが生じる。そこで、モンテカルロシミュレーションが電磁シャワーの振る舞いをよく再現していることを用いて補正関数を求め、これを適用してシャワーのエネルギーと入射位置を得ている。

2.2.6 K_L^0 、 μ 粒子検出器 (KLM)

KLM (K_L and Muon Detector) は寿命の長い K_L^0 中間子と、 μ 粒子を検出する。KLM は超伝導ソレノイドの外側に位置し、厚さ 4.7cm の鉄プレートと Resistive Plate Counter (RPC) という検出器が交互に積み重ねられた構造をしており、全体で 14 層を成している。

K_L^0 中間子は寿命の長い中性粒子であるので、内部の検出器では測定できない。そのため、原子核と強い相互作用して発生するハドロンシャワーの測定により検出する。KLM では $600\text{MeV}/c$ 以上の K_L^0 が測定可能である。一方で、 μ 粒子は高い貫通力を持つため、ある程度高い運動量 ($\geq 600\text{MeV}/c$) ならば内側の検出器を通過し、KLM に達する。 dE/dx 、TOF、ACC を用いた粒子の質量による粒子同定方法では、 μ 粒子 ($105\text{MeV}/c^2$) と π 中間子 ($140\text{MeV}/c^2$) の識別はできない。ここで、KLM 中での荷電粒子の振舞いに着目すると、 π^\pm 、 K^\pm 等の荷電ハドロンは電磁相互作用に加えて強い相互作用をするので、ほとんどが KLM に達する以前に止まってしまう。一方、 μ 粒子は電磁相互作用し

か起こさないため、KLM を何層にもわたって貫いて信号を残す。この性質から、SVD、CDC で検出した飛跡を KLM へ外挿し、対応する場所に KLM を何層にもわたって貫く飛跡があれば μ 粒子と識別することができる。現在、 $1.5\text{GeV}/c$ の μ 粒子に対する検出効率は 95% 以上である。

2.2.7 トリガーシステム

トリガーとは研究対象である物理現象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除き、収集すべき反応事象を限られたデータ収集システム容量内に収めることを目的としている。トリガーには主として、飛跡トリガーとエネルギートリガーがある。飛跡トリガーは、TOF・CDC からの飛跡と時間情報を用い、エネルギートリガーは、ECL で検出された全エネルギーと信号を検出したカウンター群の総数の情報を用いてトリガーを行う。トリガーのタイミングは主として TOF の TSC による信号で決められる。図 2.9 に Belle で採用されているトリガーシステムのブロックダイアグラムを示す。

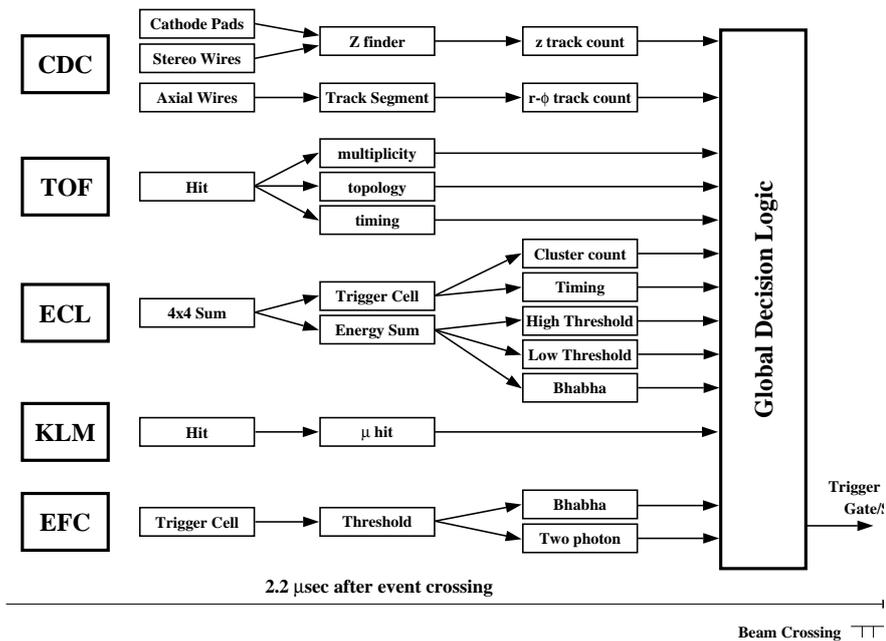


図 2.9 Belle トリガーシステム

これらの検出器サブシステムが発したトリガー信号は、グローバルデシジョンロジック (GDL) に送られる。GDL は各検出器サブシステムが発したトリガー信号の情報を総合して $2.2\mu\text{sec}$ 以内に当該事象のデータ収集を行うか否かを判定する。収集が決定された場合、その後 $0.35\mu\text{sec}$ 以内に各検出器に向けて最終トリガー信号を送る。GDL では

最終トリガー信号を発する理論判断にプログラマブルゲートアレイ (FPGA) を用いており、論理判断の条件を柔軟に変更・調整できるようになっている。加速器の運転状況に対応して調整を適したものにすることで、最終トリガーレートは 400Hz 程度であり、後段のデータ収集システムの処理および転送能力の許容範囲に収まっている。ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における各事象の断面積とトリガーレートを表 2.4 に示す。

物理過程	断面積 (nb)	トリガーレート (Hz)
$B\bar{B}$ 事象	1.2	12
$q\bar{q}$ 事象	2.8	28
μ/τ 対生成	1.6	16
Bhabha 散乱	44	$4.4^{(a)}$
光子対生成	2.4	$0.24^{(a)}$
計	~67	~96

表 2.4 ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における断面積とトリガーレート:

上付 ^(a) は 1/100 をかけた値を示す。Bhabha 散乱と光子対生成の事象はルミノシティの測定や検出器の較正に用いられるが、その断面積が大きすぎるため該当事象 100 事象当たり 1 事象のデータのみ収集する。

第 3 章

事象選別

本研究の目的である $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象は、KEKB 加速器で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成された多量のタウ粒子の崩壊事象を選別することで得られる。本章では $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成したタウ粒子対のうち、片方のタウ粒子 (ここでは τ^-) が本研究対象である $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ に崩壊し、もう一方のタウ粒子 (ここでは τ^+) がレプトニック崩壊 ($\tau^+ \rightarrow \ell^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\ell$) をする事象選別の方法について述べる。ここで ℓ は電子 (e) またはミュー粒子 (μ) を示す。(以下、特に断らない限り荷電共役反応を含む。) 他方のタウ粒子にレプトニック崩壊を要求したのは、ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) のバックグラウンドを少なくし、信号の S/N 比を向上させるためである。

3.1 電子・陽電子衝突反応の概要

本解析で用いた実験データは、KEK にある重心系のエネルギー $\sqrt{s}=10.58\text{Gev}$ の e^+e^- 衝突型加速器 (KEKB 加速器) の衝突点に設置された Belle 測定器を用いて収集されたものである。

収集したデータには本研究の対象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外にも、様々な反応事象が含まれている。解析の第 1 段階は、信号事象をそれ以外の事象 (バックグラウンド) から分離することである。バックグラウンドとなりうる反応を表 3.1 に示し、その特徴を以下にまとめる。

1. バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$)

終状態の e^+e^- は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量やエネルギーに不足分がない。生成断面積が非常に大きく、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ などの過程で γ が検出されない場合や終状態の e あるいは γ が、衝突点付近の物質と反応してシャワーを起こした場合には $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と間違いやすい。

2. $\mu^+\mu^-$ 対生成 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$)

バーバー散乱に同じく終状態の $\mu^+\mu^-$ は、back-to-back の方向に生成される。検

出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず運動量やエネルギーに不足分がない。

3. ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)

クォーク・反クォーク対 $q\bar{q}$ は back-to-back の方向に生成される。ここで q は、 u, d, s クォーク及び c クォークを意味する。観測されたハドロンはそのクォークの方向にジェット状に生成される。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。

4. B 中間子対生成 ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0B^0, B^+B^-$)

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。終状態の粒子は、 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 反応と比べて広い範囲に分布する。この事象は事象の形状を表す量 (スラスト) を用いて容易に信号と区別できる。

5. 二光子過程

二光子過程には、二光子レプトン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-, e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) および二光子ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$) 反応がある。ここで q は、 u, d, s クォークを示す。二光子過程は電子と陽電子が放出した仮想光子同士の散乱である。このとき、もとの電子と陽電子は高い運動量やエネルギーを持ち、ビームパイプに沿って進む。そのため、この過程では検出される運動量やエネルギーを散乱前の状態と比較すると不足分が大きい。 P_t の方向は比較的良くバランスしているので、この特徴を用いて $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応と区別が可能である。

6. ビームとビームガス (ビームパイプ) との反応ビームとビームガス (ビームパイプ) との反応がバックグラウンドとなる。この反応はビームの軌道に沿って一様に起こるので、衝突点の領域に制限を加えることで、信号事象と区別が可能である。一方、信号となる $\tau^+\tau^-$ 対生成事象では終状態の ν_τ が検出されないための運動量やエネルギーに不足分がある。このため運動学的に直接事象を識別することはできない。しかしながら、不足分があることとは逆に $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の重要な特徴であり、その特徴をうまく利用することで、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応以外のバックグラウンドを減らすことが出来る。

信号の検出効率を高く保ちながら、バックグラウンドを効率的に少なくするには、信号やバックグラウンド過程の特徴を正確に知る必要がある。そのためには計算機上で疑似事象を生成し、検出器の細かい特徴をシミュレーションを用いて調べる方法が最も正確である。事象選別条件の最適化や、実験データに含まれるバックグラウンドの見積り、事象の検出効率を求めるために用いたプログラムの名称を表 3.1 に示す。これらのプログラムは、各反応の微分断面積や終状態の各分布や粒子の多重度をモデル化し、現実を忠実に再現するように長年改良されてきたものであり、高エネルギー実験で標準的に使われているものである。 $\tau^+\tau^-$ 対の発生には、KORALB/TAUOLA プログラム、バーバー散乱に BHLUMI プログラム、 $\mu^+\mu^-$ 対生成に KKMC プログラム、 $\bar{B}B$ 中間子対や、ハドロン対生成 ($q\bar{q}$) には QQ プログラム、二光子過程には AAFHB プログラムを用いた。

BHLUMI と KKMC には、現在までに知られている最も高次の輻射補正の効果が含まれている。

粒子と検出器を構成する物質と相互作用のシミュレーションには、GEANT プログラムを用いた。ビームと真空パイプ中の残留ガスとの反応から生じるバックグラウンドを忠実にシミュレートするために、ランダムな時間に読み出しデータを用いて、その情報をシミュレーションの事象に含めた。

表 3.1 e^+e^- 衝突で起こる様々な反応の生成断面積および、その反応のシミュレーションに使用したプログラム名。プログラム名がデータとなっているのは、その見積もりをシミュレーションに頼らず、実験データそのものを用いて行った事を意味する。

	反応の名称	e^+e^- 衝突反応	生成断面積	使用したプログラム	参照
信号	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- + \tau^+\tau^-$ ($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow \text{others}$)	0.92nb	KORALB TAUOLA	[8] [9, 10, 7]
バックグラウンド	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- + \tau^+\tau^-$ ($\tau^-, \tau^+ \rightarrow \text{generic}$)	0.919nb	KORALB TAUOLA	[8] [9, 10, 7]
	(1) バーバー散乱	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$		BHLUMI	[5]
	(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$	1nb	KKMC	[6]
	(3) ハドロン生成	$e^+e^- \rightarrow q\bar{q} (q = u, d, s)$ $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	1.30nb	QQ	[3]
			2.09nb	QQ	[3]
	(4) B 中間子対生成	$e^+e^- \rightarrow B^+B^-$ $e^+e^- \rightarrow B^0B^0$	0.525nb	QQ	[3]
			0.525nb	QQ	[3]
	(5) 二光子過程	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-u^+u^-/d^+d^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-s^+s^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-c^+c^-$	18.9nb	AAFHB	[2]
			40.9nb	AAFHB	[2]
			12.50nb	AAFHB	[2]
0.227nb			AAFHB	[2]	
0.03nb			AAFHB	[2]	
(6) ビームガスとの反応				データ	
宇宙線				データ	



図 3.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別の流れ

本解析のフローチャートを図 3.1 に示す。モンテカルロの事象は、データと同じ解析プログラムを通すことで、データ再構成のアルゴリズムや選別条件の影響が自動的にモンテカルロ事象にも反映されるようになっている。このフローチャートに沿って、まず τ 粒子対生成事象の選別条件を説明し、次に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別について説明する。

3.2 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

この節では一般的な $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の選別に用いた具体的な条件について説明する。

3.2.1 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴

$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象は、

1. 荷電飛跡の数が2~5本と少ないこと
2. 反応の中で出てくるニュートリノ (ν_τ) が検出されないため運動量やエネルギーに不足分 missing(以下、ミッシングと呼ぶ) があること

が特徴としてあげられる。 τ 粒子の全崩壊モードの中で、荷電飛跡1本含むモードで崩壊するのは全体の85%、荷電飛跡が3本含まれるような崩壊は15%である。よって $\tau^+\tau^-$ 事象では

- $\tau^+\tau^-$ の両方が荷電飛跡1本のモード崩壊(荷電飛跡計2本)する割合が72%
- $\tau^+\tau^-$ のうち一方が荷電飛跡を1本、もう一方が3本の崩壊モードへ崩壊(荷電飛跡計4本)する割合が13%

となる。つまり、荷電飛跡が2本から4本ある事象を選べば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のうちの大部分(85%)を選ぶことができる。

データ解析では、まず、測定器で間違いなく検出された「荷電粒子」やカロリメータで信号として観測される「光子」の条件をはっきりさせることが重要である。間違いなく検出された「荷電粒子」、「光子」として以下の条件を要求した。

- 荷電粒子の条件
 - CDC や SVD で観測した荷電飛跡を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の $x-y$ 平面上での距離 dr が 0.5cm の範囲にあり ($|dr| \leq 0.5\text{cm}$)、かつ、衝突点に対する最近接点の z 座標 dz が $\pm 3\text{cm}$ の範囲内にあること ($|dz| \leq 3.0\text{cm}$)。この条件は、ビームガスや宇宙線からの飛跡を除くと共に、 π や K が CDC の途中で崩壊したときに、その崩壊生成物の飛跡を除くための条件である。
 - 横方向の運動量 P_t が 0.10GeV 以上であること。 ($|P_t| \geq 0.1\text{GeV}$) P_t が 0.10GeV 以下であると、螺旋が CDC の真ん中付近で旋回し、CDC で正しく飛跡を測定できなくなる。これはそのような荷電粒子を除くための条件である。
- 光子の条件
 - 光子のエネルギーが ECL のバレル部分では 0.05GeV 以上であり、エンド

キャップ部分では 0.07GeV 以上であること。

これはビームバックグラウンド等のノイズと真の光子とを分別するための条件である。

- CSI(TI) カロリメータで観測されたクラスターの位置と、CDC で検出された飛跡をカロリメータの前面への外挿した点との距離が 25cm 以上離れていること。これは、荷電粒子がカロリメータの物質を通過することによって作られるクラスターを光子のクラスターの候補から除くための条件である。

3.2.2 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別

$\tau^+\tau^-$ 対事象を選ぶ第一段階として比較的緩い条件で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別する。この選別は Belle 測定器で収集した多量のデータから、後に行う詳しい解析に使う為のデータをあらかじめ選別することが目的である。要求した条件は以下の通りである。

- 荷電粒子の本数が 2~8 であること。
- 荷電粒子の本数が 2 本のときは、運動量の絶対値の和 ($\sum |P|$) が 9.0GeV 以下で、カロリメータで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 ($\sum |E|$) が 9.0GeV 以下であること。 ($\sum |P| \leq 9.0\text{GeV}/c, \sum |E| \leq 9.0\text{GeV}$)
これは、明白なバーバー散乱や μ 粒子対生成事象を除くための条件である。
- 荷電粒子の本数が 3~8 本のときは、運動量の絶対値の和 ($\sum |P|$) が 10.0GeV 以下で、カロリメータで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 ($\sum |E|$) が 10.0GeV 以下であること。
- 少なくとも 1 本の荷電飛跡の横方向の運動量 P_t が 0.5GeV 以上であること。
($P_t \geq 0.5\text{GeV}$)

これは、トリガーが確実にかかっていることを保証するための条件である。

以上のような条件を課しても、まだ多くのバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ 、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$)²、ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)、二光子過程 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ 等) がバックグラウンドとして残っているのでこれらを除く必要がある。その為に、さらに以下のような条件を要求して $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を選んだ。

まず、これまでの条件で得られた事象を図 3.4 のように、 e^+e^- の重心系で二つの半球に分ける。その際、事象軸を決めるためにスラスト (Thrust) の計算が必要である。スラスト T は、

$$T = \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \quad (3.1)$$

で与えられる。ここでスラスト軸 (事象軸) \vec{n} は T が最大となるものを選び、 \vec{p}_i はその他の粒子のもつ運動量である。また、スラストは事象の形状を表す量で、完全に一直線上

にジェットが向くときは $T = 1$ 、球状となるときは $T = 0.5$ となる。これにより、 $\tau^+\tau^-$ 事象は 2 つのジェットがほぼ正反対を向き一直線となる形をとる特徴があるので、今回 $\tau^+\tau^-$ 事象を選ぶために $T > 0.9$ を要求することで uds や charm の球体事象を減らすことができる。

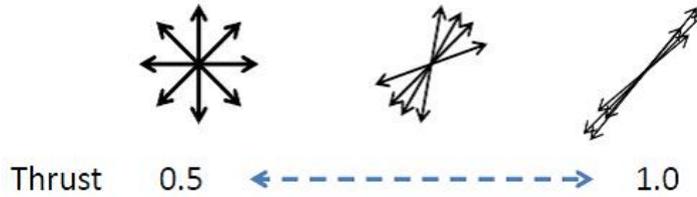


図 3.2 事象の形とスラストの関係

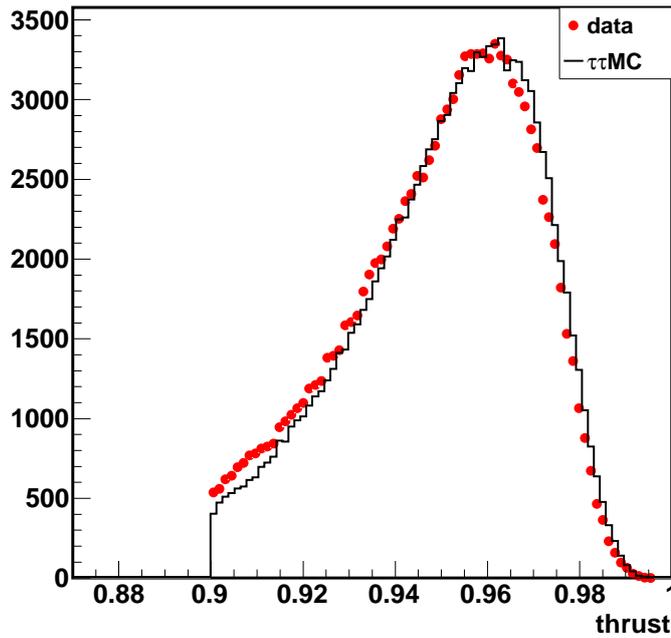


図 3.3 スラスト分布。0.9 以下はカットしている。

さらに、残りのバックグラウンドを除去するためにミッシング質量 (Missing Mass) の条件を課す。ミッシング質量は

$$M_{miss}^2 = (p_{initial}^{beam} - \sum_{\gamma} P_{final} - \sum_{\gamma} P_{final})^2 \quad (3.2)$$

から求める。ここで $P_{initial}^{beam}$ は状態の e^+e^- ビームの全 4 元運動量、 P_{final}^{tracks} は終状態で観測された荷電飛跡の 4 元運動量である。(図 3.5 を参照)

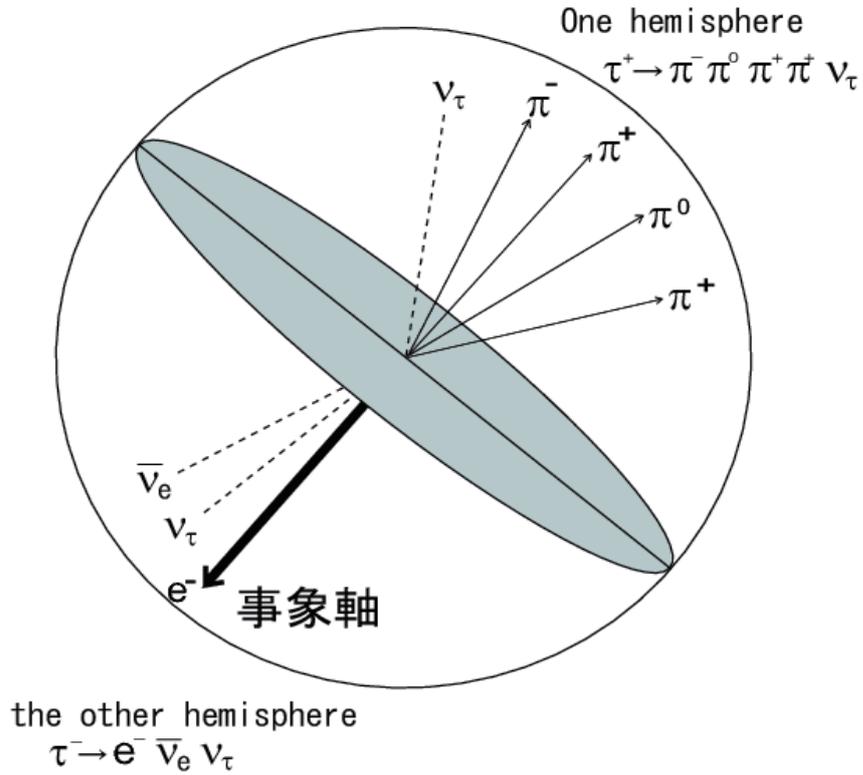


図 3.4 事象の半球図

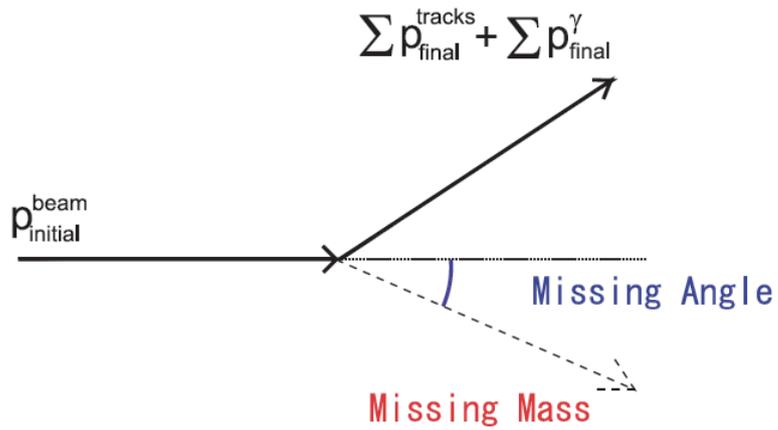


図 3.5 ミッシング質量

また、運動量の保存から決まるミッシングの重心系における方向をミッシング角 ($\theta_{\text{missing}}^*$) と呼ぶ。 M_{miss} と ($\theta_{\text{missing}}^*$) の二次元プロットを図 3.6 に示す。図 (1) は、データ、図 (2)~(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に、 $\tau^+ \tau^-$ 対生成、

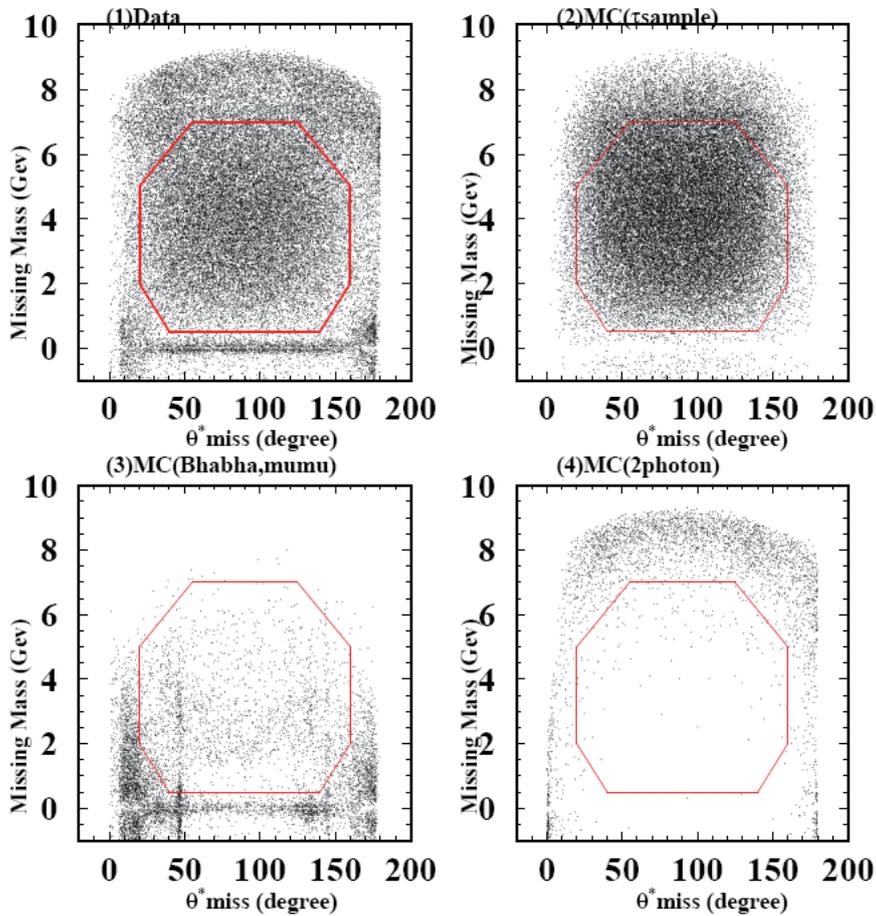


図 3.6 ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれからのバックグラウンドを示す。ここで赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。

バーバー散乱、二光子生成反応の分布を示す。図 (3) より、バーバー散乱事象やミュー粒子対生成事象は、 M_{miss} がゼロの辺りに集中して分布することがわかる。これらのモンテカルロによる分布とデータの分布を比較することで、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の条件として図中の八角形の中にあることを要求した。

ちなみに、図 (3) で $\theta_{missing}^*$ が 45 度付近と 145 度付近に見えるバンドは、光子を伴うバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) において、電子または光子がカロリメーターのバレル部分とエンドキャップ部分の境界に向かっているような事象である。その付近は、カロリメーターの境界条件でありエネルギーを正しく測定出来ないために $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の候補として残っている。このような事象を落とすために、荷電飛跡や光子がカロリメーターのバレル部分とエンドキャップ部分の境界に向いていないことを要求した。バーバー散乱は生成断面積が非常に大きいので、それをさらに落とすための工夫が必要である。その

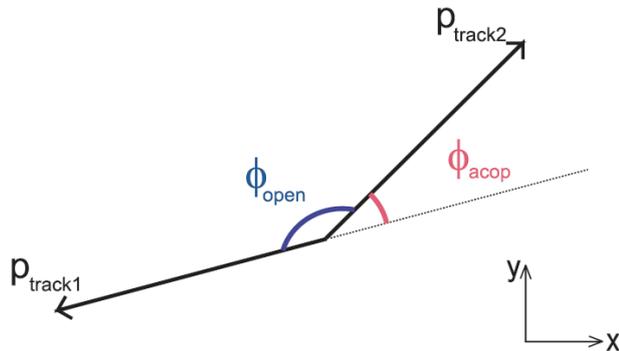


図 3.7 アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{acop} = |180^\circ - \phi_{open}|$ と定義される。ここで ϕ_{open} は $r - \phi$ での 2 つのトラックの開き角である。

ためにアコプナリティ角 ϕ_{acop} を導入する。アコプナリティ角とは最も運動量の大きい荷電飛跡と 2 番目に高い運動量を持つ荷電飛跡とが $x - y$ 平面においてなす角 ϕ_{open} の補角であり、 $\phi = 180^\circ - \phi_{open}$ と表せる (図 3.7)

この段階で残っている、バーバー散乱事象 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) は生成された電子あるいは陽電子が、ビーム付近の物質と相互作用して運動量が正しく測れないような事象である。このような場合にも、電子 (陽電子) の方向はよく保存しているのでアコプナリティ角 $\phi_{acop} \leq 1^\circ$ を要求することでそのようなバーバー散乱を除去できる。

3.3 解析に用いたデータ

本解析に用いたデータは、Belle 測定器で 2000 年 10 月から 2008 年 6 月までに収集したもので、積分ルミノシティにして $775.938/fb$ に相当する。具体的なデータの収集時期と積算ルミノシティの値を表 3.2 にまとめる。

以上の条件を全て要求することにより選ばれた $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の数は 351,400,867 事象である。

実験番号	収集された時期	ルミノシティ
9	2000年10月～2000年12月	4.436/fb
11	2001年1月～2001年4月	9.335/fb
13	2001年4月～2001年7月	11.932/fb
15	2001年10月～2001年12月	13.904/fb
17	2002年1月～2002年3月	12.034/fb
19	2002年3月～2002年6月	28.535/fb
21	2002年9月～2002年10月	4.375/fb
23	2002年10月～2002年10月	7.689/fb
25	2003年1月～2003年4月	28.625/fb
27	2003年4月～2003年7月	29.176/fb
31	2003年10月～2003年12月	20.243/fb
33	2004年1月～2004年2月	20.420/fb
35	2004年2月～2004年3月	18.693/fb
37	2004年3月～2004年7月	67.737/fb
39	2004年9月～2004年12月	49.961/fb
41	2005年1月～2005年4月	65.595/fb
43	2005年4月～2005年6月	63.513/fb
45	2005年9月～2005年10月	15.381/fb
47	2005年11月～2005年12月	41.122/fb
49	2006年1月～2006年3月	29.849/fb
51	2006年4月～2006年6月	43.682/fb
55	2006年9月～2006年12月	79.576/fb
61	2007年10月～2007年12月	36.621/fb
63	2008年2月～2008年4月	37.788/fb
65	2008年4月～2008年6月	42.125/fb
合計		775.938/fb

表 3.2 各実験番号の収集時期とルミノシティ

3.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

この節では前節で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中から一方の τ 粒子が信号モード $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ に崩壊し、他方の τ 粒子がレプトニック崩壊する事象の選別条件について説明する。

3.4.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別の条件

まず $\tau \rightarrow 3h\pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を選別するために、以下の条件を課した。(ここで $h = K$ または π である。)

$\tau \rightarrow 3h\pi^0 \nu_\tau$ 崩壊条件を要求する。

1. 半球中に荷電粒子が 3 本あり、その電荷の合計が

$$-1(\tau^- \rightarrow h^- h^+ h^- \pi^0 \nu_\tau)$$

$$+1(\tau^+ \rightarrow h^+ h^- h^+ \pi^0 \nu_\tau)$$

の 2 通りに限定する。

2. 半球中に π^0 粒子が 1 つある。 π^0 粒子はほぼ 100% の確率で光子 2 つに崩壊するので、2 つの光子を組み合わせることから π^0 を再構成するために用いる光子について以下の条件を課した。

(a) エネルギーが 0.08GeV 以上 ($E_\gamma \geq 0.08\text{GeV}$) であること。

(b) $24^\circ \leq \theta_\gamma \leq 138^\circ$ であること。これは、SVD の 23° 以下または 139° 以上の部分に比較的多くの物質が存在するため正しい測定が行われないからである。

(c) カロリメーターのバレルとエンドキャップの境界付近で観測された光子でないこと。境界付近の光子はエネルギーが正しく測定されないのを除いた。

(d) 2 つ以上の光子の組み合わせがあった場合はエネルギーが一番高い光子を優先し、重複しないように選んだ。80% は組み合わせが 1 つで問題ないが、20% は 2 つ以上の組み合わせを持つ光子があるためである。

条件を満たした 2 つの光子の不変質量と π^0 の質量 $M_{\pi^0}=134.9\text{MeV}$ の差を 2 つの光子の不変質量の分解能で割ったのを、

$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}}$$

と定義し、この段階では緩い条件として $S_{\gamma\gamma}$ が -14 から 14 の範囲に入っていることを要求した。(最終的には後に述べるが $S_{\gamma\gamma}$ が -6 から 5 の範囲に入っていることを要求する。)

また、本解析で目的としている $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊以外からくるバックグラウンド (フィードアクロスバックグラウンド) の除去のために以下のことも考慮した。

(a) 光子転換している事象の除去

- i. 符号の異なる荷電粒子の質量を、それぞれの電子の質量 $M_e=0.51\text{MeV}$ に過程する。その 2 つの荷電粒子の不変質量を求め、不変質量が 0.15GeV 以下になる。
- ii. 荷電粒子の粒子 ID (e または μ) をエアロジェルチェレンコフカウンターと電磁カロリメーターから得る。この ID は、1 に近いほど π らしく、0 に近いほど e らしいといえる。ここでプラスかマイナスかどちらかの荷電粒子の粒子 ID が 0.1 以下になる。

上記の 2 つの条件を満たす事象は排除した。これにより、光子転換 $\gamma \rightarrow e^+e^-$ を含む事象を除去することができる。

(b) $P_{\pi^0}^*/E_{beam}^* \geq 0.04, E_{beam}^* = 5\text{GeV}$ なので、すなわち e^+e^- 重心系での π^0 の運動量が 200GeV 以上になるようにしている。

3. 選別した $\tau^- \rightarrow h^-h^+h^-\pi^0\nu_\tau$ 事象に対して、終状態の荷電粒子が、条件 $P(\pi/K) \geq 0.6$ によって π と識別されていることを要求した。
4. $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ に崩壊する半球の反対側に対して、電子が 1 つまたは μ 粒子が 1 つに崩壊しているという条件を課した。このとき電子と μ 粒子の選別のためにレプトン ID を用いて、それぞれ $P(e) > 0.9, P(\mu) > 0.9$ を条件とした。
5. $S_{\gamma\gamma}$ が 6 から 5 の範囲に入っていることを要求した。 $S_{\gamma\gamma}$ の分布について図 3.8 に示す。
6. $E_\gamma^{max} < 200\text{MeV}$ の π^0 から崩壊した 2 つの光子以外に、 200MeV 以上のエネルギー E_γ^{max} を持つ粒子があれば、その事象を除く。これは、 π^0 が複数あった可能性があるからであり、複数の π^0 を含むフィードアクロスバックグラウンド (本解析で対象としている $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊以外からくるバックグラウンド) を除去することができる。
7. トリガーによる条件。Belle 実験では、トラックやエネルギーなどに関する様々なトリガーがあり今回はカウントダウン (スケールダウン) していないトリガーのうち 1 つでも on であれば、トリガーをクリアしている事にした。Belle のトリガーは SVD1 (実験番号 < 30) から SVD2 (実験番号 > 30) でアップデートされたため対応するトリガービットが異なっている。トリガーに関しては表 3.3、3.4 に示す。代表的なものを説明すると、ncdr_ful は CDC を完全に通過したトラックの数、ncdr_short は CDC の途中まで進んだトラックの数、e_high は 1GeV 以上、niel はクラスターの数、!csi_bb はトリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと、!csi_cosmic はトリガーレベルで宇宙線であると認識されていないことである。SVD2 で追加された、!liveto35 は continuous injection (10Hz) 直後の 3.5msec 間、トリガーをかけないようにする veto である。

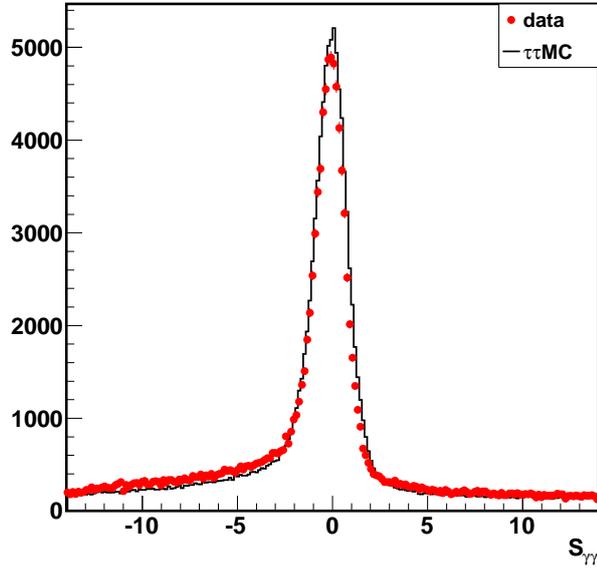


図 3.8 π^0 のシグナル分布。データを赤プロットでモンテカルロの事象を黒のヒストグラムで示した。

表 3.3 SVD1:各トリガーの定義

番号	名称	定義
0	ff_zt2oc	$(ncdr_full > 1) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& (ncdz > 0) \& csi_timing \& !csi_bb$
4	ffs_zt2	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& tsc_ge2 \& (ncdz > 0)$
5	ffs_zt2oc	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& tsc_ge2 \& (ncdz > 0) \& cdc_open \& csi_timing$
6	fff_ot2c2z	$(ncdr_full > 2) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& (nicl > 1) \& (ncdz > 0)$
10	fff_ot2z	$(ncdr_full > 2) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& (ncdz > 0)$
12	hie	$e_high \& !csi_bb \& !csi_cosmic$
13	clst4	$(nicl > 3) \& !csi_cosmic$
24	klm_opn	$cdc_open \& (klm_brl \# klm_fwd \# klm_bwd)$
25	klm_b2b	$cdc_bb \& (klm_brl \# klm_fwd \# klm_bwd)$
27	clst5	$(nicl > 4) \& !csi_cosmic$
30	hadronb	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 0) \& (ncdz > 0) \& e_low \& (nicl > 1) \& tsc_ge1$
40	hadron	$(ncdr_short > 2) \& e_low \& (nicl > 1) \& tsc_ge1$
43	hadronc	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& cdc_open \& e_high \& (nicl > 2) \& tsc_ge1$
44	loe_fs_oz	$e_low \& (ncdr_short > 1) \& (ncdr_full > 0) \& cdc_open \& (ncdz > 0) \& !csi_bb$
47	e_had	$e_lum \& !csi_bb$

表 3.4 SVD2:各トリガーの定義

番号	名称	定義
3	ff_t2oc	(ncdr_full>1)&cdc_open&tsc_ge2&csi_timing&!csi_bb&(liveto35)
4	ff_t2oc2	(ncdr_full>1)&cdc_open&tsc_ge2&(nicl>1)&!csi_bb&(liveto35)
7	ffs_t2oc	(ncdr_short>2)&(ncdr_full>1)&tsc_ge2&cdc_open&csi_timing&(liveto35)
8	ffs_t2oc2	(ncdr_short>2)&(ncdr_full>1)&tsc_ge2&cdc_open&(nicl>1)&(liveto35)
10	fff_t2oc2	(ncdr_full>2)&cdc_open&tsc_ge2&(liveto35)
16	hie	e_high&!csi_bb&!csi_cosmic&(liveto35)
17	clst4	(nicl>3)&!csi_cosmic&(liveto35)
18	clst5	(nicl>4)&!csi_cosmic&(liveto35)
21	e_had	e_lum&!csi_bb&(liveto35)
24	hadron_a	(ncdr_short>2)&e_low&(nicl>1)&tsc_ge1&(liveto35)
25	hadron_b	(ncdr_short>2)&(ncdr_full>0)&e_low&(nicl>1)&tsc_ge1&(liveto35)
26	hadron_c	(ncdr_short>2)&(ncdr_full>1)&cdc_open&e_high&(nicl>2)&tsc_ge1&(liveto35)
27	loe_fs_o	e_low&(ncdr_short>1)&(ncdr_full>0)&cdc_open&!csi_bb&(liveto35)
28	loe_fs_to	e_low&(ncdr_short>1)&(ncdr_full>0)&tsc_ge1&cdc_open&!csi_bb&(liveto35)
57	klm_opn	cdc_open&(klm_brl#klm_fwd#klm_bwd)&(liveto35)
58	klm_b2b	cdc_bb&(klm_brl#klm_fwd#klm_bwd)&(liveto35)

これらの条件を課して $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象はデータで 2,449,046 事象を選別した。ここで $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象を選ぶために用いた条件とそれによる効果、詳しい事象数を表 3.5 に示した。なお、この表は τ のモンテカルロでの本物の事象数と比較しており、Efficiency は生成された全ての事象数 6.48×10^7 に対する割合である。

表 3.5 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別条件による事象数の変化率

選別条件	事象数	Efficiency(%)
(1) 荷電粒子 3 つの電荷の合計が $\delta +1$ or -1	24826703	38.33
(2) π^0 が $\delta 1$ つ以上	12440353	19.21
(3) $3\pi\pi^0$ と識別	10721695	16.55
(4) 反対側が δ 電子 or μ 粒子	8940247	13.80
(5) $-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$	7700606	11.89
(6) $E_\gamma^{max} < 200\text{MeV}$	7096854	10.96
(7) トリガーが δ on	7089153	10.94

表 3.6 各実験ごとのデータで選別された $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象数とルミノシティ (\mathcal{L})

実験番号	事象数 ($N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$)	ルミノシティ (\mathcal{L})	$N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}/\mathcal{L}$
9	13050	4.436	2941.839495
11	28686	9.335	3072.951259
13	36027	11.932	3019.359705
15	42799	13.904	3078.178941
17	35382	12.034	2940.16952
19	84021	28.535	2944.489224
21	11742	4.375	2683.885714
23	22731	7.689	2956.30121
25	81643	28.625	2852.157205
27	86701	29.176	2971.654785
31	62740	20.107	3120.306361
33	65109	20.211	3221.463559
35	58499	18.626	3140.717277
37	213957	66.96	3195.295699
39	153025	47.326	3233.423488
41	203557	64.296	3165.935673
43	197884	62.654	3158.361797
45	48529	15.241	3184.108654
47	127126	40.618	3129.794672
49	93201	29.579	3150.917881
51	139285	43.992	3166.143844
55	254651	79.753	3192.995875
61	122504	36.621	3345.184457
63	126264	37.788	3341.378215
65	139933	42.125	3321.851632

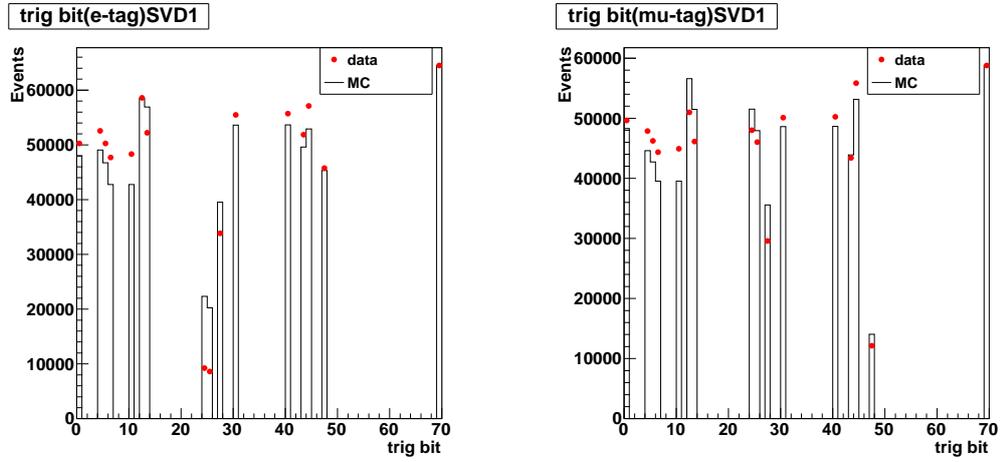


図 3.9 (左図)SVD1(実験番号 19 のみ)の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象で反対側が電子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。(右図)SVD1(実験番号 19 のみ)の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象で反対側が μ 粒子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。

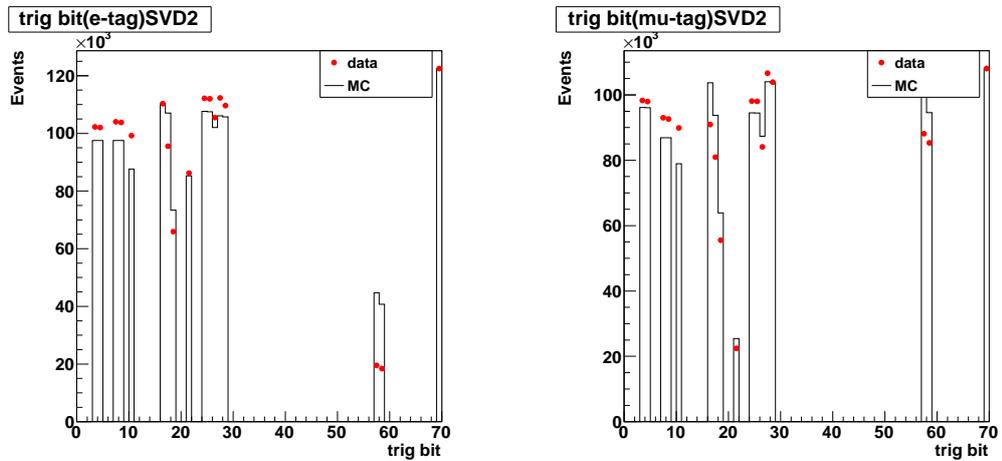


図 3.10 (左図)SVD2(実験番号 39 のみ)の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象で反対側が電子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。(右図)SVD2(実験番号 39 のみ)の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象で反対側が μ 粒子に崩壊したときのトリガービットの分布。データを赤で、モンテカルロを黒で表示している。

第4章

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定

4.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比

まず、今回測定する $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ の測定の概要について説明する。これまで選別してきた事象は $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成した τ 粒子対のうち、片方の τ 粒子が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ に崩壊し、もう一方の τ 粒子がレプトニック崩壊 ($\tau^+ \rightarrow \ell^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\ell$) をする事象であり、まとめて書くと $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^- \rightarrow (\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau)(\ell^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\ell)$ である。ここで ℓ は電子または μ 粒子を示す。この $\tau^+\tau^- \rightarrow (\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau)(\ell^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\ell)$ の事象数を $N_{4\pi-\ell}$ とすると

$$N_{4\pi-\ell} = 2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_{4\pi} \times \mathcal{B}_\ell \quad (4.1)$$

よって

$$\mathcal{B}_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-\ell}}{2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_\ell} \quad (4.2)$$

となり、ここでの $\mathcal{B}_\ell = \mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu$ である。ここから、崩壊分岐比を測定するにあたって $N_{\tau\tau}$ の求め方の違いで2種類に分かれる。

1. $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の生成断面積 $\sigma_{\tau\tau}$ とルミノシティ \mathcal{L} から $N_{\tau\tau}$ の求める方法。

$$N_{\tau\tau} = \sigma_{\tau\tau} \times \mathcal{L} \quad (4.3)$$

2. 精度良く測定された既知の崩壊の崩壊分岐比と観測数から求める方法。例えば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成した τ 粒子対のうち、片方の τ 粒子が電子に崩壊し、もう一方の τ 粒子が μ に崩壊する事象 $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\mu)$ を用いた場合、崩壊分岐比を $\mathcal{B}_\ell = \mathcal{B}_e, \mathcal{B}_\mu$ 、観測数を $N_{e-\mu}$ とすると、

$$N_{e-\mu} = 2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu \quad (4.4)$$

よって

$$N_{\tau\tau} = \frac{N_{e-\mu}}{2 \times \mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu} \quad (4.5)$$

で求められる。

今回は、2の方法を用いて $\mathcal{B}_{4\pi}$ の測定を行った。精度良く測定された既知の崩壊は例にあげた、 $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)(\mu^+\bar{\nu}_\tau\nu_\mu)$ (以後 $e\text{-}\mu$ 事象と呼ぶ。) を利用した。

4.2 崩壊分岐比の測定方法

$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ は式 4.2 に式 4.5 を代入して

$$\begin{aligned}\mathcal{B}_{4\pi} &= \frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{TRUE}}}{N_{e-\mu}^{\text{TRUE}}} \cdot \frac{\mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu}{(\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu)} \\ &= \frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}(1 - b_{4\pi-\ell})}{\eta_{4\pi-\ell} \times \eta_{\pi^0}^{\text{cor}} \times \eta_{\pi^-}^{\text{cor}} \times \eta_{e/\mu}^{\text{cor}}} \cdot \frac{\eta_{e-\mu} \times \eta_e^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}(1 - b_{e-\mu})} \cdot \frac{\mathcal{B}_e \mathcal{B}_\mu}{(\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu)}\end{aligned}\quad (4.6)$$

である。ここで用いる値について以下に示す。

- $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$: 実際に観測した $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象の数 (バックグラウンドも含む)。
- $N_{e-\mu}^{\text{obs}}$: 実際に観測した $e\text{-}\mu$ 事象の数 (バックグラウンドも含む)。
- $b_{4\pi-\ell}$: 観測した $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象に含まれるバックグラウンドの割合。
- $b_{e-\mu}$: 観測した $e\text{-}\mu$ 事象に含まれるバックグラウンドの割合。
- $\eta_{4\pi-\ell}$: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象の検出効率。
- $\eta_{e-\mu}$: $e\text{-}\mu$ 事象の検出効率。
- $\eta_{\pi^0}^{\text{cor}}$: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象における、 π^0 の粒子識別の検出効率の補正係数。
- $\eta_{\pi^-}^{\text{cor}}$: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象における、 π^- の粒子識別の検出効率の補正係数。
- $\eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象における、反対側の電子と μ 粒子の粒子識別の検出効率の補正係数。
- η_e^{cor} : $e\text{-}\mu$ 事象における、電子の粒子識別の検出効率の補正係数。
- η_μ^{cor} : $e\text{-}\mu$ 事象における、 μ 粒子の粒子識別の検出効率の補正係数。

次節ではまず $e\text{-}\mu$ 事象の選別について述べる。

4.3 e - μ 事象

この節では3章で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中から e - μ 事象を選別する。

4.3.1 e - μ 事象の選別の条件

e - μ 事象の選別の条件を以下にあげる。

1. 荷電粒子のトラックの本数が半球中に1本ずつの計2本で、電荷の合計が0である。
 $0(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau \text{ と } \tau^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau)$
 $0(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \text{ と } \tau^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\tau)$
2. 2本のトラックのうち1本がレプトン ID の $P_e > 0.9$ でもう一方が $P_\mu > 0.9$ である。
3. 一番高い光子のエネルギーが $E_\gamma^{max} < 0.2 \text{ GeV}$ である。
4. アコプナリティ角 $\phi_{acop} > 1^\circ$ である。
5. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ のときと同様にトリガーが on になっている。

これらの条件を課して e - μ 事象は 8,092,250 事象選別された。

ここで e - μ 事象を選ぶために用いた条件とそれによる効果、詳しい事象数を表 4.1 に示した。なお、この表は τ のモンテカルロでの本物の事象数で比較しており、Efficiency は生成された全ての事象数 1.27×10^8 に対する割合である。

表 4.1 e - μ 事象選別条件によるイベント数の変化率

選別条件	事象数	Efficiency(%)
(1) トラックが2本	38273837	31.19
(2) 電子と μ 粒子の組み合わせ ($P_e > 0.9$, $P_\mu > 0.9$)	29018549	22.89
(3) $E_\gamma^{max} < 200 \text{ MeV}$	24500616	19.32
(4) $\phi_{acop} > 1.0^{circ}$	23750889	18.73
(5) トリガーが on	23059086	18.19

表 4.2 各実験ごとのデータで選別された $e\text{-}\mu$ 事象数とルミノシティ (\mathcal{L})

実験番号	事象数 ($N_{e\text{-}\mu}^{\text{obs}}$)	ルミノシティ (\mathcal{L})	$N_{e\text{-}\mu}^{\text{obs}}/\mathcal{L}$
9	46286	4.436	10434.17493
11	100197	9.335	10733.47616
13	124142	11.932	10404.12337
15	149361	13.904	10742.30437
17	124316	12.034	10330.39721
19	294606	28.535	10324.37358
21	39132	4.375	8944.457143
23	79843	7.689	10384.05514
25	287350	28.625	10038.42795
27	305724	29.176	10478.61256
31	208302	20.107	10359.67573
33	211109	20.211	10445.25259
35	185938	18.626	9982.712338
37	701098	66.96	10470.40024
39	495743	47.326	10475.06656
41	662029	64.296	10296.58144
43	634534	62.654	10127.58962
45	156444	15.241	10264.6808
47	411798	40.618	10138.31306
49	302051	29.579	10211.67044
51	453727	43.992	10313.85252
55	843955	79.753	10582.10976
61	401666	36.621	10968.18765
63	412924	37.788	10927.38435
65	459975	42.125	10919.28783

ここで $e\text{-}\mu$ 事象の選別の信頼性を確かめるために、選別された事象数（復元値）とルミノシティー (\mathcal{L}) から得られる期待値を比較してみる。復元値を求めるにあたり、粒子識別による検出効率の補正係数 (PIDcorrection) を使用する。この値は運動量と極角に依存する。今回得られた電子と μ 粒子の補正係数の平均は $\eta_e^{\text{cor}} = 0.984 \pm 0.021$ 、 $\eta_\mu^{\text{cor}} = 0.978 \pm 0.015$ となった。

復元値 $N_{e-\mu}^{\text{rec}}$ は

$$N_{e-\mu}^{\text{rec}} = \frac{N_{e-\mu}^{\text{meas}}(1 - b_{e-\mu})}{\eta_{e-\mu} \times \eta_e^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}}} \quad (4.7)$$

で求められ、 $N_{e-\mu}^{\text{meas}}$ はデータで選別したイベント数、 $b_{e-\mu}$ はバックグラウンドの割合、 $\eta_{e-\mu}$ は $e\text{-}\mu$ 事象の検出効率である。

一方、期待値 $N_{e-\mu}^{\text{exp}}$ は、ルミノシティー (\mathcal{L})、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の生成断面積 ($\sigma_{\tau\tau}$)、電子と μ 粒子の崩壊分岐比 \mathcal{B}_e 、 \mathcal{B}_μ から

$$N_{e-\mu}^{\text{exp}} = 2 \times \mathcal{L} \times \sigma_{\tau^+\tau^-} \times \mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu \quad (4.8)$$

で求められる。

各実験ごとにまとめたもの表 4.3 にあげる。だいたい 3% 以内で一致している。

表 4.3 $e-\mu$ 事象の復元値と期待値

実験番号	$N_{e-\mu}^{\text{rec}}$	$N_{e-\mu}^{\text{exp}}$	$N_{e-\mu}^{\text{rec}}/N_{e-\mu}^{\text{exp}}(\%)$
9	244217	253097	96.5
11	526270	532611	98.8
13	658003	680783	96.7
15	797014	793296	100.5
17	668762	686603	97.4
19	1586459	1628072	97.4
21	209537	249617	83.9
23	427902	438698	97.5
25	1545643	1633207	94.6
27	1644270	1664644	98.8
31	1119287	1147210	97.6
33	1124844	1153144	97.5
35	1003636	1062711	94.4
37	3798449	3820420	99.4
39	2663688	2700197	98.6
41	3622523	3668424	98.7
43	3490213	3574740	97.6
45	850154	869579	97.8
47	2256497	2317470	97.4
49	1660559	1687637	98.4
51	2443267	2509975	97.3
55	4543846	4550327	99.9
61	2129674	2089420	101.9
63	2204500	2156004	102.2
65	2463434	2403452	102.5

4.3.2 $e\text{-}\mu$ 事象のバックグラウンドと検出効率

前節の選別の結果、 $e\text{-}\mu$ 事象を 8.1×10^6 事象観測した。観測された $M_{e\text{-}\mu}^2$ 分布を図 4.3 に示す。観測された $e\text{-}\mu$ 事象の実データが赤色のプロット、モンテカルロでシミュレーションされた $e\text{-}\mu$ 事象が黒色のヒストグラムでバックグラウンドが色付きのヒストグラムである。モンテカルロシミュレーションより見積ったバックグラウンドの各崩壊の割合を表 4.4 に示す。主なバックグラウンドは光子対生成 ($ee\mu\mu$)、片方は電子であるが、もう一方が μ 粒子と間違えて π 中間子を選別している $\pi\text{-}e$ 事象であることがわかる。また $e\text{-}\mu$ 事象のサンプルに入ってくるバックグラウンドの割合は全体で 5.3% である。

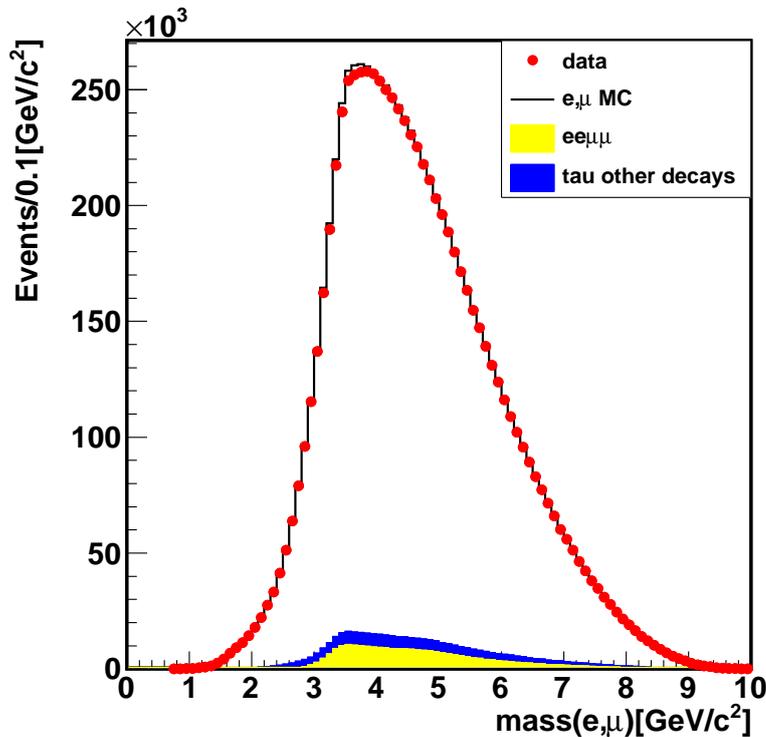


図 4.1 $e\text{-}\mu$ の質量分布。ルミノシティで規格化している。赤のプロットがデータ、黒のヒストがモンテカルロ、色がついたヒストがバックグラウンドを示している。

次に、 $e\text{-}\mu$ 事象の検出効率を求める。検出効率はモンテカルロを用いることで、式 4.9 から求めることができる。

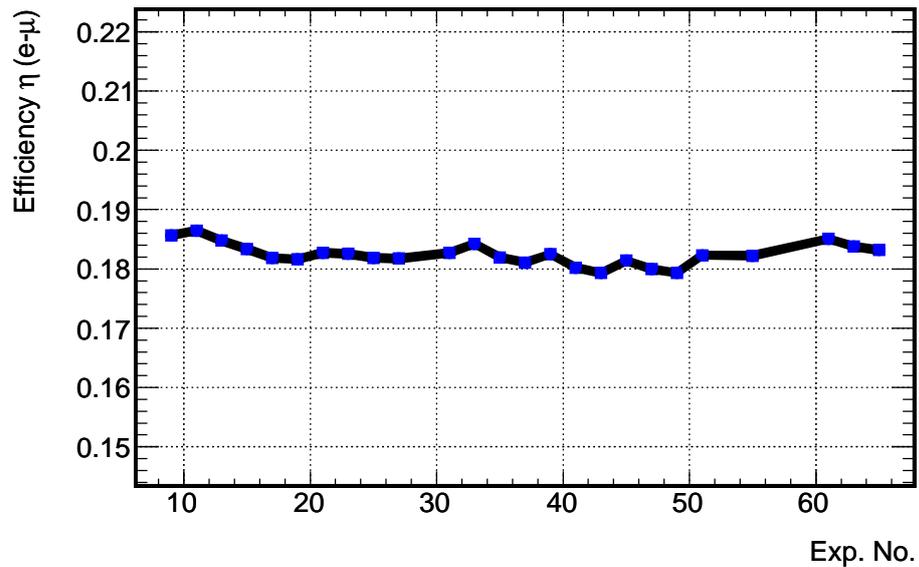
$$\eta_{e\text{-}\mu} = \frac{N_{e\text{-}\mu}}{N_{e\text{-}\mu}^{\text{GEN}}} \times \eta_e^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}} \quad (4.9)$$

$N_{e\text{-}\mu}^{\text{GEN}}$ は事象生成シミュレータで生成された $e\text{-}\mu$ 事象の事象数であり、 $N_{e\text{-}\mu}$ は $N_{e\text{-}\mu}^{\text{GEN}}$ に

表 4.4 $e-\mu$ 事象のバックグラウンドの評価

バックグラウンドの崩壊モード	バックグラウンドの割合 (%)
$\pi - e$	1.443 ± 0.070
$\rho - e$	0.3608 ± 0.002
$K - e$	0.1407 ± 0.0007
$\pi - \mu$	0.12585 ± 0.0005
その他の τ 崩壊	0.1747
光子対生成 ($ee\mu\mu$)	3.080 ± 0.0197
バックグラウンドの合計	5.325 ± 0.022

選別条件を課した後に残った事象数である。測定した $e-\mu$ 事象の検出効率 $\eta_{e-\mu}$ を実験番号毎に図 4.2 にプロットした。図から $\eta_{e-\mu}$ は全実験で安定していることがわかる。

図 4.2 各実験番号における $e-\mu$ 事象の検出効率 $\eta_{e-\mu}$

4.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊

4.4.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の質量分布とバックグラウンド

前章の選別の結果、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ を 2.4×10^6 事象観測した。観測された $M_{\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0}^2$ 分布を図 4.3 に示す。また、範囲を $8.0(\text{GeV}^2)$ までの広範囲にし y 軸を対数目盛にしたものを図 4.4 に示す。観測された実データが黒色の線のプロット、モンテカルロでシミュレーションされたバックグラウンドが色付きのヒストグラムである。図中の誤差棒はデータの各ヒストグラムの Bin 中の事象数の平方根 \sqrt{N} を示している。モンテカルロシミュレーションより見積ったバックグラウンドの各崩壊の割合を表 4.5 に示す。表 4.5 より、主なバックグラウンドは $\tau \rightarrow 3\pi 2\pi^0 \nu_\tau$ 、 $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$ であることがわかる。また $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ のサンプルに入ってくるバックグラウンドの割合は全体で 14.8% である。

今回、高い質量領域のバックグラウンドを除くため、uds と charm のモンテカルロに補正をし、おおよそ 2.8 倍した。またバックグラウンドの割合を出す際、高い質量領域まで伸びている $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$ 、uds、charm は質量領域が $3.4 \sim 8.0(\text{GeV}^2)$ の事象数は除いてある。

表 4.5 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊事象選別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊からくるバックグラウンドの評価

バックグラウンドの崩壊モード	バックグラウンドの割合 (%)
$\tau \rightarrow 3\pi 2\pi^0 \nu_\tau$	4.578 ± 0.302
$\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$	3.560 ± 0.058
$\tau \rightarrow \pi K_s(1/2)\pi^0 \nu_\tau$	0.699 ± 0.077
$\tau \rightarrow 3\pi(\geq 3)\pi^0 \nu_\tau$	0.080 ± 0.021
$\tau \rightarrow K 2\pi \pi^0 \nu_\tau$	0.225 ± 0.033
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	0.162 ± 0.002
その他の τ 崩壊	0.578 ± 0.000
反対側が電子か μ 粒子ではない	2.254 ± 0.034
uds	0.742 ± 0.017
charm	1.942 ± 0.034
バックグラウンドの合計	14.820 ± 0.332

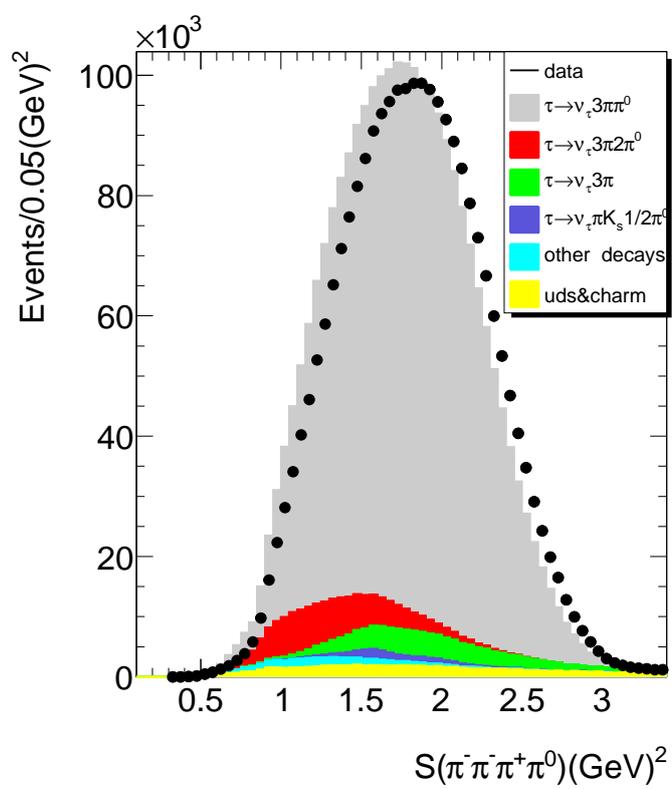


図 4.3 $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、色つきのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 2,449,046 事象である。

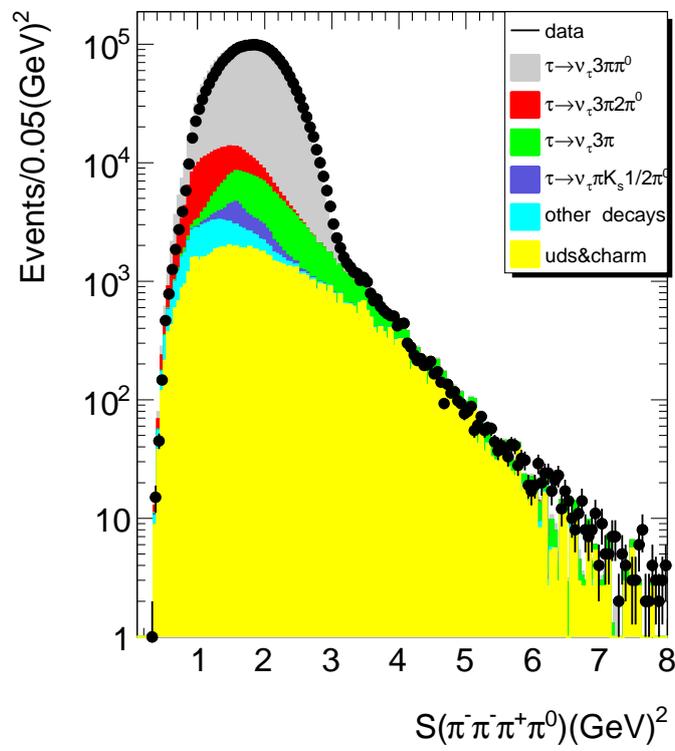


図 4.4 $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。範囲を $8.0(\text{GeV}^2)$ までの広範囲にし、y 軸を対数目盛にしている。

4.4.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率

ここで $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率を求める。 $e-\mu$ 事象の検出効率と同じくモンテカルロを用いることで、式 4.10 から求めることができる。

$$\eta_{4\pi-\ell} = \frac{N_{4\pi-\ell}}{N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}} \times \eta_{\pi}^{\text{COR}} \times \eta_{\pi^0}^{\text{COR}} \times \eta_{e/\mu}^{\text{COR}} \quad (4.10)$$

$N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}$ は事象生成シミュレータで生成された $e-\mu$ 事象の事象数であり、 $N_{4\pi-\ell}$ は $N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}$ に選別条件を課した後に残った事象数である。測定した $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率 $\eta_{4\pi-\ell}$ を実験番号毎に図 4.5 にプロットした。図から $\eta_{4\pi-\ell}$ は SVD2 で上昇していることがわかる。これは SVD2 のアップグレードにより低い運動量のトラックの検出効率が向上したためである。

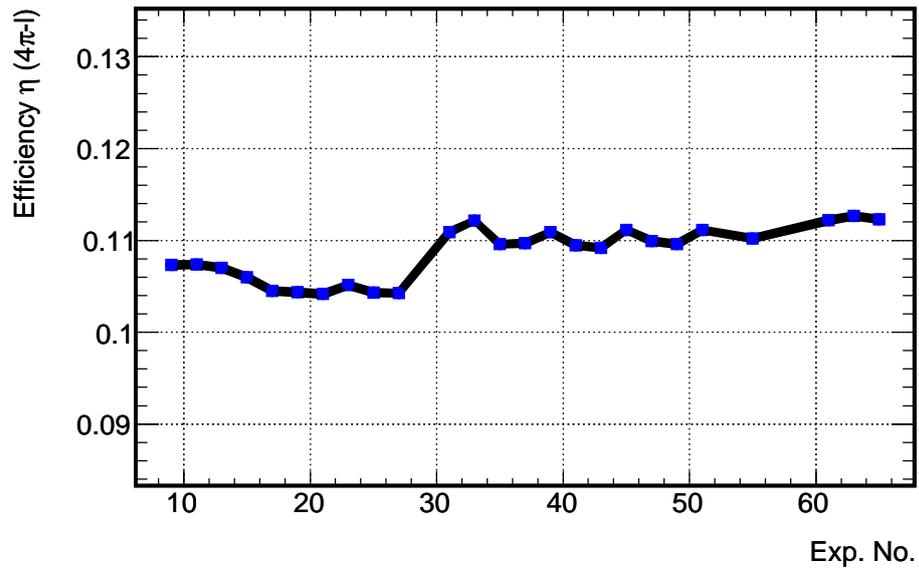


図 4.5 各実験番号における $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率 $\eta_{4\pi-\ell}$

4.4.3 観測値の評価

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象と $e-\mu$ 事象の選別数

選別で観測された $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$ と $N_{e-\mu}^{\text{obs}}$ の比 $\frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}}$ を実験番号別にプロットしたものをデータは図 4.6 の左図に、モンテカルロは右図に示す。2つの図を比べると、モンテカルロで見られる SVD1(実験番号 <30) と SVD2(実験番号 >30) のギャップがデータで再現されている。ここで、データの実験番号 21 にピークがあり、問題があるように思われる。

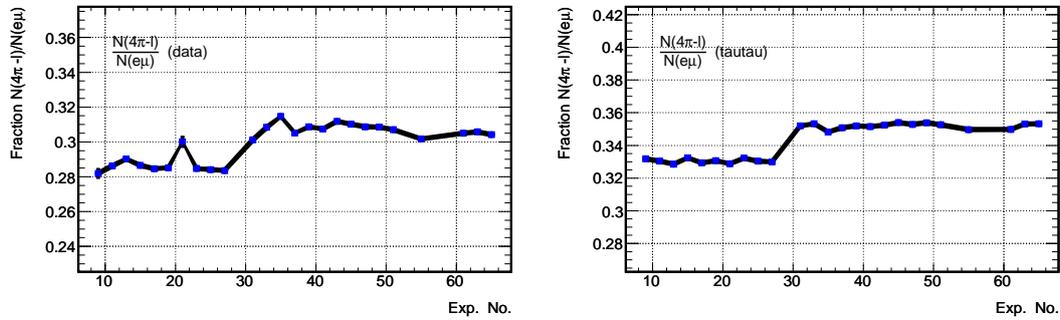


図 4.6 (左図) データの各実験番号における $\frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}}$ 。(右図) モンテカルロの各実験番号における $\frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}}$ 。

表 4.6 各実験番号における事象の観測数とバックグラウンドの割合

実験番号	$N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$	$N_{e-\mu}^{\text{obs}}$	$b_{4\pi-\ell}(\%)$	$b_{e-\mu}(\%)$	$\eta_{4\pi-\ell}$	$\eta_{e-\mu}$
9	13050	46286	15.014	5.525	10.732	18.565
11	28686	100197	14.890	5.533	10.739	18.647
13	36027	124142	14.546	5.542	10.700	18.478
15	42799	149361	14.884	5.648	10.598	18.335
17	35382	124316	14.997	5.641	10.451	18.185
19	84021	294606	14.936	5.651	10.436	18.164
21	11742	39132	15.334	5.633	10.416	18.272
23	22731	79843	15.122	5.659	10.513	18.253
25	81643	287350	15.040	5.652	10.433	18.187
27	86701	305724	15.033	5.719	10.426	18.176
31	62740	208302	15.021	5.417	11.090	18.272
33	65109	211109	14.950	5.436	11.215	18.424
35	58499	185938	14.788	5.389	10.959	18.193
37	213957	701098	14.835	5.480	10.972	18.108
39	153025	495743	13.699	5.534	11.088	18.250
41	203557	662029	14.888	5.487	10.946	18.022
43	197884	634534	14.958	5.475	10.917	17.931
45	48529	156444	14.577	5.525	11.115	18.139
47	127126	411798	14.777	5.469	10.993	18.000
49	93201	302051	14.825	5.524	10.959	17.932
51	139285	453727	14.807	5.475	11.113	18.231
55	254651	843955	14.726	5.534	11.021	18.222
61	122504	401666	14.668	5.498	11.218	18.507
63	126264	412924	14.659	5.529	11.266	18.379
65	139933	459975	14.522	5.532	11.230	18.319

表 4.7 各実験番号における検出効率の補正係数

実験番号	$\eta_{3\pi}^{\text{cor}}$	$\eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$	η_e^{cor}	η_μ^{cor}
9	0.9161	0.9759	0.9871	0.9771
11	0.9158	0.9758	0.9870	0.9772
13	0.9172	0.9756	0.9871	0.9771
15	0.9167	0.9759	0.9870	0.9770
17	0.9166	0.9756	0.9871	0.9772
19	0.9166	0.9760	0.9871	0.9772
21	0.9164	0.9766	0.9869	0.9772
23	0.9164	0.9759	0.9871	0.9770
25	0.9164	0.9759	0.9871	0.9771
27	0.9165	0.9759	0.9871	0.9771
31	0.9061	0.9695	0.9822	0.9808
33	0.9062	0.9698	0.9821	0.9808
35	0.9059	0.9698	0.9822	0.9809
37	0.9062	0.9696	0.9822	0.9809
39	0.9061	0.9695	0.9822	0.9808
41	0.9062	0.9659	0.9822	0.9758
43	0.9062	0.9658	0.9821	0.9758
45	0.9061	0.9658	0.9821	0.9759
47	0.9064	0.9661	0.9820	0.9759
49	0.9065	0.9656	0.9821	0.9758
51	0.9063	0.9784	0.9822	0.9803
55	0.9062	0.9785	0.9822	0.9804
61	0.9061	0.9785	0.9823	0.9804
63	0.9064	0.9784	0.9822	0.9803
65	0.9064	0.9782	0.9822	0.9804
SDV1	0.916471918	0.975906328	0.987052635	0.977127838
SVD2	0.906233842	0.971293513	0.982159284	0.979022099

4.5 系統誤差

検討した崩壊分岐比の系統誤差の項目は以下の表 4.8 にまとめる。

Belle 検出器におけるトラックの検出効率の 1 本あたりの不定性は $\pm 0.35\%$ であることが確認されている。本研究では $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象: 4 本/ $e-\mu$ 事象: 2 本、計 2 本を使用していることになり、 $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 0.7\%$ と見積もった。 3π の PID の粒子識別の不定性は、 π 中間子 1 つあたり $\pm 0.5\%$ とし、 $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 1.5\%$ と見積もった。 π^0 の PID の粒子識別の不定性は、 η_π^{cor} の誤差より、 $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 1.5\%$ と見積もった。また、レプトン ID の不定性はほとんど効かないとして考慮しない。バックグラウンドの割合を見積もる際にモンテカルロをデータに正規化するために各崩壊モードに対して表 4.9 に示す補正係数をかけた。これはモンテカルロシミュレーションで正確に再現されていないためにかかる係数である。これによるバックグラウンドの不定性を $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 0.4\%$ と見積もった。 γ ベトの効果の不定性は過去の研究結果より、 $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 1.2\%$ と見積もった。トリガーの不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 0.8\%$ と見積もった。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率よりも $e-\mu$ 事象の検出効率が悪いいため少し高く見積もった。ハドロン崩壊モデルの不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%) = 0.7\%$ と見積もった。

表 4.8 崩壊分岐比の系統誤差

系統誤差の項目	$\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}(\%)$
トラックの検出効率	0.7
3π 粒子識別	1.5
π^0 粒子識別	1.5
バックグラウンド τ のフィードダウン	0.4
バックグラウンドのハドロン崩壊 ($q\bar{q}$) の寄与	0.04
$e-\mu$ 事象のバックグラウンド	0.02
レプトニック崩壊の崩壊分岐比	0.1
$\tau\tau \rightarrow ee - \mu\mu$ 事象	0.6
γ ベト	1.2
トリガー	0.8
ハドロン崩壊モデル	0.7
合計	2.84

表 4.9 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象バックグラウンドの見積りの不定性

モンテカルロ (MC)		世界平均			
崩壊モード	崩壊分岐比 (%)	崩壊モード	崩壊分岐比 (%)	補正係数	崩壊分岐比の相対誤差 (%)
$\tau \rightarrow 3\pi 2\pi^0 \nu_\tau$	0.503 ± 0.025	$\tau \rightarrow 3h 2\pi^0 \nu_\tau$	0.498 ± 0.032	0.990	6.426
$\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$	8.951 ± 0.106	$\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$	8.990 ± 0.060	1.004	0.667
$\tau \rightarrow \pi K_s(1/2)\pi^0 \nu_\tau$	0.212 ± 0.016	$\tau \rightarrow \pi K_s \pi^0 \nu_\tau$	0.200 ± 0.020	1.002	10.950
		$\tau \rightarrow \pi K_s 2\pi^0 \nu_\tau$	0.013 ± 0.012		92.308
$\tau \rightarrow 3\pi(\geq 3)\pi^0 \nu_\tau$	0.062 ± 0.009	$\tau \rightarrow 3h 3\pi^0 \nu_\tau$	0.023 ± 0.006	0.370	26.087
$\tau \rightarrow K 2\pi \pi^0 \nu_\tau$	0.065 ± 0.009	$\tau \rightarrow K 2\pi \pi^0 \nu_\tau$	0.081 ± 0.012	1.249	14.815
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	9.388 ± 0.108	$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	9.300 ± 0.110	0.991	1.183

表 4.10 $e-\mu$ 事象バックグラウンドの見積りの不定性

	モンテカルロ (MC)	世界平均		
崩壊モード	崩壊分岐比 (%)	崩壊分岐比 (%)	補正係数	崩壊分岐比の相対誤差 (%)
$\pi - e$	1.939 ± 0.026	1.931 ± 0.012	0.996	0.598
$\rho - e$	4.566 ± 0.050	4.550 ± 0.019	0.997	0.418
$K - e$	0.125 ± 0.005	0.125 ± 0.002	1.000	1.446
$\pi - \mu$	1.886 ± 0.026	1.886 ± 0.011	1.000	0.600

4.6 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊分岐比測定の結果

式 4.6 に観測で得た表 4.6 と表 4.7 の値を代入し、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ を求めた。ここで選別で観測された $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$ には質量分布の $3.4(\text{GeV}^2)$ 以上にあった事象に対する補正で 0.994 を掛けている。結果を実験毎にプロットしたものを図 4.7 に示す。図 4.6 で見られた実験 21 のピークが崩壊分岐比の結果に影響している。崩壊分岐比も SDV1 と SVD2 で多少のギャップが見られた。詳しい値は表 4.11 に示す。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ の結果は、

$$\mathcal{B}_{4\pi} = (4.53 \pm 0.00 \pm 0.13)\%$$

となった。ここで 2 番目の値は統計誤差、最後の値は系統誤差である。世界平均値 PDG(2014) の $\mathcal{B}_{4\pi} = (4.48 \pm 0.06)\%$ と誤差範囲内で一致している。

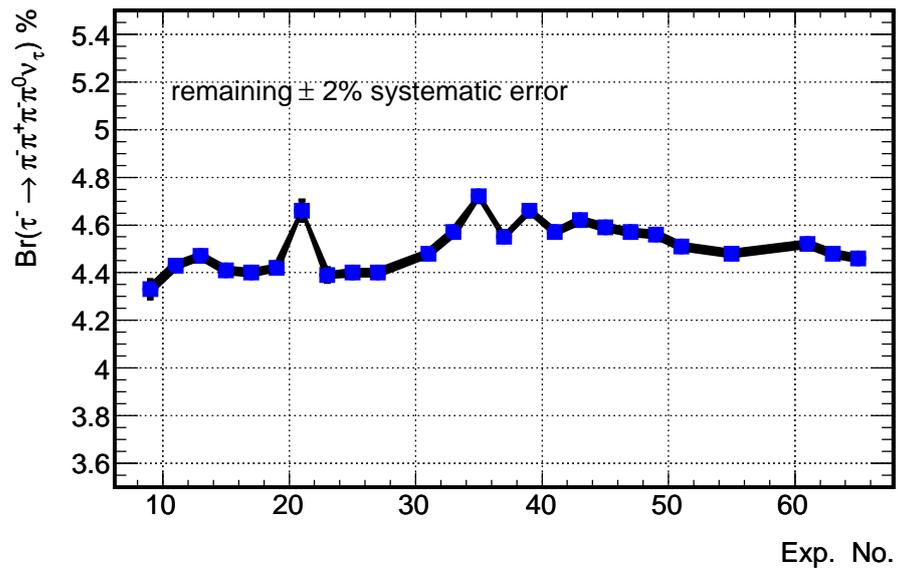


図 4.7 各実験番号における崩壊分岐比

表 4.11 崩壊分岐比結果

実験番号	$\mathcal{B}_{4\pi}$
9	$4.332371892 \pm 0.037924553$
11	$4.425130076 \pm 0.02612709$
13	$4.47260715 \pm 0.023563875$
15	$4.412779399 \pm 0.021330224$
17	$4.404443175 \pm 0.023415305$
19	$4.416977374 \pm 0.015238115$
21	$4.658878275 \pm 0.042994245$
23	$4.389615003 \pm 0.029115025$
25	$4.402784694 \pm 0.01540877$
27	$4.397197704 \pm 0.01493358$
31	$4.475388053 \pm 0.01786728$
33	$4.571597633 \pm 0.017916265$
35	$4.722277818 \pm 0.019524383$
37	$4.554418286 \pm 0.009846223$
39	$4.658580961 \pm 0.011908922$
41	$4.568866523 \pm 0.010126642$
43	$4.618680308 \pm 0.010382754$
45	$4.588804085 \pm 0.020830459$
47	$4.565320046 \pm 0.012804247$
49	$4.561948228 \pm 0.014943078$
51	$4.511105271 \pm 0.012087341$
55	$4.475949229 \pm 0.008869772$
61	$4.51686314 \pm 0.012905113$
63	$4.478144093 \pm 0.012602546$
65	$4.4634747 \pm 0.011931993$
	$4.524757727 \pm 0.002810263 \pm 0.1284$

第 5 章

$\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定

この章では 4 章で得た $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 崩壊からの $M_{\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0}^2$ 分布をアンフォールドし、検出器の寄与などが入っていない $M_{\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0}^2$ 分布を得て、そこから本解析の目的であるスペクトル関数の測定を行う。

5.1 データの再構成の手法

観測された不変質量分布には、その検出器の有限なアクセプタンスや分解能からの寄与がある。このため、観測された質量分布は実際の分布 (真の分布) と同じではなく、いくぶん歪められている。よって、新の分布を得るにはこれらの歪みを補正する必要がある。この補正の手続き、すなわち、「観測された分布」から「真の分布」を求めることを一般に「アンフォールド」という。

アンフォールドで真の質量分布を求めることは、高エネルギー実験にとって非常に重要なことである。しかしながら、アンフォールドすることは一般的には難しくこれまでに様々な手法が提案されてきた。現在、確立されているアンフォールドの方法としては、CERN で行われていた ALEPH 実験で開発された固有値分解法 (Singular Value Decomposition) や、DESY 実験で発展した Bayes theorem 法などがある。

本解析では、前者の固有値分解法 (Singular Value Decomposition) を用いた。以下、その固有値分解法によるアンフォールドの手法について説明する。

まず、真の分布、検出器の response matrix、観測によって得られた分布をそれぞれ

$$\begin{cases} \text{真の分布のベクター: } x_i (\mathbf{x} = x_1, \dots, x_n) \\ \text{検出器の response matrix: } A_{ij} (\mathbf{A} = A_{11}, \dots, A_{mn}) \\ \text{観測された分布のベクター: } b_i (\mathbf{b} = b_1, \dots, b_m) \end{cases}$$

とおく。ここで検出器の response matrix とは「真の分布では Bin=J であった事象が観測された分布では Bin=i で再構成される確率」で与えられる。本解析において検出器の response matrix は、モンテカルロシミュレーションを用いて得たが、これについては 4.3.1 節で詳しく述べる。これらを使って 3 つの関係を表すと、

$$\sum_j A_{ij} x_j = b_i \quad (5.1)$$

のようになる。数学的にはこの線形方程式の解は、

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (5.2)$$

で与えられる。response matrix \mathbf{A} が、もし対角要素のみならば、「真の分布での Bin j=再構成した時の Bin i」となり、問題はない。しかし実際には非対角要素があり、これがあるとき統計的なふらつきが拡大されて見える。これにより、式 5.1 のように response matrix の逆行列を作用させても、正しい分布が得られない。そこで SVD unfolding では以下のようにして統計的に意味の持たない分布を除いている。

まず、response matrix \mathbf{A} を

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \mathbf{U} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \quad (5.3)$$

このように \mathbf{A} 、 \mathbf{S} 、 \mathbf{V} の行列の積に分解する。ここで、 \mathbf{U} と \mathbf{V} は直交行列、 \mathbf{S} はその対角要素に、行列の \mathbf{A} の固有値 S_i を持つ対角行列である。固有値の順序は大きい順

$$s_i \leq s_{i+1} \quad (5.4)$$

となっている。この順に並べることが重要であり、これらは後から統計的に意味のない所を除くために使う。式 5.3 を使い、式 5.1 を表すと、

$$\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.5)$$

となる。これを変形して、

$$\mathbf{S} \mathbf{V}^T \mathbf{x} = \mathbf{U}^T \mathbf{b} \quad (5.6)$$

ここで、 \mathbf{x} と \mathbf{b} を回転させた系で考えることにする。

$$\begin{cases} \text{真の分布 } \mathbf{x} \text{ を回転させた系} & \mathbf{z} = \mathbf{V}^T \mathbf{x} \\ \text{観測された分布 } \mathbf{b} \text{ を回転させた系} & \mathbf{d} = \mathbf{U}^T \mathbf{b} \end{cases}$$

上の回転させた系を用いると、

$$\mathbf{SZ}=\mathbf{d} \quad (5.7)$$

となる。 \mathbf{S} は対角行列であるので、ベクター \mathbf{Z} の成分 Z_i は以下のように与えられる。

$$Z_i = \frac{d_i}{s_i} \quad (5.8)$$

式 5.8 から明らかなように、 s_i が小さく、その大きさが統計によるふらつきと同程度のときは、その統計誤差が拡大されてしまう。SVDunfolding ではこのような小さな固有値の影響を除くために「responce matrix \mathbf{A} の正規化パラメータ kreg」を導入する。kreg は「データとして意味のあるところと、統計的に意味のないところを区別するための値」であり、行列のランク kreg はそれ自身の統計誤差 σ_{d_i} と等しくなる

$$\frac{d_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \quad (5.9)$$

のところの i をその行列ランク kreg とする。この判断のために、横軸に i 、縦軸に $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ を図 5.2 のようにとり、「初めて $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}| \sim 1$ となるような i の値」を「responce matrix の kreg」とした。

実際に行ったアンフォールドの流れを図 5.1 に示した。

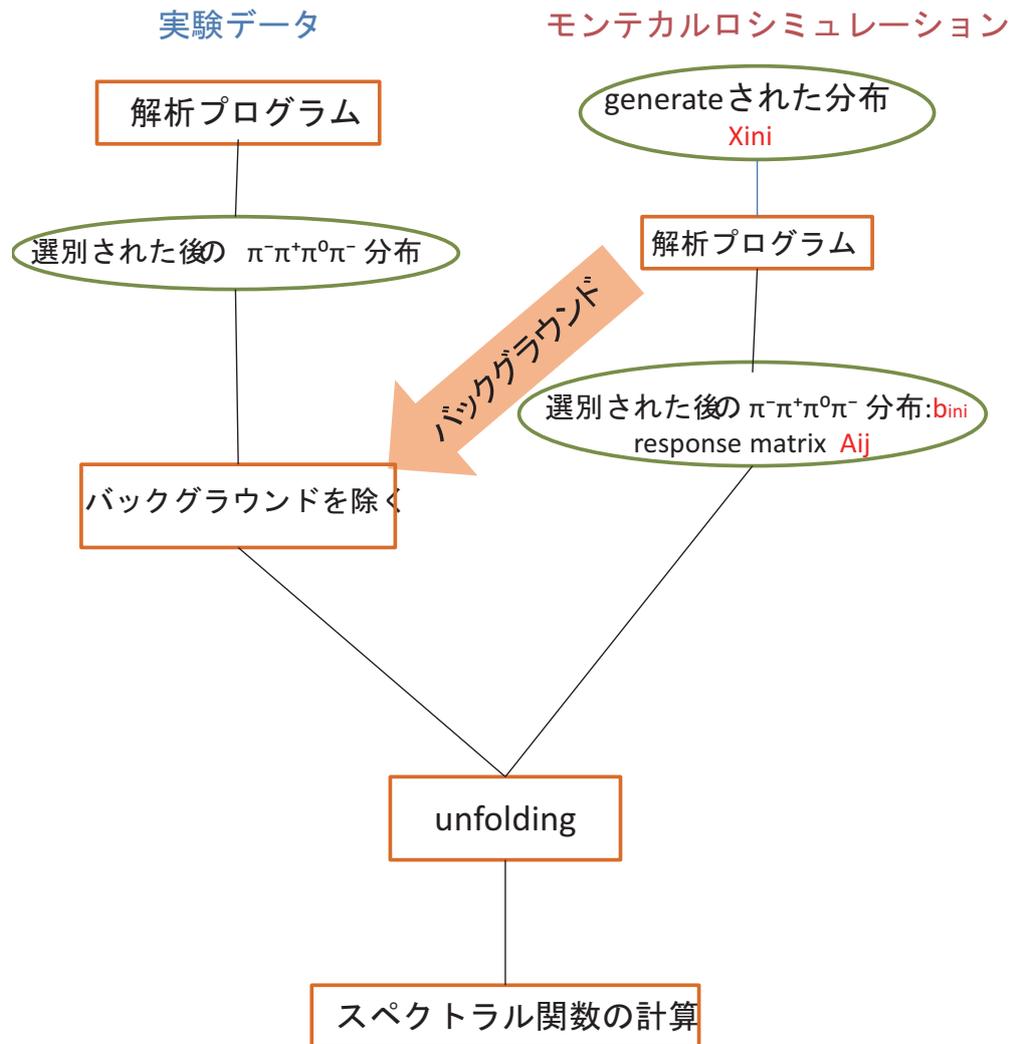


図 5.1 実際のデータを入力として、アンフォールドする際の流れ

5.2 モンテカルロシミュレーションを用いたアンフォールドのテスト

今回用いたプログラムは CERN program Library で開発され発展し、ROOT と呼ばれるプログラムを用いて解析を行っている。実際のデータを使ったアンフォールドを実行する前にプログラムが正常に動いているかどうか確かめた。方法としては以下の通りである。

1. 既知の分布をテスト分布として使う。
2. 観測された分布は $\mathbf{b}_i = \sum_j \mathbf{A}_{ij} \cdot \mathbf{X}_j$ で得るとする。ここで、response matrix \mathbf{A}_{ij} はモンテカルロから得る。
3. 観測された分布を、統計誤差 Δb_j を使いガウス分布で smear した。
4. アンフォールドを実行する。
5. 得られた結果を fit する。
6. unfolding の結果得られた分布と最初のテスト分布を比較して、アンフォールドによって真の分布が得られているか確かめる。

この場合、単に統計誤差で smear しているだけなので、アンフォールドした結果は、プログラムが正しく働いているならば、もともとの分布 (テスト分布) と一致しなければならない。以下ではこの流れでアンフォールドのプログラムが正しく働いているか確かめた。

5.2.1 アンフォールドのテストに用いたデータ

テスト分布に用いたのはモンテカルロの実験番号 55 の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 選別後の generate された分布である。事象数が多いのでこの実験番号を採用した。response matrix について、実データに対するアンフォールドを行った際に用いたものと同じものを使った。(モンテカルロの実験番号 9~65 を利用、テスト分布に用いた実験番号 55 は除いた)

また、観測された分布は上でも述べたように、テスト分布から $\mathbf{b}_i = \sum_j \mathbf{A}_{ij} \cdot \mathbf{X}_j$ で、これを統計誤差 $\Delta b_j = \sqrt{\mathbf{b}_j}$ で smear することで得た。

これらのテストデータを用いてアンフォールドを実行した。

5.2.2 アンフォールドプログラムに対するテストの結果

unfolding の結果、 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布は図 5.3 になった。このとき正規化パラメータ $k_{reg}=10$ である (図 5.2 より)。どの Bin においてもテスト分布とアンフォールドして得られた分布はおおよそ一致していることがわかる。

アンフォールドプログラムは正しく働いていることが確かめられた。次の節では実際に

データを用いたアンフォールドを行う。

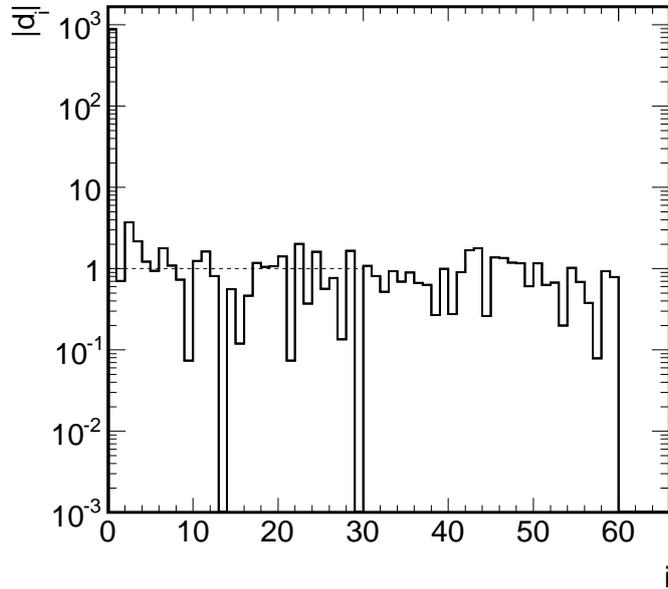


図 5.2 SVDunfolding のテストにおける $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ 。横軸が i 、縦軸が $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ である。今の場合 $k_{\text{reg}}=10$ で使用した。

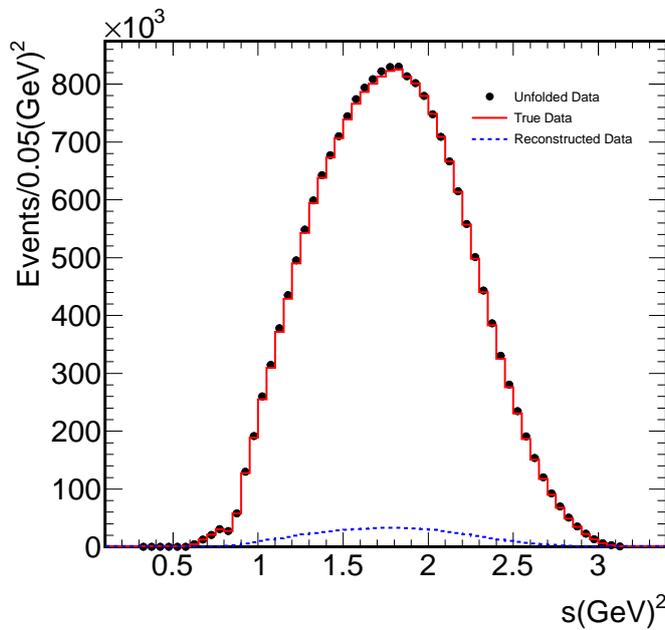


図 5.3 TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。 $k_{\text{reg}}=10$ の場合。実線の赤いヒストグラムはテスト分布を、青い点線は観測された分布を、黒い点はアンフォールドした結果得られた分布を示している。

5.3 実データを用いた不変質量分布 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のアンフォールド

この節では、前節で確かめたアンフォールドのプログラムを使い、実際のデータに対するアンフォールドを行う。

5.3.1 実データのアンフォールドに使用したデータ

アンフォールドを行うためには

1. モンテカルロから求めた response matrix
2. データでの $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の質量の 2 乗分布

が必要である。

1. モンテカルロを用いて response matrix を求める。

response matrix は「検出器の分解能などで歪められる前の分布では Bin=j であったものが、Bin=i で観測される確率」で表される。この情報を本解析ではモンテカルロシミュレーションを用いて得た。方法としては、モンテカルロシミュレーションを検出器のシミュレーションと実データに用いる解析プログラムに通すことで得る。これによって解析途中で加えられた選別条件による効果が自動的にモンテカルロイベントにも適用される。つまり、 A_{ij} はモンテカルロが generate された時の分布と検出器のシミュレーションと解析プログラムの再構成の結果得た分布との比較により得た関係と言い換えることが出来る。

$$\tilde{A}_{ij} = \frac{A_{ij}}{X_j^{init}} \quad (5.10)$$

もし、影響するものが全くないならば、Bin=j にあったものは、Bin=i(i=j) で必ず観測されるはずである。しかし現実には、観測される分布には必ず何らかの影響を受ける。ここで、影響を与えるものは以下の 2 つに分けられる。

- (a) $\tau^+\tau^-$ 事象や、 $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別する際に落ちてしまった事象など、その事象があったにもかかわらず検出出来なかった事象による寄与 (検出効率)
- (b) 検出器で検出され、かつ $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別しても残っていた事象が検出器の resolution 等の影響で、もともとの Bin とは違った Bin で検出されたことからくる寄与 (検出器の分解能)

前者の「事象を検出出来なかったことによる寄与」は 4 章ですでに述べた。もう一方の「もともとの Bin とは違った Bin で検出されたことによる寄与」については response と呼ばれている。これは検出器において、「Bin=j で作られた (generate)

事象が、Bin=i で観測される」という関係を表したもので、これを response matrix と呼ぶ。 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布についてこの関係を図 5.4 に示した。

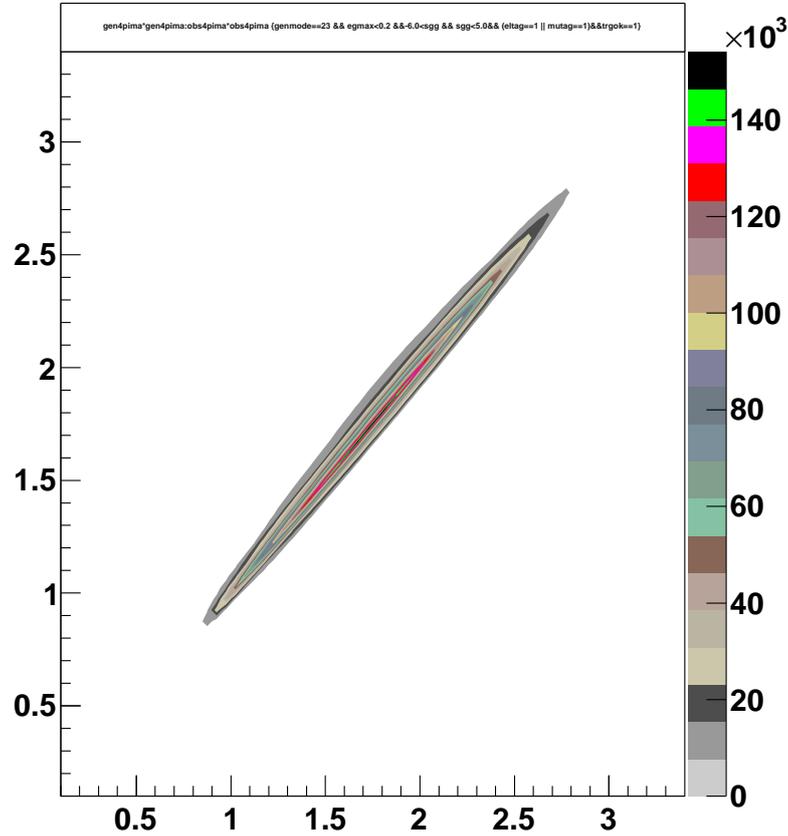


図 5.4 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2|_{generate}$ と $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2|_{observed}$ の 2 次元プロット。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のモンテカルロを使って、横軸に generate された時の $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の質量分布を、縦軸にはそれが観測された時の $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の質量分布をとり、これら 2 つの分布の相関関係を 2 次元プロットで示した。

図 5.4 において、縦軸が generate された時の $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布、縦軸が観測された時の $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布である。ほとんどの事象は、「generate された Bin j=観測された Bin i」を示す一直線上に分布しているが、「真の分布における Bin(generateされた Bin)j \neq 観測された Bin(再構成された Bin)i」となるような相関関係もある。また、この図において、事象が多いところについては大きな重みをあて、事象が少ないところについては重みを小さくしてアンフォールドが行われる。

次に、全体のアクセプタンスを考える。アクセプタンスは

$$\eta_j = \sum_i \frac{A_{ij}}{X_j^{init}} \quad (5.11)$$

で表される。 \sum_i は観測された分布について足し上げることを表している。これを質量範囲ごとに見ると、図 5.5 のようになる。

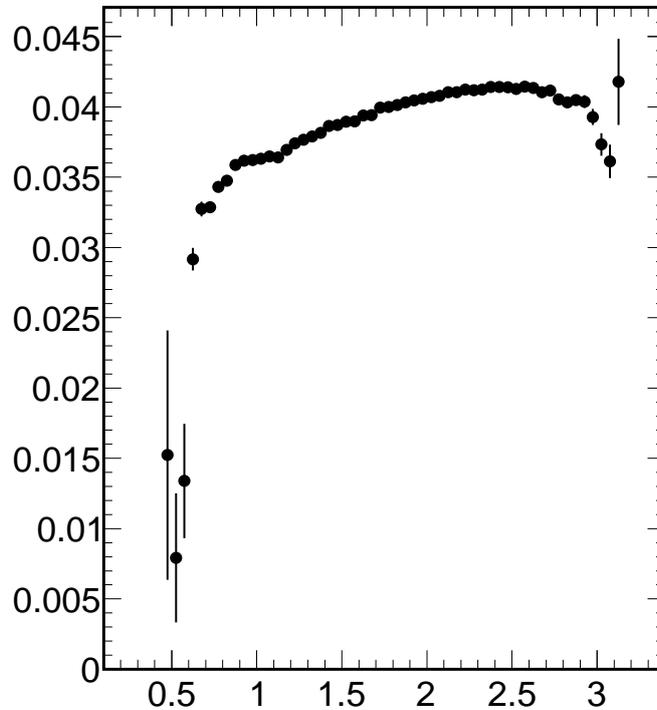


図 5.5 モンテカルロで見積った $\tau^-\tau^+$ 選別と $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 選別間のアクセプタンス。
縦軸にアクセプタンス η_j を横軸に $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}$ をとった図

response matrix は図 5.4 を質量の範囲で区切ったとき、その Bin に入った事象に対して、モンテカルロで generate されたときの $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}$ の Bin ごとの事象数で割ったもので得られる。

response matrix を求める上で Bin の幅を決めることは、response matrix の形に直接関係することから大変重要なことである。今回は Bin の幅として $0.05(\text{GeV})^2$ を用いた。これは、検出器の分解能を $0.005\sim 0.03(\text{GeV})^2$ と見積ったためである。

2. データにおける $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}$ 分布

前章でも示したが、データにおける $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}$ 分布を図 5.6 に示す。データにおける $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}$ 分布はモンテカルロで見積ったバックグラウンドをさし引いたものを用いる。

統計誤差について説明する。バックグラウンドを差し引いたデータを signal とすると

$$N_{\text{signal}} = N_{\text{total}} - N_{\text{background}} \quad (5.12)$$

この signal に対する統計誤差は、

$$\begin{aligned}\sigma_{signal} &= \sqrt{\sigma_{total}^2 + \sum \sigma_{B.G_i}^2} \\ &= \sqrt{\sigma_{total}^2 + \sigma_{3\pi 2\pi^0}^2 + \sigma_{3\pi}^2 + \sigma_{\pi K_s \pi^0}^2 + \sigma_{others}^2 + \sigma_{uds}^2 + \sigma_{charm}^2}\end{aligned}\quad (5.13)$$

とした。また、バックグラウンドを差し引いて得られた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布を図 5.7 に示す。

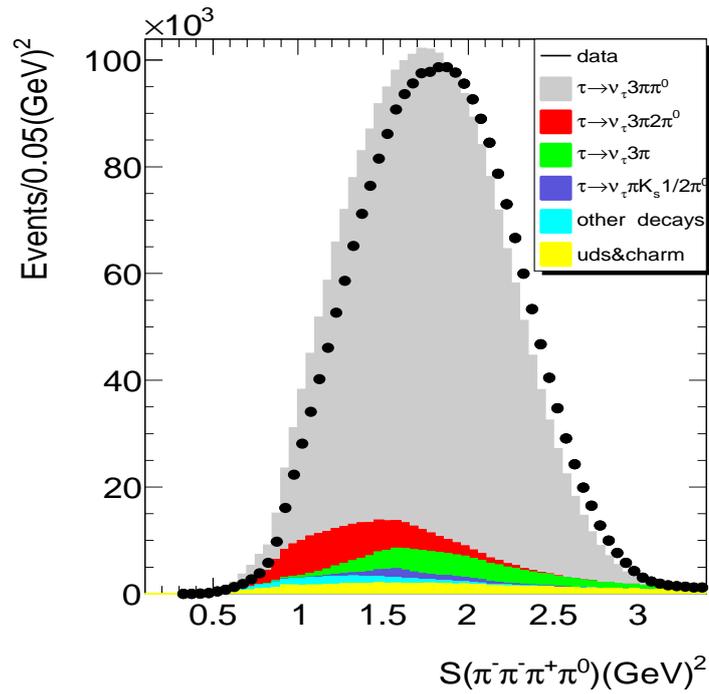


図 5.6 測定された $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布。黒色の実線は観測された実験データで、色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。

これらを用いてアンフォールドを実行した。

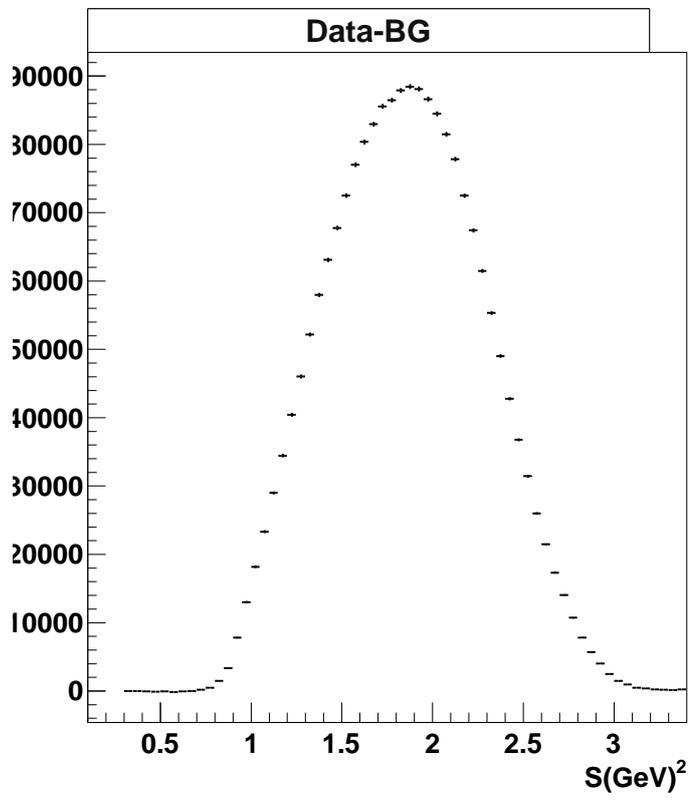


図 5.7 バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布

5.3.2 実データを用いたアンフォールドの結果得られた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布

アンフォールドをして得られた分布を図 5.9 に示す。前節のモンテカルロのテストでも確認した正規パラメータ kreg は 20 を使用した。(図 5.8) このときの全事象数は 5.19×10^7 である。この分布を用いて次節でスペクトル関数の測定を行う。統計誤差には、データの統計誤差とバックグラウンドの差し引きを用いたモンテカルロの統計誤差が含まれる。このアンフォールドの統計誤差の 2 乗の分布を図 5.10 に示した。この図は統計誤差の相関を表しており、対角要素以外ほとんど事象がないことから Bin ごとの相関は無視できることが分かる。

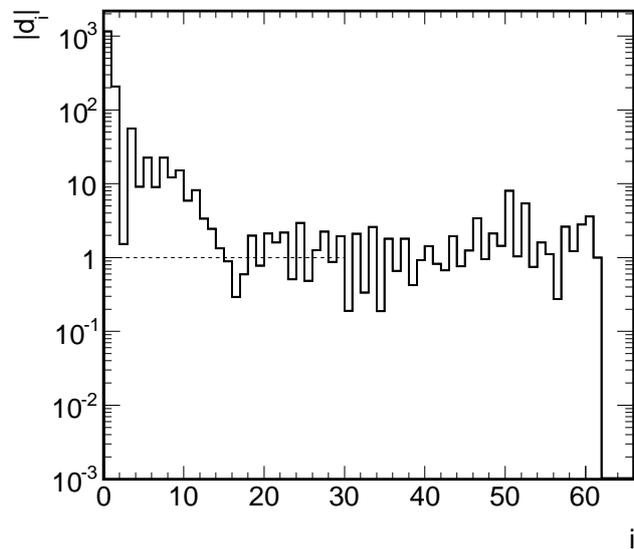


図 5.8 $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ 。横軸が i 、縦軸が $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ である。今の場合 kreg=20 で使用した。

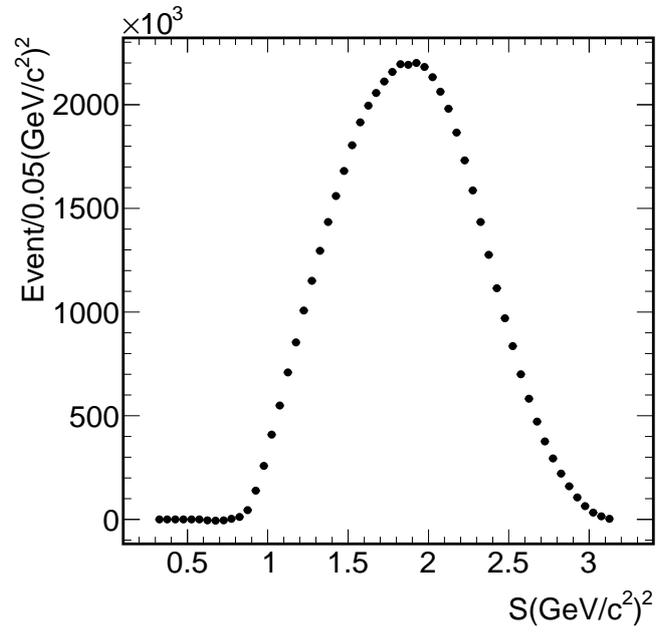


図 5.9 バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ データを使ってアンフォールドした分布

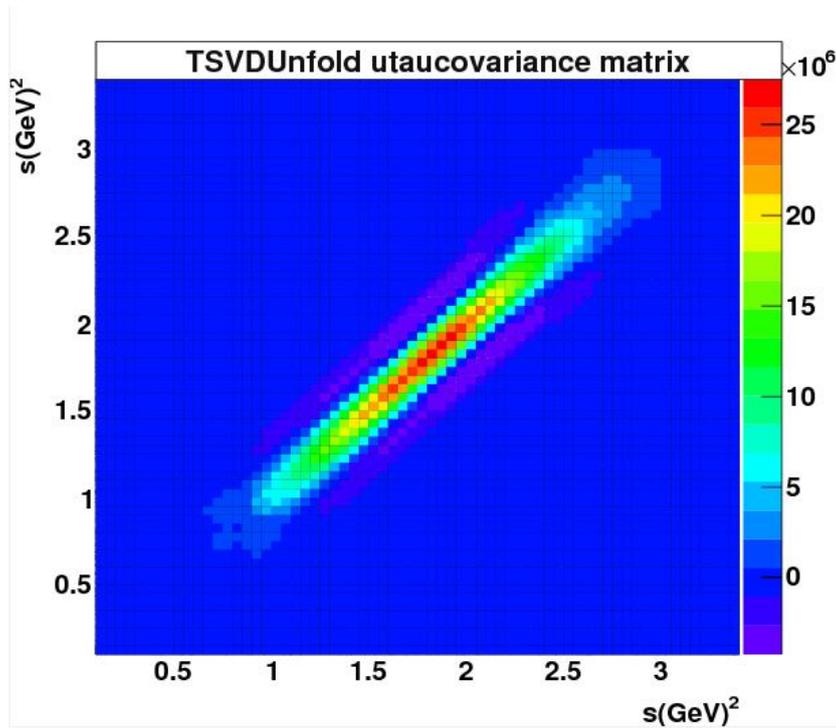


図 5.10 アンフォールドしたあとの統計誤差の 2 乗分布

5.4 スペクトラル関数の導出

スペクトラル関数はアンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布を用いて以下のように表すことができる。

$$v^{4\pi}(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}} \frac{1}{(1 - \frac{s}{M_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{M_\tau^2})} \frac{\mathcal{B}_{4\pi}}{\mathcal{B}_e} \frac{1}{N_{4\pi}} \frac{dN_{4\pi}}{ds} \quad (5.14)$$

ここで、 $dN_{4\pi}$ がアンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布であり、 ds が bin の幅 $0.05(\text{GeV})^2$ 、 $N_{4\pi}$ がアンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布における事象数の総和である。また、 M_τ は τ 粒子の質量 1.77703GeV 、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数 1.0198 、 $|V_{ud}|$ はカビボ小林益川の成分で 0.97425 、 \mathcal{B}_e は $\tau \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比 17.83% この値は 2014 年の PDG を参照した。 $\mathcal{B}_{4\pi}$ は $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ の崩壊分岐比で前章で測定した結果の 4.52% を用いた。

アンフォールドした後の全事象数 5.19×10^7 で規格化した質量スペクトラム ($1/N \cdot dN/ds$) を図 5.11 に示す。

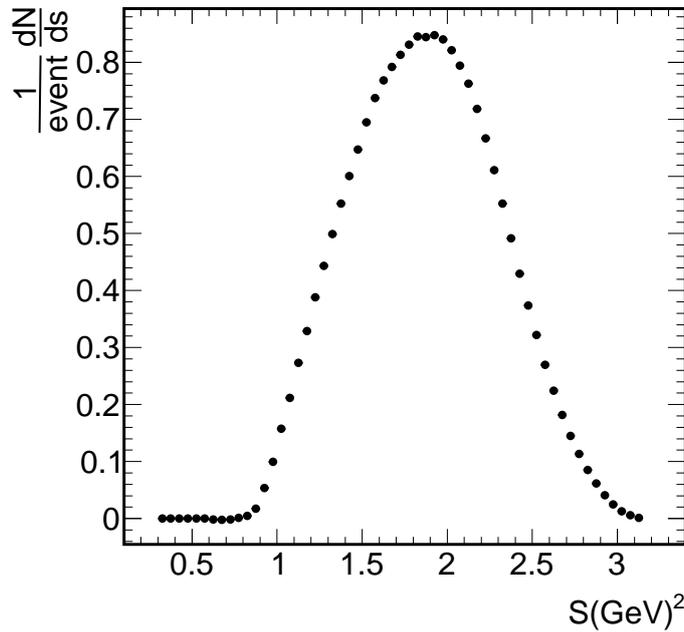


図 5.11 アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ を全事象数 5.19×10^7 で規格化した分布

スペクトラル関数の分布を図を 5.12 に示す。図の誤差棒は統計誤差の 2 乗和を示している。ここで統計誤差はアンフォールドにより得られた分散行列の対角要素の平方根 ($\sigma = \sqrt{X_{ii}}$) をとった。図 5.13 には高領域にあるバックグラウンドである、uds と charm の系統誤差を考慮したときのスペクトラル関数の変化を示す。

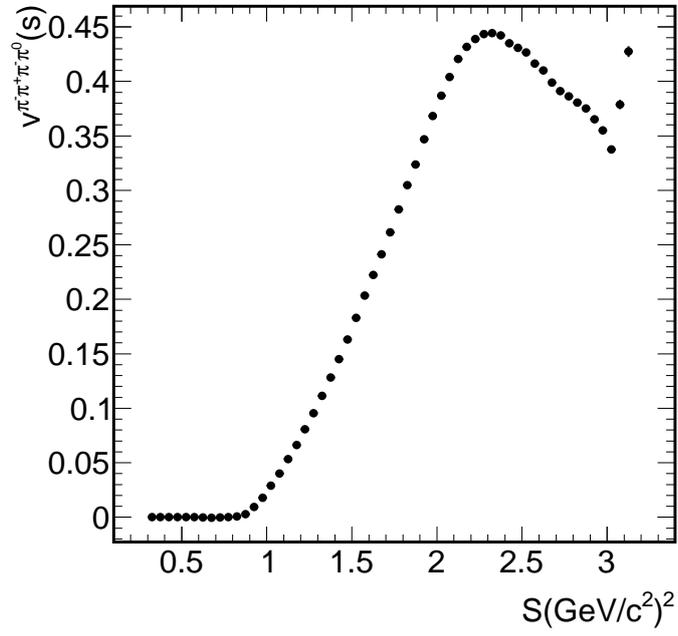


図 5.12 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布

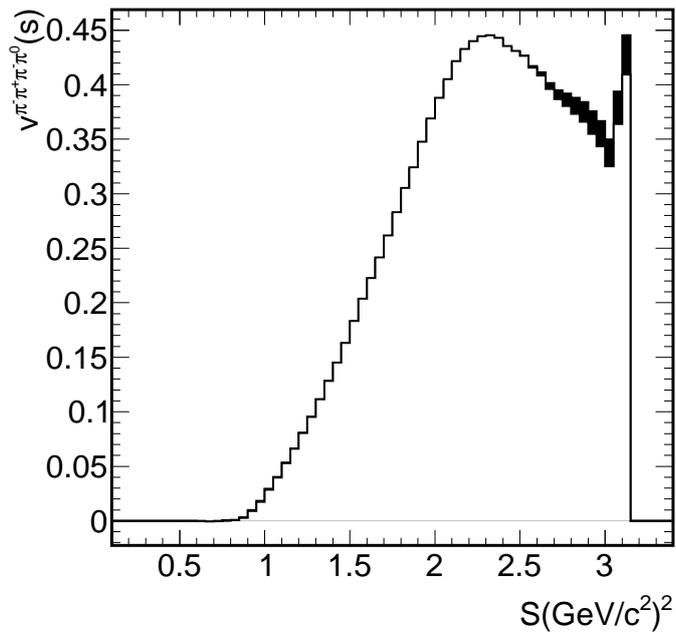


図 5.13 $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトラル関数のバックグラウンドの系統誤差による影響

5.5 これまでの他実験の結果との比較

本解析で得られた各分布とこれまでに他実験で得られた $3\pi\pi^0$ 系の各分布を比較していく。

5.5.1 $3\pi\pi^0$ 系の不変質量分布

まず 3 章で得られた $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系の不変質量分布について比較する。図 5.14 の左図が本実験で得られた $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系の不変質量の二乗分布であり、図 5.14 の右図が OPAL 実験で得られた $3\pi\pi^0$ 系の不変質量の二乗分布である。比較してわかるように本実験で観測された分布の方がバックグラウンドが少なく、また誤差が小さいことから高精度な分布が得られたと言える。

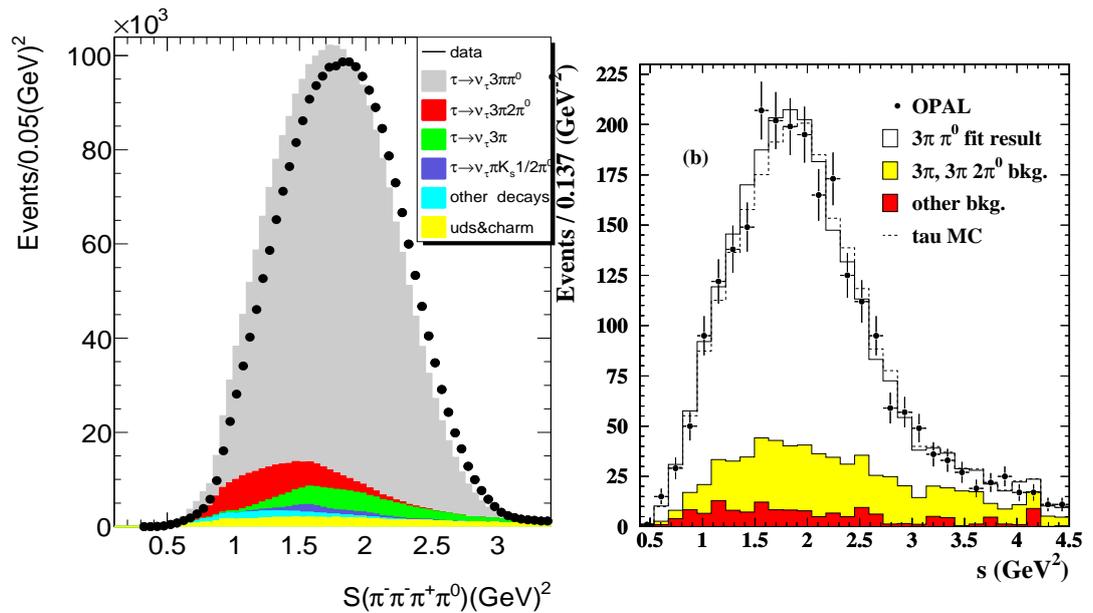


図 5.14 (左図) $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、MC を色付きのヒストグラムで表した。色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 2,449,046 事象である。(右図) OPAL 実験で測定された $3\pi\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データをプロット、バックグラウンドが色付きのヒストグラムで表されている [1]。

5.5.2 $3\pi\pi^0$ 系のアンフォールド後の不変質量分布

次に 4 章で得られたアンフォールドした $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布について比較をする。図 5.15 は本実験で得られたアンフォールド後の $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ 分布である。この分布はアンフォールドしたあとの全事象数 5.19×10^7 で規格化した分布を示している。一方で図 5.16 は OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布である。OPAL 実験での分布は誤差が大きいことがわかる。一方で本解析では事象数がゼロに近い部分 (質量 Bin 番号が小さい部分) を除いて相対誤差がほぼ 1% 以内に収まっている。

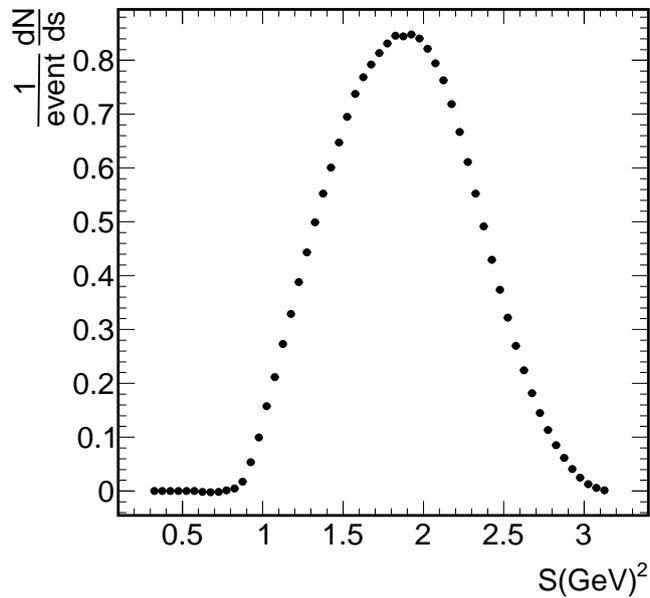


図 5.15 アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ を全事象数 5.19×10^7 で規格化した分布

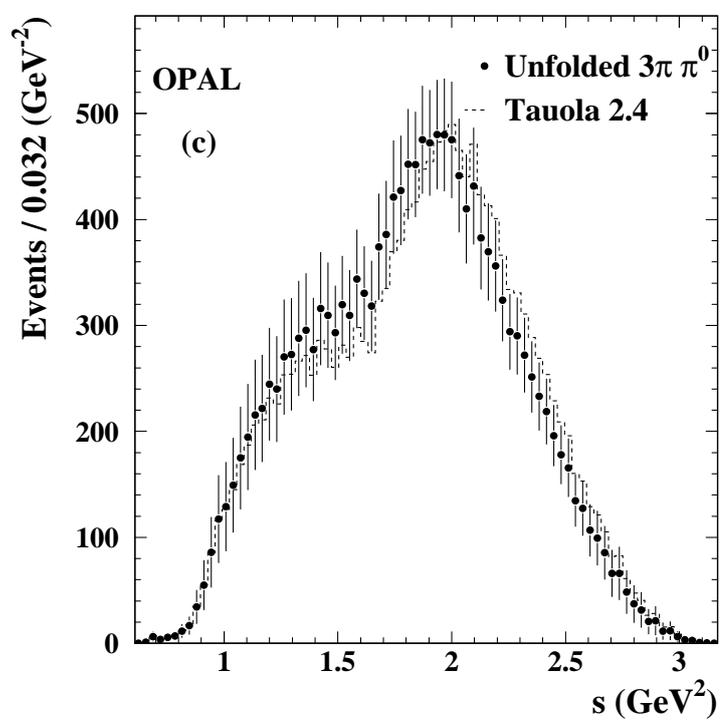


図 5.16 OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布 [1]

5.5.3 $3\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数分布

最後に本実験で得られたスペクトル関数とこれまでに行われた $3\pi\pi^0$ のスペクトル関数の比較を行う。本実験でアンフォールドして得られた $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ 系のスペクトル関数の分布を図 5.17 の左図に示す。

ALEPH 実験での $3\pi\pi^0$ 系のスペクトル関数を図 5.17 の右図に示す。ALEPH 実験と比較して本実験で求めたスペクトル関数は圧倒的に誤差が少ないことがわかる。また 3GeV 以上の高い質量領域において跳ね上がっている。

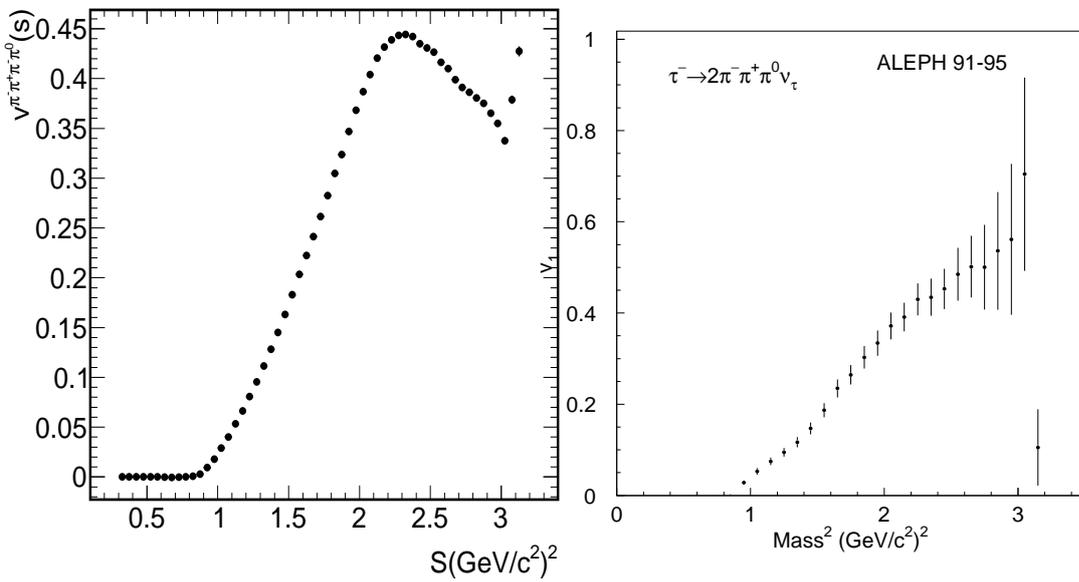


図 5.17 (左図) $M_{\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0}^2$ のスペクトル関数の分布。(右図) これまでに測定された $M_{3\pi\pi^0}^2$ のスペクトル関数の分布 [11, 4]。

第 6 章

まとめ

Belle 実験で収集したデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比とスペクトラル関数を測定した。使用したデータは、Belle 実験で 2000 年 10 月から 2008 年 6 月までに収集したもので、776/fb のルミノシティに相当する。観測した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象数は 3.5×10^8 事象で、ここから 2.4×10^6 個の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象を観測した。同時に、上記の観測した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象からタウのレプトニック崩壊事象 ($e\text{-}\mu$ 事象) の観測を行い、両者の比とよく知られたタウのレプトニック崩壊の分岐比を用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比を測定し、結果

$$\mathcal{B}_{4\pi} = (4.53 \pm 0.00 \pm 0.13)\%$$

を得た。ここで、最初の誤差は統計誤差、2 番目の誤差は系統誤差である。相対誤差は 2.8% である。結果はこれまでの世界平均の測定結果 $\mathcal{B}_{4\pi} = (4.48 \pm 0.06)\%$ と誤差範囲内で一致してしている。統計誤差は Belle 実験による高い統計量によって、系統誤差に比べて完全に無視できる。スペクトラル関数の測定では、測定した $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ の質量分布から、バックグラウンドを差し引き、検出器の有限な検出効率や分解能をアンフォールドのプログラムを用いて真の不変質量を求め、そこから 4 π 系のスペクトル関数を決定した。本研究で得られたスペクトラル関数は、これまでの他実験 (ALEPH, OPAL) 結果と比較して、各質量ビンの精度を一桁以上向上したものとなっており、4 π 系のスペクトラル関数の質の向上に大きく貢献できたと言える。今後、この結果を用いた理論的な解析が、理論家から提案されている。

参考文献

- [1] K. Akerstaff, et al. Measurement of the one prong hadronic tau branching ratios at LEP. *Eur. Phys. J. C*, Vol. 4, pp. 193–206, 1998.
- [2] Frits A. Berends, P.H. Daverveldt, and R. Kleiss. Monte Carlo Simulation of Two Photon Processes. 2. Complete Lowest Order Calculations for Four Lepton Production Processes in electron Positron Collisions. *Comput.Phys.Commun.*, Vol. 40, pp. 285–307, 1986.
- [3] CLEO collaboration. The QQ B meson decay event generator. See <http://www.ins.cornell.edu/public/CLEO/soft/QQ>.
- [4] Michel Davier, Andreas H?cker, Bogdan Malaescu, Chang-Zheng Yuan, and Zhiqing Zhang. Update of the ALEPH non-strange spectral functions from hadronic τ decays. *Eur.Phys.J.*, Vol. C74, No. 3, p. 2803, 2014.
- [5] S. Jadach, W. Placzek, E. Richter-Was, B.F.L. Ward, and Z. Was. Upgrade of the Monte Carlo program BHLUMI for Bhabha scattering at low angles to version 4.04. *Comput.Phys.Commun.*, Vol. 102, pp. 229–251, 1997.
- [6] S. Jadach, B.F.L. Ward, and Z. Was. The Precision Monte Carlo event generator K K for two fermion final states in e^+e^- collisions. *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 130, pp. 260–325, 2000.
- [7] S. Jadach, Z. Was, R. Decker, and Johann H. Kuhn. The tau decay library TAUOLA: Version 2.4. *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 76, pp. 361–380, 1993.
- [8] S. Jadach and Z. Was. Koralb: An Upgrade to version 2.4. *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 85, pp. 453–462, 1995.
- [9] Stanislaw Jadach, Johann H. Kuhn, and Zbigniew Was. TAUOLA: A Library of Monte Carlo programs to simulate decays of polarized tau leptons. *Comput.Phys.Commun.*, Vol. 64, pp. 275–299, 1990.
- [10] M. Jezabek, Z. Was, S. Jadach, and Johann H. Kuhn. The tau decay library TAUOLA, update with exact $O(\alpha)$ QED corrections in $\tau \rightarrow \mu(e)$ neutrino anti-neutrino decay modes. *Comput.Phys.Commun.*, Vol. 70, pp. 69–76, 1992.
- [11] S. Schael, et al. Branching ratios and spectral functions of tau decays: Final ALEPH measurements and physics implications. *Phys. Rept.*, Vol. 421, pp. 191–

284, 2005.

謝辞

本研究を行なうにあたり、お世話になりました方々に紙面をお借りしてお礼申し上げます。

まず、このような素晴らしい実験に携わる機会を与えて下さった、高エネルギー物理学研究室の林井先生、宮林先生に深く感謝致します。直接ご指導いただきました林井先生は、解析手法だけでなく、物理や解析の楽しさも教えて頂きました。お忙しい中、質問をしても丁寧にご指導いただきありがとうございました。無知であった私がここまで研究を進められたのは林井先生のおかげです。本当にありがとうございました。宮林先生には、高エネルギー物理学の基礎から丁寧にご指導いただき、助言もたくさんしていただきました。本当にありがとうございました。名古屋大学の方々、Belle Collaboration の皆様にも心から感謝致します。

卒業生である森井友子さんには、研究のことはもちろん様々なことに助言とご指導いただき、大変感謝しております。同学年の福井さんとはお互い励まし合いながら共に楽しく充実した日々を過ごすことができました。共にこの研究室で大学院生活を過ごせたことを幸せに思います。また、後輩の新井さん、長谷川さん、北内さん、太地さん、武田さん、長坂さん、横山さんには、いつもいろいろと支えていただき、楽しく充実した日々を過ごすことができました。本当にありがとうございました。

最後に、私が充実した研究生活ができるよう支えてくださったすべての方々に感謝致します。

付録 A

付録

ここでは第5章で述べたデータの再構成の簡単な例をみってみる。2行2列の最も簡単な場合を例にとって、アクセプタンス行列 \mathbf{A} の逆行列 \mathbf{A}^{-1} にどのような問題が起こるかについて説明する。検出器の効果を表すアクセプタンス行列 \mathbf{A} を用いて測定された分布 $\mathbf{b} = b_i = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ と真の分布 $\mathbf{x} = x_j = x_1, \dots, x_m (m \leq n)$ は

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (\text{A.1})$$

という固有値方程式の形で関係づけられている。
最も簡単な例として、アクセプタンス行列 \mathbf{A} が

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & 1 - \epsilon \\ 1 - \epsilon & 1 + \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

のような形をしている場合を考える。

ここで ϵ は $0 \leq \epsilon \leq 1$ であり、検出器の性質を決めるパラメーターである。例えば $\epsilon = 1$ ならば、 \mathbf{A} は

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

となり理想的な検出器を意味する。一方 $\epsilon \ll 1$ のように小さくなればなるほど検出効率の悪い検出器であることを表す。例えば $\epsilon = 0$ ならば、 \mathbf{A} は

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

となり、各ビンの区別がつかない非常に分解能の悪い検出器に対応する。

固有値分解法 (SVD) を用いて、行列 \mathbf{A} は次のように分解できる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (\text{A.5})$$

ここで直交行列 \mathbf{U} と \mathbf{V} は

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

である。行列 \mathbf{A} の固有値は $s_1 = 1$ と $s_2 = \epsilon$ である。

ここで \mathbf{b} は観測されたイベント数

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

を用いて、前節にしたがって U 、 V の回転した系でのベクター \mathbf{z} と \mathbf{d} を定義すると、

$$\mathbf{z} = V^T \mathbf{x} \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{d} = U^T \mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} b_1 + b_2 & b_1 - b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

固有値方程式 A.1 は

$$\mathbf{S} \mathbf{z} = \mathbf{d} \quad (\text{A.10})$$

となる。行列 \mathbf{S} は対角行列なので、この固有値方程式は簡単に解くことができ、

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{d} \quad (\text{A.11})$$

ここで

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

となる。求めたいベクトル \mathbf{x} は、 z を用いて

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{z} = \mathbf{V} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} b_1 + b_2 \\ b_1 - b_2 \end{pmatrix} = \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

のように与えられる。

式 A.13 は ϵ が有限の時の式 A.1 の正確な解である。しかし、第 2 項が

$$\frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \quad (\text{A.14})$$

であることに注目してもらいたい。この差 $b_1 - b_2$ が統計の範囲内 ($|b_1 - b_2| < \sqrt{b_1 - b_2}$) であったとき、差 $b_1 - b_2$ は単なる統計的なふらつきで意味はないが ϵ が小さくなるとこの項がだんだん大きくなり、統計的に意味のある第 1 項より大きくなるということが起こる。このような場合には、この項、すなわち固有値の $s_2 = \epsilon$ をも除いた結果

$$\mathbf{x} = \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

の方が物理的に意味のある結果となっている。