

2016年度 修士学位論文

相対論的原子核衝突における高横運動量で  
の荷電粒子の方位角異方性の測定

奈良女子大学大学院人間文化研究科  
博士前期課程物理学専攻  
学籍番号 15810031

武田 明莉

2017年2月

## 概要

ビッグバン直後、数  $10\mu$  秒後の世界はクォークとグルーオンが核子内に閉じ込められていない、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 状態ができていたと考えられている。今の宇宙で QGP をつくるには、高温・高密度にして、その閉じ込めを破らなければならない。そのために考え出されたのが高エネルギー重イオン衝突実験である。

PHENIX 実験では、Brookhaven National Laboratory (BNL) の The Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) 加速器を用いて金原子核同士を核子対当たり重心系衝突エネルギーを最大 200GeV で衝突させ、高温状態にして QGP をつくる。ここで重イオン衝突により QGP がつくられた時の特徴的な性質の 1 つとして、原子核の非中心衝突により生成され放出される粒子群が示す、方位角の異方性がある。高横運動量粒子は QGP を通過する際にエネルギー損失をする。また、原子核はある一定の大きさがあるため非中心衝突の場合、反応領域はアーモンド状の楕円形となり、衝突で生成された高横運動量粒子が放出される時に、QGP と相互作用する領域の長さが異なる。そのため、高横運動量粒子のエネルギー損失の大きさが方位角により異なり、その結果、収量の違いとして現れる。この違いを測定することで QGP の重要な性質の 1 つである、エネルギー損失機構の特性を調べられる。

本研究では、その収量の違いを表す量として方位角異方性パラメータ  $v_2$  を用いる。 $v_2$  とは放出粒子の反応平面からの方位角分布をフーリエ展開したときの  $\cos 2\phi$  の項の係数に比例する量である。

本研究では、PHENIX 実験において、2014 年に収集された核子対当たりの重心系衝突エネルギー 200GeV の金原子核同士の衝突によって得られた約 120 億イベントのデータを用い、荷電ハドロン の  $v_2$  を測定した。その結果、低い横運動量からこれまでよりも高い 20GeV/c まで測定に成功した。それらを用いて、 $v_2$  の運動量依存性や衝突中心度依存性について調べた。衝突中心度を区別しないデータでは横運動量が 12GeV/c まで、有限の  $v_2$  があることが分かった。これは高横運動量領域でも  $v_2$  が存在していることを示しており、荷電粒子のエネルギー損失が QGP 通過距離によって変わるという理論モデルと定性的に無矛盾である。また、衝突中心度を区別したデータでは、より非中心衝突になるにつれ  $v_2$  の値が大きくなることを確認した。これはより非中心衝突になると、アーモンド形の反応領域の長軸と短軸の比が大きくなるからである。さらに、荷電ハドロン の  $v_2$  を PHENIX 実験で測定された中性  $\pi$  中間子の  $v_2$  と比較すると、横運動量が 7GeV/c 以上では中性 中間子の  $v_2$  とエラーの範囲で一致し、7GeV/c 以下では一致しないことが分かった。10 倍衝突エネルギーが大きい LHC の ALICE 実験における  $v_2$  測定でも、本研究と同様の結果が報告されている。さらに、 $v_2$  を横運動量領域に分けて積分し、それが衝突に関与した核子の数 ( $N_{part}$ ) の関数としてどのように変化するか調べた。その結果、横運動量が 0.5 から 20GeV/c の領域では  $v_2$  を反応領域の楕円率  $\varepsilon$  で規格化した  $v_2/\varepsilon$  が  $N_{part}$  の 1/3 乗に比例することが分かった。次に、反応領域の形だけではなく、反応領域の大きさと  $v_2$  の関係について調べた結果、低い横運動量領域 (0.5 から 1GeV/c) では  $v_2/\varepsilon$  は距離の 0.6 乗であり、それに比べ高い横運動量領域 (8GeV/c 以上) では距離の 1 乗に近づくことが分かった。この結果は、高い運動量領域と低い運動量領域では、 $v_2$  の作られる機構が違うことによると解釈できる。

# 目次

第 1 章	序章	7
1.1	クォーク・グルーオン・プラズマ	7
1.2	高エネルギー重イオン衝突実験	8
1.3	時空発展	9
1.4	使用する物理量の定義	10
1.4.1	横運動量	10
1.4.2	セントラリティ	10
1.4.3	反応平面	11
1.5	方位角異方性	11
1.5.1	低横運動量領域	13
1.5.2	中間横運動量領域	13
1.5.3	高横運動量領域	14
1.6	研究目的	14
第 2 章	RHIC-PHENIX 実験	15
2.1	RHIC 加速器	15
2.2	PHENIX 実験	15
2.2.1	PHENIX 検出器	15
2.2.2	Central Arm Detector (CNT)	16
2.2.3	Global Detector	19
第 3 章	物理解析	22
3.1	解析方法	22
3.1.1	反応平面法	22
3.1.2	シグナル抽出	22
3.2	イベント選択	24
3.3	トラック選択	24
3.3.1	再構成されたトラックの精度	25
3.3.2	E/p カット	36
3.4	反応平面の分解能	43
3.5	$p_T$ ビン補正	44
3.6	誤差	45
3.6.1	統計誤差	45
3.6.2	系統誤差	47
第 4 章	結果・考察	57
4.1	ミニマムバイアスでの方位角異方性	57
4.2	方位角異方性のセントラリティ依存	57
4.2.1	測定結果	57

4.2.2	過去の結果との比較 . . . . .	59
4.2.3	$\pi$ 中間子、陽子との比較 . . . . .	60
4.2.4	エネルギー損失と距離の関係 . . . . .	63
<b>第 5 章 まとめ</b>		<b>67</b>
<b>付録 A DCA、EMCal 分布の平均値と <math>\sigma</math></b>		<b>69</b>
A.1	Rough cut . . . . .	69
A.2	Tight cut . . . . .	73
<b>付録 B E/p の最適値探索</b>		<b>78</b>
<b>付録 C セントラリティ、<math>N_{part}</math>、<math>\varepsilon</math> の関係</b>		<b>82</b>

# 表 目 次

2.1	検出器のまとめ [10][11][12][13] . . . . .	21
2.2	PC の詳細 [20] . . . . .	21
3.1	系統誤差 1 . . . . .	56
3.2	系統誤差 2 . . . . .	56
C.1	セントラリティ、 $N_{patr}$ [19]、 $\varepsilon$ [20] の関係 . . . . .	82

# 目次

1.1	宇宙の歴史 [2]	7
1.2	ハドロン相と QGP 相におけるクォークとグルーオンの様子	8
1.3	QCD の相図	8
1.4	PHENIX 実験による金 + 金衝突での Bjorken・エネルギー密度 $\varepsilon_{BJ}$ の測定結果 [3]	9
1.5	重イオン衝突の時空発展の様子 [1]	9
1.6	インパクトパラメータの定義	10
1.7	原子核の重なり方とセントラリティの関係	11
1.8	反応平面	11
1.9	反応平面からの粒子の方位角分布	12
1.10	2004 年のデータで測定された先行研究の $v_2$ [4]	12
1.11	重イオン衝突の様子 (左図) と方位角による圧力勾配の様子 (右図)	13
1.12	$v_2$ vs. $p_T$ [5]	14
1.13	$v_2/n_q$ vs. $p_T/n_q$ [5]	14
1.14	重イオン衝突の様子 (左図) と方位角によるエネルギー損失の様子 (右図)	14
2.1	RHIC とその他の補助加速器 [8]	15
2.2	ビーム軸に垂直な方向から見た PHENIX 検出器	16
2.3	ビーム軸に平行な方向から見た PHENIX 検出器	16
2.4	Drift Chamber の写真 [9]	17
2.5	Pad Chamber の様子 [9]	18
2.6	EMCal の写真 (2 セクター) [9]	19
2.7	BBC の全体像 (左図) と BBC を構成する検出器 (右図) [9]	19
2.8	VTX の様子 [9]	20
2.9	DCA の定義 (左図) と VTX における DCA の分解能 (右図) [14]	20
2.10	FVTX の様子 [15]	21
3.1	PC3sd $\phi$ の分布の例	23
3.2	間違えて再構成されたトラックの例	24
3.3	dz、dphi の定義	25
3.4	DCAz、DCA2d の定義	25
3.5	PC3dz 分布	26
3.6	分解能の $p_T$ 依存の分布	27
3.7	DC zed の色分け	27
3.8	Rough cut PC3dz 平均値	28
3.9	Rough cut PC3dz $\sigma$	28
3.10	Rough cut PC3dphi 平均値	29
3.11	Rough cut PC3dphi $\sigma$	29
3.12	Entry vs. PC3dz のトラックカット比較プロット	30
3.13	Entry vs. PC3dphi のトラックカット比較プロット	31

3.14	Entry vs. DCAz のトラックカット比較プロット	31
3.15	Entry vs. DCA2d のトラックカット比較プロット	31
3.16	Entry vs. EMCaldz のトラックカット比較プロット	32
3.17	Entry vs. EMCaldphi のトラックカット比較プロット	32
3.18	PC3dz 分布	33
3.19	DC zed の色分け	34
3.20	Tight cut PC3dz 平均値	34
3.21	Tight cut PC3dz $\sigma$	35
3.22	Tight cut PC3dphi 平均値	35
3.23	Tight cut PC3dphi $\sigma$	36
3.24	間違えて再構成されたトラックの例	38
3.25	$p_T$ 領域における E/p 分布	38
3.26	PC3dphi の分布 ( $p_T$ 0.5~0.75)	40
3.27	S/N ratios ( $p_T$ 0.5~0.75 [GeV/c])	40
3.28	PC3dphi の分布 ( $p_T$ 5.0~5.5)	41
3.29	S/N ratios ( $p_T$ 5.0~5.5 [GeV/c])	41
3.30	Entry vs. PC3sdz の分布にダブルガウシアンフィットをした様子	42
3.31	E/p の条件および VTX における S/N 比の $p_T$ 依存	42
3.32	セントラリティ ごとの反応平面の分解能	44
3.33	トラック数の重心と平均値の関係	45
3.34	セントラリティ ごとのそれぞれの検出器を用いた際の反応平面の分解能	48
3.35	各検出器の反応平面を用いた $v_2$	49
3.36	PC3sdphi 分布と PC3sdz 分布を用いた場合の $v_2$	50
3.37	PC3sdphi の範囲を $3\sigma$ にした場合	50
3.38	PC3sdphi の範囲を $2\sigma$ にした場合	51
3.39	PC3sdphi の範囲を $1\sigma$ にした場合	51
3.40	それぞれの PC3sdphi の範囲による $v_2$	52
3.41	PC3sdz の範囲を $3\sigma$ にした場合	52
3.42	PC3sdz の範囲を $2\sigma$ にした場合	53
3.43	PC3sdz の範囲を $1\sigma$ にした場合	53
3.44	それぞれの PC3sdz の範囲による $v_2$	54
3.45	それぞれの E/p カットを用いた時の $v_2$	55
3.46	ミニマムバイアスにおける $v_2$ の run 依存	55
4.1	ミニマムバイアスにおける $v_2$	57
4.2	セントラリティ 0~10%	58
4.3	セントラリティ 10~20%	58
4.4	セントラリティ 20~30%	58
4.5	セントラリティ 30~40%	58
4.6	セントラリティ 40~50%	58
4.7	セントラリティ 50~60%	58
4.8	セントラリティ 0~10% (2004 年のデータの $v_2$ との比較)	59
4.9	セントラリティ 10~20% (2004 年のデータの $v_2$ との比較)	59
4.10	セントラリティ 20~30% (2004 年のデータの $v_2$ との比較)	59
4.11	セントラリティ 30~40% (2004 年のデータの $v_2$ との比較)	59
4.12	セントラリティ 40~50% (2004 年のデータの $v_2$ との比較)	60

4.13	セントラリティ 50~60% (2004年のデータの $v_2$ との比較)	60
4.14	セントラリティ 0~10% ( $\pi \cdot p$ との比較)	60
4.15	セントラリティ 10~20% ( $\pi \cdot p$ との比較)	60
4.16	セントラリティ 20~30% ( $\pi \cdot p$ との比較)	60
4.17	セントラリティ 30~40% ( $\pi \cdot p$ との比較)	60
4.18	セントラリティ 40~50% ( $\pi \cdot p$ との比較)	61
4.19	セントラリティ 50~60% ( $\pi \cdot p$ との比較)	61
4.20	ALICE 実験における $v_2$ の比較 [18]	62
4.21	$\pi$ 中間子と陽子の比 [17]	62
4.22	各セントラリティ、 $p_T$ 領域における平均 $v_2$	63
4.23	ALICE 実験における平均 $v_2$ [18]	63
4.24	各楕円率、 $p_T$ 領域における平均 $v_2$	64
4.25	$v_2$ と楕円率と $N_{part}$ の関係	64
4.26	グラウバーモデルでの原子核衝突での反応領域の様子	64
4.27	$\varepsilon$ [20] と $N_{part}$ [19] の関係 (データテーブルは付録に記載)	65
4.28	$v_2$ と楕円率と $N_{part}$ と $N_{part}^{1/3}$ の関係	65
4.29	$v_2/\varepsilon$ の運動量依存性 (左図) と $v_2/\varepsilon N_{part}^{1/3}$ の運動量依存性 (右図)	65
4.30	平均 $v_2$ と半径の関係	66
4.31	$v_2$ の距離依存性を示すべき乗パラメーター $b$ の横運動量依存性	66
A.1	Rough cut DCAz 平均値	69
A.2	Rough cut DCAz $\sigma$	70
A.3	Rough cut DCA2d 平均値	70
A.4	Rough cut DCA2d $\sigma$	71
A.5	Rough cut EMCaldz 平均値	71
A.6	Rough cut EMCaldz $\sigma$	72
A.7	Rough cut EMCaldphi 平均値	72
A.8	Rough cut EMCaldphi $\sigma$	73
A.9	Tight cut DCAz 平均値	74
A.10	Tight cut DCAz $\sigma$	74
A.11	Tight cut DCA2d 平均値	75
A.12	Tight cut DCA2d $\sigma$	75
A.13	Tight cut EMCaldz 平均値	76
A.14	Tight cut EMCaldz $\sigma$	76
A.15	Tight cut EMCaldphi 平均値	77
A.16	Tight cut EMCaldphi $\sigma$	77
B.1	PC3dphi の分布 ( $p_T$ 7.5~8.0)	78
B.2	S/N ratios ( $p_T$ 7.5~8.0 [GeV/c])	78
B.3	PC3dz の分布 ( $p_T$ 0.5~0.75)	79
B.4	S/N ratios ( $p_T$ 0.5~0.75 [GeV/c])	79
B.5	PC3dz の分布 ( $p_T$ 5.0~5.5)	80
B.6	S/N ratios ( $p_T$ 5.0~5.5 [GeV/c])	80
B.7	PC3dz の分布 ( $p_T$ 7.5~8.0)	81
B.8	S/N ratios ( $p_T$ 7.5~8.0 [GeV/c])	81

# 第1章 序章

## 1.1 クォーク・グルーオン・プラズマ

宇宙誕生と言われているビッグバンの直後、数  $10\mu$  秒後の世界は、最小粒子のクォークとグルーオンが核子内に閉じ込められていない、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 状態ができていたと考えられている。図 1.1 は、現在考えられているビッグバンから始まった宇宙の歴史の図である。現在の宇宙では、量子色力学 (QCD) で記述されるように、クォークやグルーオンは核子内に閉じ込められていて、単体で取り出すことはできない。しかし、図 1.2 で示すように、核子のある一定の高温・高密度状態にすることにより、クォークとグルーオンの閉じ込めが破られることが予想された。その温度と密度は格子 QCD の計算によると、それぞれ約  $170\text{MeV}$  と約  $1\text{GeV}/\text{fm}^3$  [1] と予想されている。そして、この状態を実験的に再現するために、後述する高エネルギー重イオン実験が考え出された。、図 1.3 は、QCD の相図を表している。

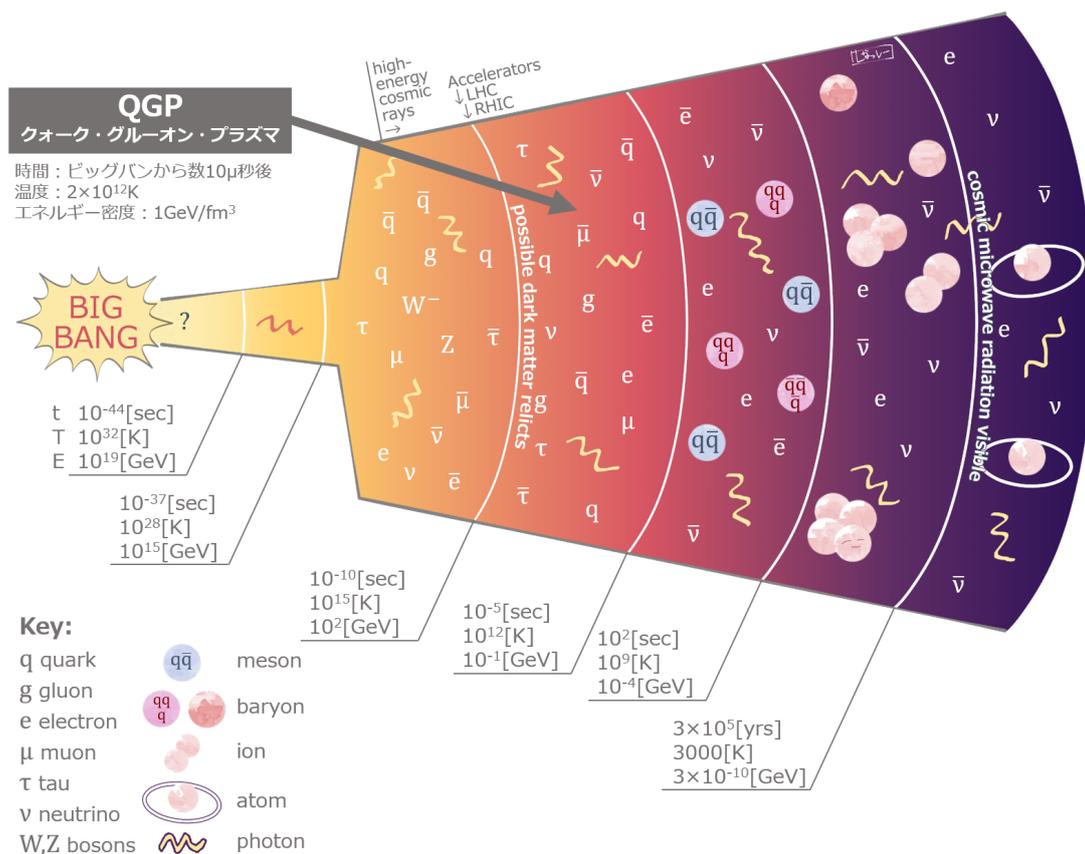


図 1.1: 宇宙の歴史 [2]

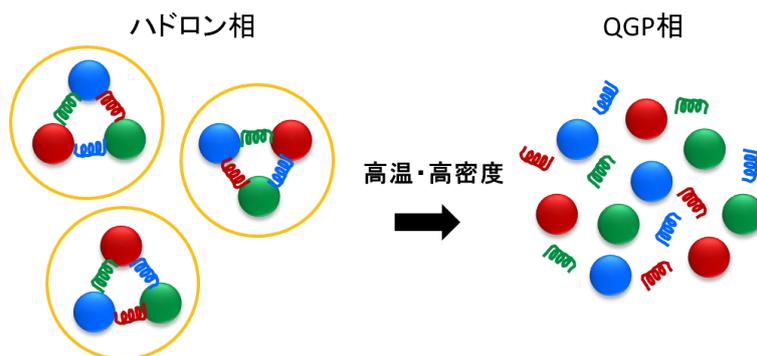


図 1.2: ハドロン相と QGP 相におけるクォークとグルーオンの様子

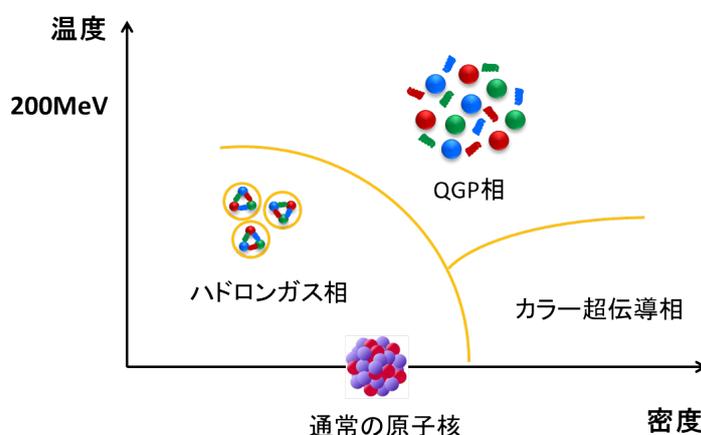


図 1.3: QCD の相図

## 1.2 高エネルギー重イオン衝突実験

実験的に QGP を生成するために考え出されたのが高エネルギー重イオン衝突実験である。加速器を用いて、原子核同士をほぼ光速で正面衝突させることにより、短時間だけ微小空間を高温状態に持っていき、QGP を生成する。このような実験は、1980 年代に一方の原子核を加速して固定標的中の一方の原子核に衝突させる実験から本格的に始まり、その後、両方の原子核を加速し衝突させる実験へと進んだ。現在はアメリカ合衆国のブルックヘブン国立研究所 (BNL) の RHIC (The Relativistic Heavy Ion Collider) 加速器を用いた、PHENIX および STAR 実験や、欧州共同原子核研究機構 (CERN) の LHC (Large Hadron Collider) 加速器を用いた ALICE、ATLAS、CMS 実験が行われている。

Bjorken が提唱したエネルギー密度の式

$$\varepsilon_{Bj} = \frac{1}{c\tau_0 A} \frac{dE_T}{dy} \quad (1.1)$$

を用いると、PHENIX 実験で測定された、Bjorken エネルギー密度は図 1.4 となる。 $\tau=1\text{fm}/c$  と仮定すると式 (1.1) のようになる。重心系衝突エネルギーが 200GeV のセントラリティ 0 から 5% の衝突では反応関与核子数  $N_p = 351$  のため、図 1.4 から分かるようにエネルギー密度は  $5.5\text{GeV}/\text{fm}^3$  となる。これは QGP が生成すると期待されるエネルギー密度の  $1\text{GeV}/\text{fm}^3$  を超えている。よって RHIC では QGP が発生がすると考えられる。

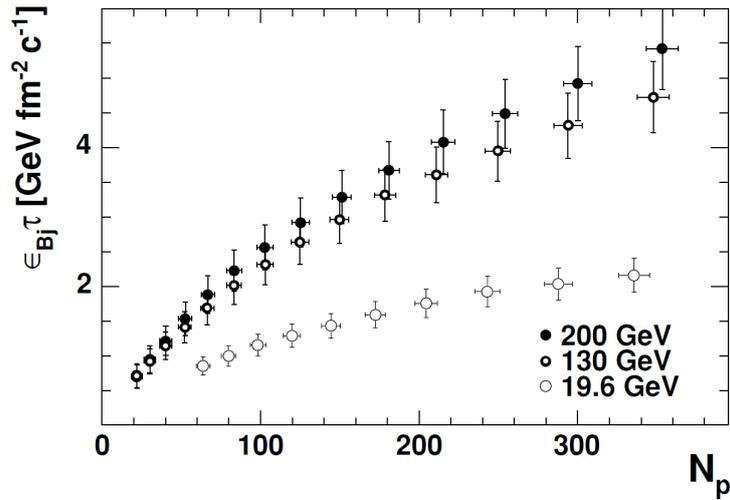


図 1.4: PHENIX 実験による金 + 金衝突での Bjorken ・ エネルギー密度  $\epsilon_{Bj}$  の測定結果 [3]

### 1.3 時空発展

図 1.5 は反応領域での時間発展の様子をミンコフスキー空間で表した図であり、原子核衝突が起こる前から始まり、QGP ができ、さらに衝突で発生したハドロンが飛び去って行くまでの様子を示している。 $\tau^2 = t^2 + x^2$  とする時、 $0 < \tau < \tau_0$  では反応領域に放出されたエネルギーによって生成されたパートン (クォークとグルーオン) 同士による散乱が起きる。その後、散乱を繰り返しながら  $\tau = \tau_0$  で熱平衡状態となり、QGP 状態が作られる。その後、膨張により反応領域のエネルギー密度が下がるにつれ、反応領域の温度も下がり、 $\tau = \tau_H$  となると、QGP のハドロン化が起こり、ハドロン相へと移行が始まる。そして十分に温度が低くなるとハドロン間の相互作用も終了し、ハドロンが飛び去って行く。この時飛び去ったハドロンを検出器で測定することにより、QGP の測定を行っている。

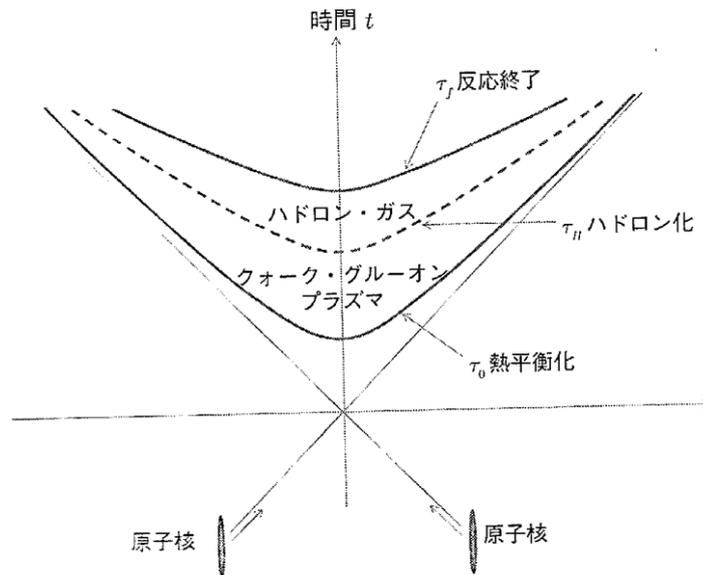


図 1.5: 重イオン衝突の時空発展の様子 [1]

## 1.4 使用する物理量の定義

### 1.4.1 横運動量

運動量 ( $p$ ) における、ビーム軸に対して垂直方向の成分を横運動量 ( $p_T$ ) と呼ぶ。横運動量はローレンツ変換によって変化しない。さらに、横運動量はビーム軸方向の運動量を持たないため、横運動量を用いることで衝突によって発生する運動量だけに焦点を当てることができる。

### 1.4.2 セントラリティ

二つの衝突する原子核同士の重なりを表す量をセントラリティ (衝突中心度) と呼び、範囲は 0% から 100% である。衝突する 2 つの原子核の中心を通る軌道間の距離をインパクトパラメータ (衝突係数) を  $b$ 、原子核の半径を  $R$  とすると、 $b=0$  の時がセントラリティ 0%、 $b=2R$  の時がセントラリティ 100% となり、実験では 92% まで検出できる。また、原子核衝突を検出する最小条件で取得されたデータをミニムバイアスデータと言う。さらに、ビーム軸近くの前方に設置した BBC 検出器で荷電粒子生成量を測定することによりセントラリティを決定できる。これによりミニムバイアスデータをセントラリティの領域ごとに分けて、注目する量の分布の変化を調べることができる。具体的には、全衝突の中で、一番荷電粒子生成量が多かった 5% の衝突を、セントラリティ 0-5% のように、全てのセントラリティを分けている。図 1.6 は原子核 A と原子核 B に対してのインパクトパラメータ ( $b$ ) について説明している。また、図 1.7 はセントラリティと原子核同士の重なり方の関係を定性的に示している。

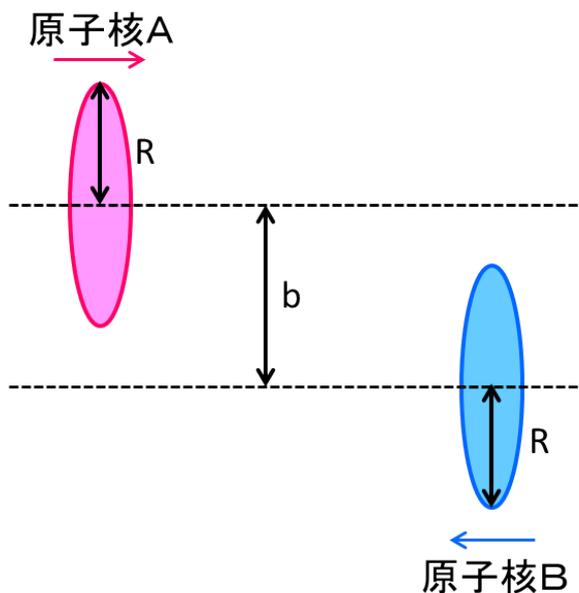


図 1.6: インパクトパラメータの定義

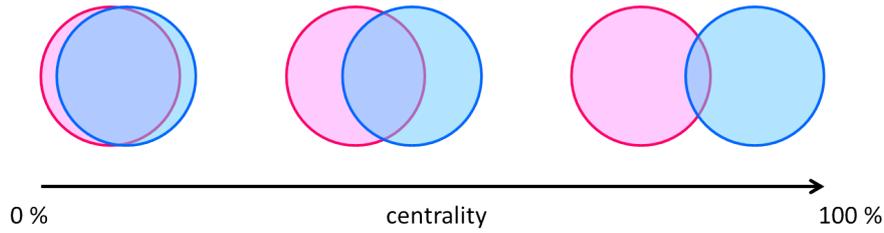


図 1.7: 原子核の重なり方とセントラリティの関係

### 1.4.3 反応平面

衝突する原子核の中心同士を結んだ直線と、ビーム軸で張られる平面を反応平面と呼ぶ。反応平面を基準にして、発生粒子の方位角分布を測定する。図 1.8 は反応平面を図で示している。

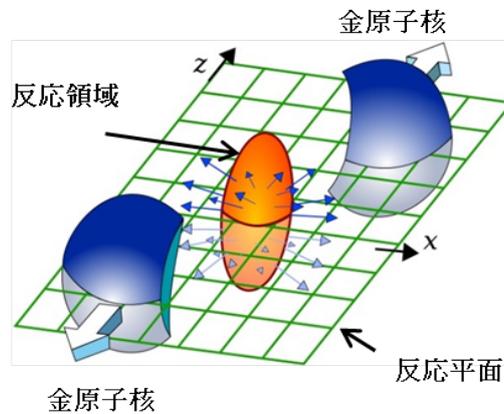


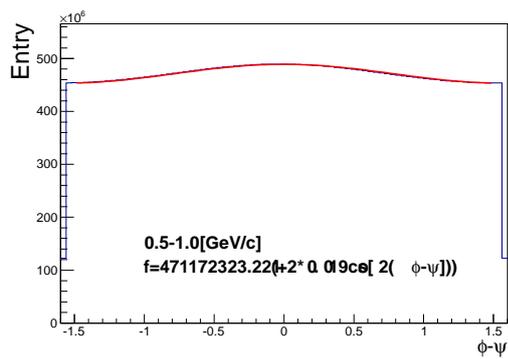
図 1.8: 反応平面

## 1.5 方位角異方性

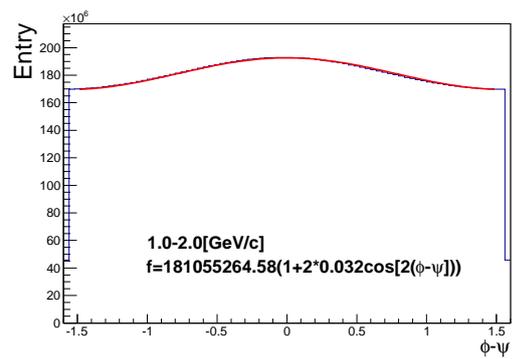
高エネルギーの原子核同士の非中心衝突により生成される粒子は、方位角方向に一様に分布せず、これを方位角異方性と呼ぶ。方位角異方性を持つ理由は横運動量領域により大きく二つに分けられ、一般に観測される方位角異方性はその二つの要因の影響の重ねあわせによると考えられている。方位角異方性の定量的な指標として方位角異方性の強度  $v_n$  を用いる。 $v_n$  とは衝突で生成・放出された粒子の反応平面からの方位角分布をフーリエ展開したときの係数である。

$$\frac{dN}{d(\phi - \Psi_n)} \propto 1 + \sum_{n=1} 2v_n \cos [n(\phi - \Psi_n)] \quad (1.2)$$

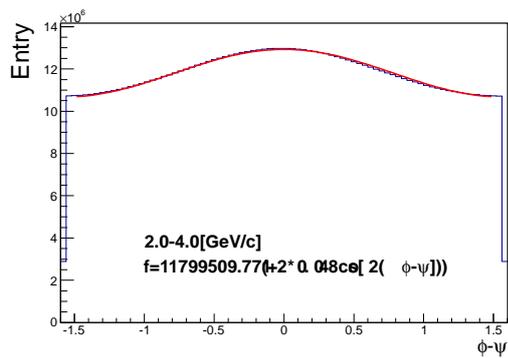
ここで  $v_n$  は  $\cos [n(\phi - \Psi_n)]$  の平均値  $\langle \cos [n(\phi - \Psi_n)] \rangle$ 、 $\phi$  は実験室系での放出粒子の方位角、 $\Psi_n$  は反応平面の方位角を表す。本研究では主に  $n=2$  の時に注目する。 $n=2$  の時の方位角異方性を楕円方位角異方性という。式 (1.2) より分かるように、 $v_2$  は反応平面方向と反応平面に垂直な方向に放出された粒子の割合を意味する。図 1.9 は 3 つの横運動領域で測定した反応平面からの粒子の方位角分布の様子である。黒線が実際の粒子の方位角分布であり、赤線が式 (1.2) の  $n=2$  の場合の関数を粒子の方位角分布にフィットした線である。確かに放出粒子の方位角分布は方位角に対して一様ではなく、方位角異方性があり、 $v_2$  がゼロでないことが分かる。また、図 1.10 は PHENIX 実験の 2004 年に収集されたデータから求められた、先行研究の結果である。



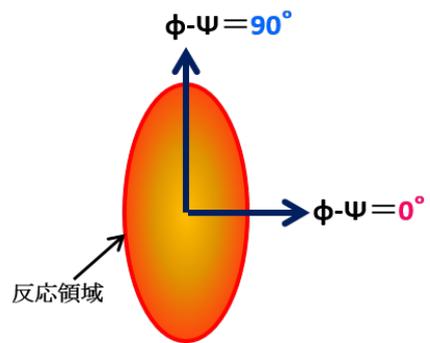
(a)  $0.5 < p_T < 1.0$



(b)  $1.0 < p_T < 2.0$



(c)  $2.0 < p_T < 4.0$



(d) 方位角  $\phi - \psi$  の定義

図 1.9: 反応平面からの粒子の方位角分布

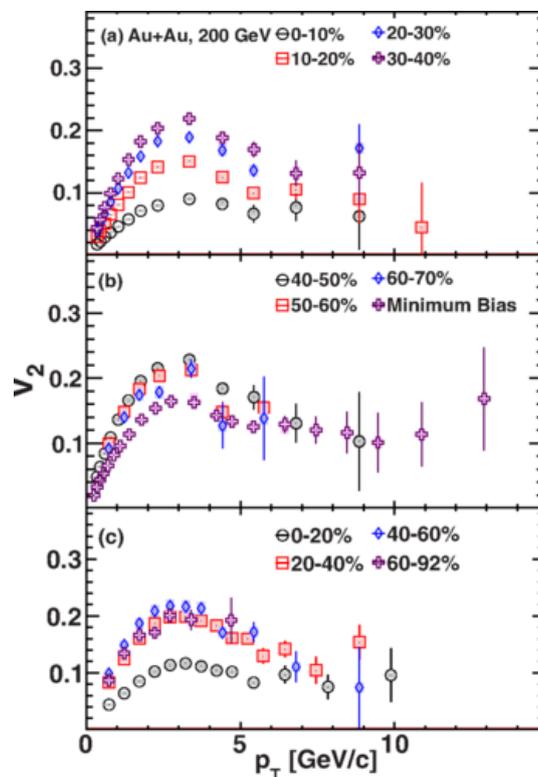


図 1.10: 2004 年のデータで測定された先行研究の  $v_2$ [4]

### 1.5.1 低横運動量領域

低横運動量領域とは主に  $2\text{GeV}/c$  以下の領域を示す。低横運動量領域で方位角異方性が生まれる主な理由は、反応領域にできた高密度物質が膨張する時の圧力勾配が方位角方向によって異なることによる。そのため、放出粒子の収量が方位角によって異なる。また、この高密度物質の流体的な流れは集団的膨張運動 (Flow) と呼ばれる。図 1.11 は重イオン衝突の様子と方位角による圧力勾配について説明している。原子核はある一定の大きさがあるため、非中心衝突の場合、反応領域は反応平面を短軸に持つアーモンド状の楕円形となる。反応領域内は高密度のため内部は高压である一方、反応領域外は何もない低压の空間であるため、反応領域表面ではどこも圧力は同じである。そのため、反応領域内の圧力勾配は短軸方向に大きく、長軸方向に短くなり、この圧力勾配に従って内部物質は流体のように運動し膨張する。その結果、短軸方向に粒子の収量が多くなる。このことが放出粒子の方位角異方性を生み出している。

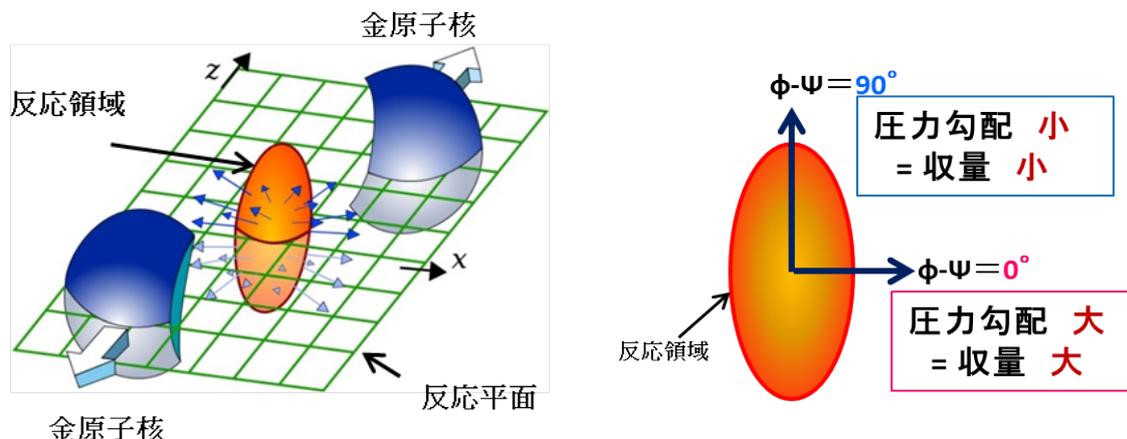


図 1.11: 重イオン衝突の様子 (左図) と方位角による圧力勾配の様子 (右図)

### 1.5.2 中間横運動量領域

横運動量が  $2\text{GeV}/c$  から  $5\text{GeV}/c$  の領域ではハドロンを構成するクォークの数によって、ハドロン  $v_2$  の変化がよく確認できる。[5] 図 1.12 の右図ではメソンである  $\pi$  中間子と  $K$  中間子よりもバリオンである陽子の  $v_2$  が  $2\text{GeV}/c$  以上で大きくなっている。しかしそれぞれの  $v_2$  を構成クォーク数 ( $n_q$ ) で割った図 1.13 の右図では  $\pi$  中間子と、 $K$  中間子、陽子の  $v_2/n_q$  はほぼ等しくなっている。この現象はリコンビネーションモデル [6][7] によって説明できる。それは、クォーク単体の  $v_2$  を  $p_T$  の関数として  $v_2^p(p_T)$  とすると、クォーク 2 個から構成されているメソンの  $v_2^m$  は  $2v_2^p(p_T/2)$ 、クォーク 3 個から構成されているバリオンの  $v_2^b$  は  $3v_2^p(p_T/3)$  と表すモデルである。このモデルを使うと、図 1.12 から図 1.13 への変化が無矛盾になる。

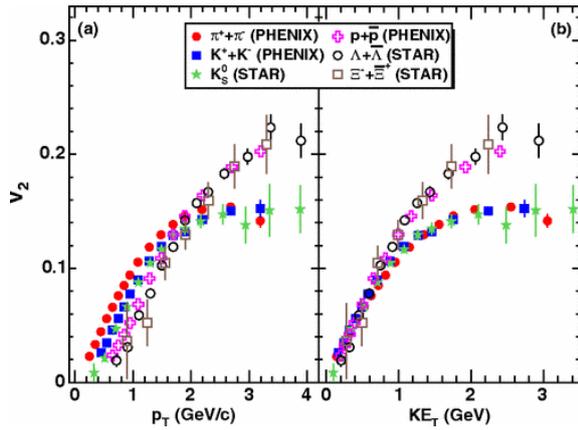


図 1.12:  $v_2$  vs.  $p_T$  [5]

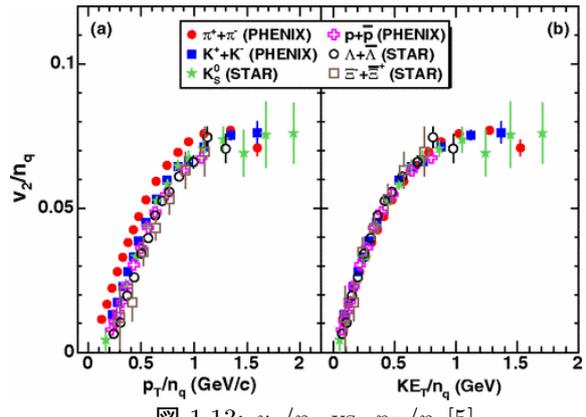


図 1.13:  $v_2/n_q$  vs.  $p_T/n_q$  [5]

### 1.5.3 高横運動量領域

高横運動量領域とは主に  $8\text{GeV}/c$  以上の領域を示す。高横運動量を持つ粒子は主に初期のパートン同士のハード散乱によって生成される。図 1.14 は重イオン衝突の様子と方位角による荷電粒子のエネルギー損失について説明している。反応領域が球形でないため、衝突で生成された高横運動量粒子が放出される時に、方位角によって QGP と相互作用する領域の長さが異なる。そのため、高横運動量粒子のエネルギー損失の大きさが方位角によって異なり、収量に違いがみられ、特定の  $p_t$  領域における粒子数分布の方位角異方性となる。

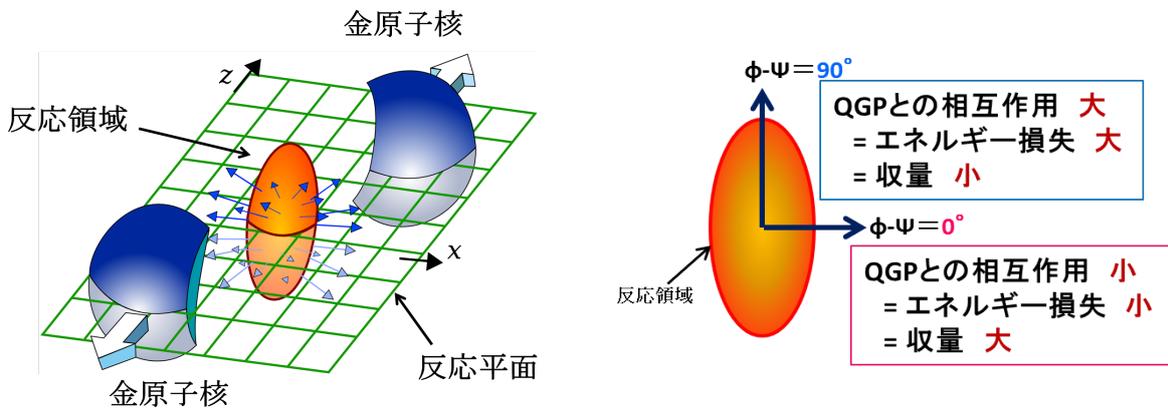


図 1.14: 重イオン衝突の様子 (左図) と方位角によるエネルギー損失の様子 (右図)

## 1.6 研究目的

RHIC-PHENIX 実験において、高統計を持つ 2014 年に取られたデータの内、重心系衝突エネルギー  $200\text{GeV}$  の Au+Au 衝突を用いて、より高横運動量領域における荷電粒子の  $v_2$  を測定することにより、QGP のエネルギー損失機構についてより詳しく調べる。そのために、ミニマムバイアスデータを用いて荷電ハドロン の  $v_2$  を、セントラリティ の領域別に測定する。これにより、反応領域の形による  $v_2$  の違い、既に測定されている  $\pi$  中間子の  $v_2$  と比較することにより、メソンとバリオンの違い、すなわち構成するクォーク数の違い、が  $v_2$  に与える影響を議論することを可能にする。

## 第2章 RHIC-PHENIX 実験

### 2.1 RHIC 加速器

The Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) はアメリカ合衆国のブルックヘブン国立研究所に建設された、世界初の重イオン実験に特化した衝突型加速器である。図 2.1 は RHIC とその他の補助加速器の配置を表している。RHIC は周長約 3.8km の青リングと黄リングと呼ばれる二つのリングからできており、その二つのリングが交差するビームの衝突点が六つある。そして、ここでは PHENIX、STAR、PHOBOS、BRAHMS の 4 つの実験が行われていた。PHOBOS と BRAHMS は 2006 年に、PHENIX は 2016 年にデータ取得が完了した。RHIC では、陽子からウラニウムまでの様々な原子核を加速・衝突することができ、異なる核種同士での加速・衝突も行える。核子対当たりの最大の重心系衝突エネルギーは Au+Au 衝突で 200GeV、p+p 衝突で 510GeV である。

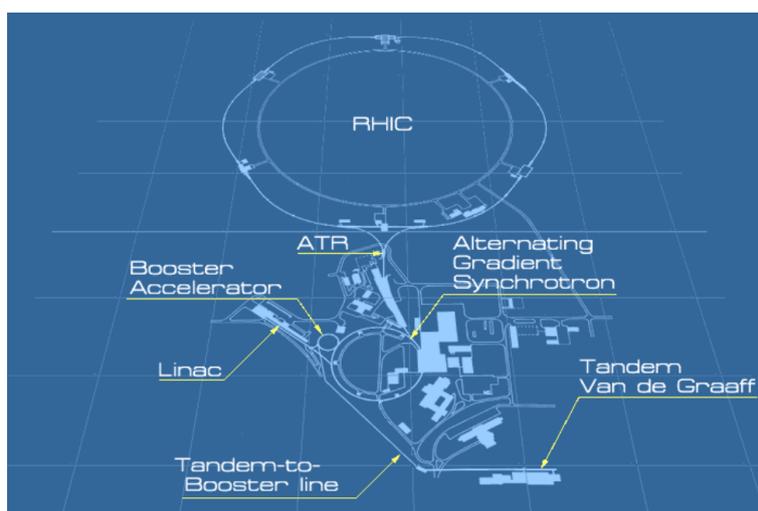


図 2.1: RHIC とその他の補助加速器 [8]

### 2.2 PHENIX 実験

PHENIX 実験 (the Pioneering High Energy Nuclear Interaction eXperiment) は RHIC での 2 大主要実験の一つである。PHENIX 実験の主な目的は新しい状態である QGP の性質の解明と研究である。PHENIX 実験は電子、 $\mu$  粒子、光子といった重イオンや陽子衝突からの直接的なプローブの測定に特化してデザインされている。

#### 2.2.1 PHENIX 検出器

PHENIX 検出器は大きく分けて、 $\pi$  中間子、 $K$  中間子、陽子、電子、重水素核、光子を測定するためにビーム軸を挟んで設置されている 2 つの Central Arm Detector、 $\mu$  粒子を測定することに焦点を当てて、前後方に設置されている 2 つの Muon Arm Detector、衝突についての情報を測定する Global Detector、荷

電粒子の軌道を曲げるための3つのMagnetで構成されている。図2.2と図2.3は、それぞれPHENIX検出器全体をビーム軸に垂直な方向と平行な方向から見た図である。

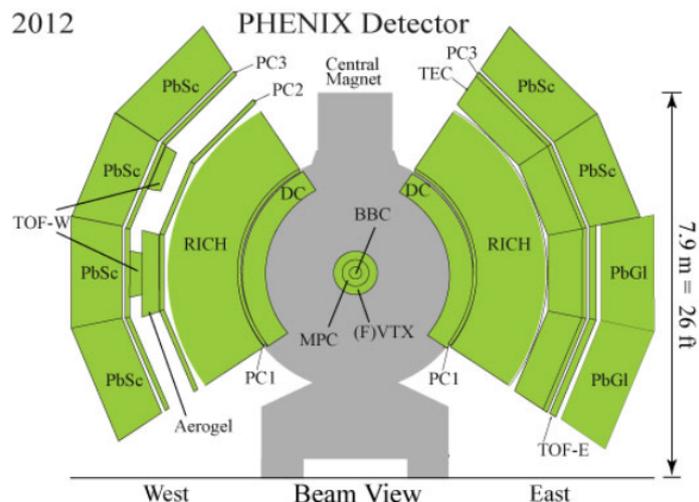


図 2.2: ビーム軸に垂直な方向から見た PHENIX 検出器

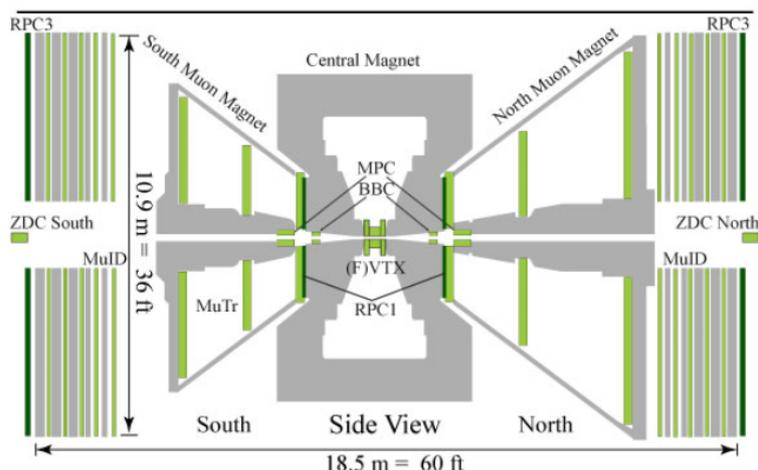


図 2.3: ビーム軸に平行な方向から見た PHENIX 検出器

## 2.2.2 Central Arm Detector (CNT)

Central Arm Detector (CNT) はビーム軸を挟んで東西に設置されており、以下に記す DC、PC や EMCal 等の検出器群で構成され、東側を East Arm、西側を West Arm と呼ぶ。

### Drift Chamber (DC)

Drift Chamber (DC) は Central Arm Detector の主な飛跡検出器である。DC はマグネットから作られるビーム軸に平行な磁力線を持つ磁場中に、ビーム軸を挟んで東西 2.0 ~ 2.4m に1つずつ設置されている。DC はビーム軸を中心とした円筒形の一部をなす形状を持ち、各 DC は  $|z| \leq 90\text{cm}$ 、方位角  $\pi/2$  の範囲を覆っている。DC はアルゴンとエタンガスが 50% ずつ混ぜられたガスの中にワイヤーが張られ、荷電粒子

子の通過位置を測定し、飛跡を検出している。また、荷電粒子が DC から出る時の角度により運動量も決定している。図 2.4 は設置前の DC の写真である。

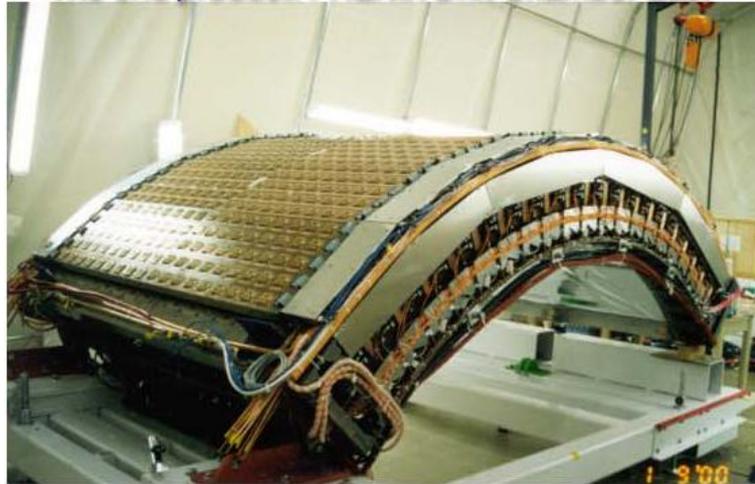


図 2.4: Drift Chamber の写真 [9]

### Pad Chamber (PC)

Pad Chamber (PC) は3つの独立した層から構成されている multi wire proportional chamber (MWPC) であり、それぞれビーム軸からの距離が 248、419、490cm のところに設置されており、PC1、PC2、PC3 と呼んでいる。PC1 は DC と RICH の間、PC2 は East Arm の RICH の後ろ、そして PC3 は EMCal の前に置かれている。DC と同じくワイヤーチェンバーであるが Central Magnet の磁場外のため、荷電粒子は直進する。DC と組み合わせることで3次元の荷電粒子の飛跡を再構成する役割を果たす。図 2.5 は3次元の PC の配置図である。この研究では特に、最外層の PC3 を用いる。

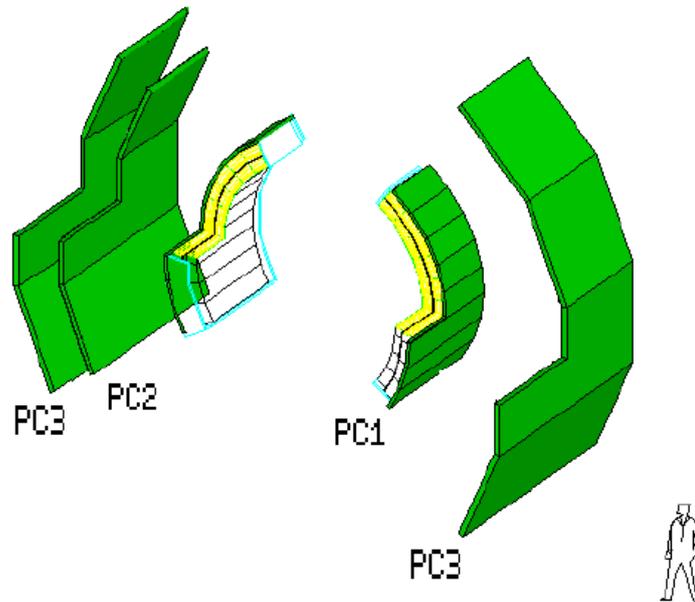


図 2.5: Pad Chamber の様子 [9]

### Electromagnetic Calorimeter (EMCal)

Electromagnetic Calorimeter (EMCal) は電子や光子のエネルギーを測定する検出器であり、電子、光子、ハドロン等の入射位置についての感度も持ち、セントラルアームの最外層に設置されている。東西のアームのEMCalは4つのセクターに分かれており、各EMCalは方位角  $\theta/2$  を覆っている。また、EMCalは2つの異なる材質で作られている。West Armの全てとEast Armの上2つのセクターは、鉛とシンチレータを積み重ねたサンプリング型カロリメータであるLead Scintillator 検出器 (PbSc EMCal) で作られており、East Armの下2つのセクターは鉛ガラス体を吸収材とした全吸収型カロリメータであるLead Glass 検出器 (PbGl EMCal) できている。DC、PCと組み合わせることで電子の識別はもとより、誤って再構成された飛跡 (ゴーストトラック) の低減を図ることができる。図 2.6 は2セクター分のPbSc EMCalの写真である。



図 2.6: EMCAL の写真 (2 セクター) [9]

### 2.2.3 Global Detector

#### Beam Beam Counter (BBC)

Beam Beam Counter (BBC) は偽ラピディティ  $3.0 < |\eta| < 3.9$  の領域で、ビーム軸周りの全方位角を覆い、衝突点を挟んでビーム軸上に南北 1.44m に 1 つずつ設置されている。BBC はそれぞれ 64 本の検出器で構成されており、それぞれの検出器はクォーツチェレンコフ放射体と光電子増倍管からできている。衝突が起こってから粒子が検出されるまでの時間を南北の BBC それぞれで測定し、その時間差からビーム軸上の衝突位置 ( $z$ -vertex) を決定している。また、衝突が起こったことを知らせるトリガーとしても用いられている。ほかにも、BBC で測定された荷電粒子の数を測定することにより、反応平面や centrality の決定も行っている。図 2.7 は 1 つの BBC の全体像と BBC を構成する検出器の写真である。

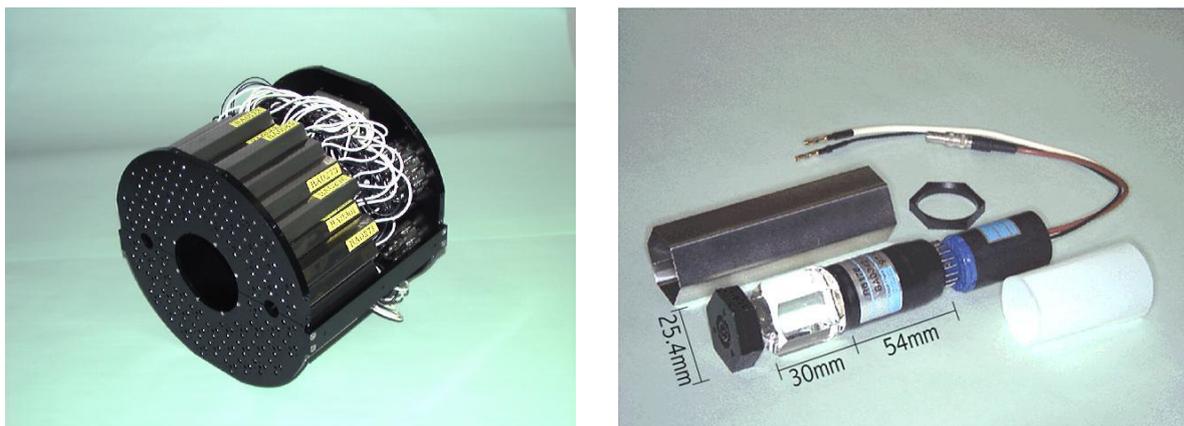


図 2.7: BBC の全体像 (左図) と BBC を構成する検出器 (右図) [9]

#### Silicon Vertex Tracker (VTX)

Silicon Vertex Tracker (VTX) は ビーム軸上の衝突点付近に設置され、 $|\eta| < 1.2$  の領域でビーム軸まわりほぼ全方位角を覆うシリコン飛跡検出器である。VTX は 4 層の円筒形構造となっており、内側 2 層

が Pixel 検出器、外側 2 層が Stripixel 検出器で、複数の検出器センサー部を一行に並べてつないだラダーと呼ばれる長方形の部材を用いて円筒を構成している。図 2.8 は片側の Arm のみの VTX の図である。図 2.9 のように VTX によって再構成された粒子の軌道と衝突点との最近接距離を DCA (Distance of Closest Approach) と呼ぶ。DCA が小さな値となることを要求することにより、間違えて再構成された粒子の飛跡によるバックグラウンドを低減することができる。図 2.9 では、DCA のビーム軸に垂直な成分、すなわち  $DCA_T$  の分解能を  $p_T$  の関数として示す。 $p_T$  が  $2\text{GeV}/c$  以上の領域で、 $DCA_T$  の分解能  $\sigma$  は  $60\mu\text{m}$  である。ここで  $DCA_{2d}$  (図中の  $DCA_T$ ) は DCA のビーム軸に垂直な成分、 $DCA_z$  はビーム軸に平行な成分のことである。

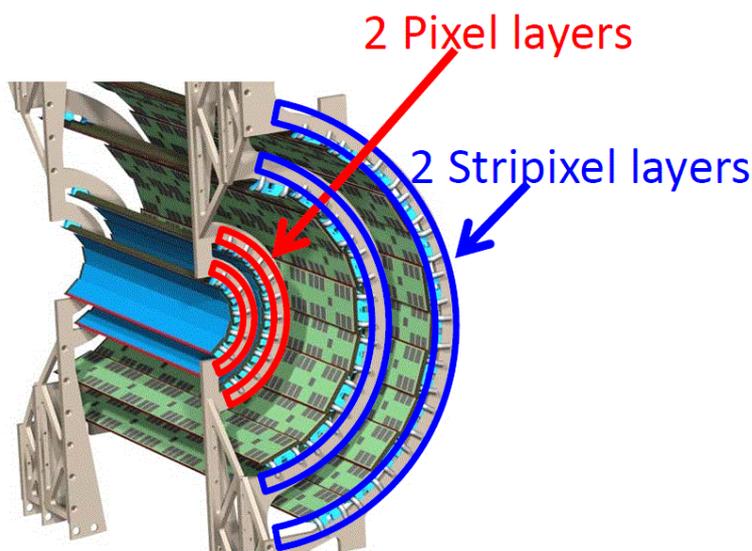


図 2.8: VTX の様子 [9]

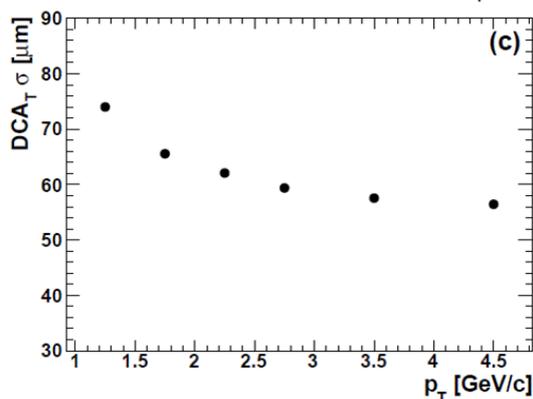
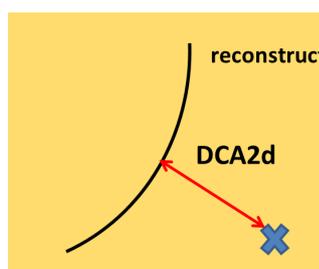


図 2.9: DCA の定義 (左図) と VTX における DCA の分解能 (右図) [14]

### Forward Silicon Vertex Detector (FVTX)

Forward Silicon Vertex Detector (FVTX[15]) は 2012 年に設置された検出器であり、衝突点を挟んでビーム軸上に置かれた二個一対の検出器であり、 $1.2 < |\eta| < 2.2$  を覆っている。図 2.10 のように、FVTX はそれぞれ 4 層のシリコンミニストリップセンサーで構成されており、衝突点近傍で荷電粒子を精度よく測定できる。また、FVTX はヒット情報より反応平面を測定している。FVTX の領域では測定できるヒットの数が多いため、分解能のよい反応平面測定ができる。

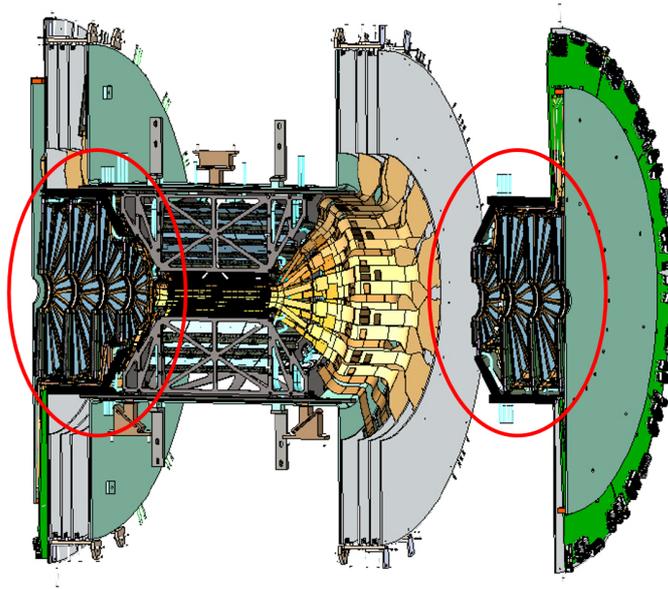


図 2.10: FVTX の形状と設置位置、図中の右側は VTX から外側へ引き出した位置、左側は VTX と組みつけたビーム衝突実験を行う際の位置に描いてある。

表 2.1: 検出器のまとめ [10][11][12][13]

検出器	$\Delta\eta$	$\Delta\phi$	特徴
DC	$\pm 0.35$	$90^\circ \times 2$	$m=1\text{GeV}$ の時 $\Delta m/m=0.4\%$
PC	$\pm 0.35$	$90^\circ \times 2$	
BBC	$\pm (3.1 \text{ to } 3.9)$	$360^\circ$	$z\text{-vertex}$ の分解能 $0.6\text{cm}$
PbSc EMCAL	$\pm 0.35$	$90^\circ + 45^\circ$	$\frac{\sigma_E}{E_{\text{PbSc}}} = \frac{8.1\%}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus 2.1\%$
PbGl EMCAL	$\pm 0.35$	$45^\circ$	$\frac{\sigma_E}{E_{\text{PbGl}}} = \frac{5.9\%}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus 0.8\%$
VTX	$\pm 1.2$	$\sim 360^\circ$	$2\text{GeV}/c$ 以上の場合 $DCA_T$ の分解能= $60\mu\text{m}$

表 2.2: PC の詳細 [20]

パラメータ	PC1	PC2	PC3
Pad サイズ ( $r - \phi \times z[\text{cm}^2]$ )	$0.84 \times 0.845$	$1.355 \times 1.425$	$1.6 \times 1.67$
シングルヒット分解能 ( $r - \phi, z$ ) [mm]	(2.5,1.7)	(3.9,3.1)	(4.6,3.6)
ダブルヒット分解能 ( $r - \phi, z$ ) [cm]	(2.9,2.4)	(4.6,4.0)	(5.3,5.0)

## 第3章 物理解析

### 3.1 解析方法

最初に解析方法の概要について示す。

まず、測定方法として反応平面法、シグナル抽出について説明する。

その後、実際のデータ解析で用いたイベントやトラックについて以下の順に説明する。

- 1)、解析に用いるイベントデータを選択する。(3.2)
- 2)、1)で求めたイベントから発生したトラックの内、荷電ハドロンのトラックのみを選択する。(3.3)
- 3)、粒子の方位角の基準となる反応平面をイベントごとに測定する。(3.4)
- 4)、1)2)3)を用いて  $v_2$  測定。(4章)

#### 3.1.1 反応平面法

1章で説明したように、 $v_2$  は衝突で生成された粒子を反応平面からの方位角分布をフーリエ展開したときの2次の項の係数であり、放出された粒子の方位角  $\phi$  との関係式は式(3.1)のように表せる。ここで  $\Psi$  は反応平面の方位角を表し、本研究では、反応平面法と呼ばれる、North と South の BBC における粒子のヒット分布によって決定される  $\Psi$  と、Central Arm で検出した荷電粒子の  $\phi$  の相関を用いた方法により、 $v_2$  を求める。1章では反応平面の定義を衝突する原子核の中心同士を結んだ直線とビーム軸に平行な直線を含む平面と説明したが、実験で原子核の中心位置を見ることはできない。そのため、前方の BBC で検出した粒子の方位角密度から反応平面と決定した。

$$\frac{dN}{d(\phi - \Psi)} \propto 1 + 2v_2 \cos[2(\phi - \Psi)] \quad (3.1)$$

また、実験で観測される  $v_2$  の値  $v_2^{\text{measured}}$  は、反応平面を求める際の検出器の影響を受けているので、本来の値  $v_2^{\text{true}}$  を得るために補正する。その補正係数を  $C_{\text{reso}}$  と置き、式(3.2)で補正する。

$$v_2^{\text{true}} = \frac{v_2^{\text{measured}}}{C_{\text{reso}}} \quad (3.2)$$

この反応平面を決定する分解能の補正係数については3.4で詳しく述べる。

#### 3.1.2 シグナル抽出

実験で取得される  $v_2$  は式(3.3)のように、荷電ハドロンのトラック、つまりシグナルのトラックから作られる *signal*  $v_2$  ( $v_2(S)$ ) と間違っ再構成されたトラック等、バックグラウンドから作られる *BG*  $v_2$  ( $v_2(B)$ ) を合わせたものが現れる。そのため、以下の方法で *signal*  $v_2$  だけ選択する。

DCで再構成したトラックの外挿とPC3のヒット点の間の  $\phi$  方向の残差を  $pc3sd\phi$  とすると、図3.8のようにシグナルとバックグラウンドを統計的に分離できる。そこで  $i = 0 \sim 11$  で表す領域ごとのピンに分割し  $i$  番目のピンに対して

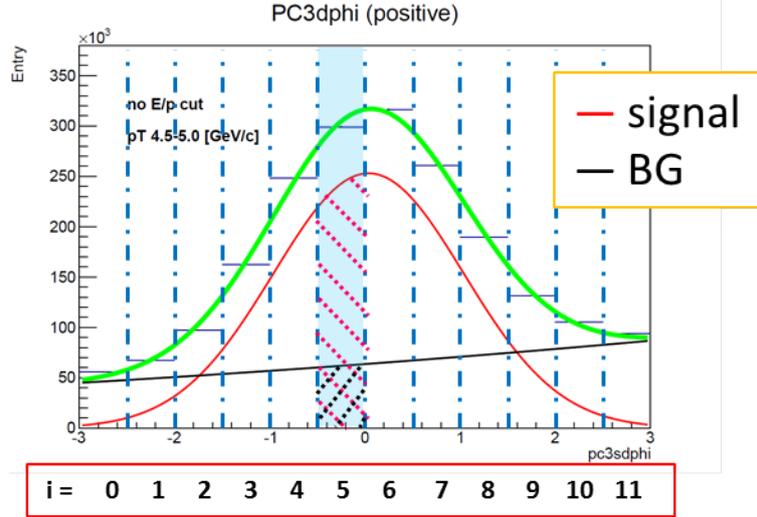


図 3.1: PC3sd $\phi$  の分布の例

$$v_{2i} = \frac{N_{Si}}{N_{Ti}} v_2(S) + \frac{N_{Bi}}{N_{Ti}} v_2(B) \quad (3.3)$$

$$N_{Si} : \text{シグナルトラックの収量} \quad (3.4)$$

$$N_{Bi} : \text{バックグラウンドトラックの収量} \quad (3.5)$$

$$N_{Ti} : \text{トラックの総収量} \quad (3.6)$$

が成り立つと考えることができる。ここで  $v_{2i}$  は  $i$  番目のビンの  $v_2$  である。  
簡単のために、変数を次のように置き直す。

$$v_{2i} = -c_i, \quad v_2(S) = a, \quad v_2(B) = b, \quad \frac{N_{Si}}{N_{Ti}} = x_i, \quad \frac{N_{Bi}}{N_{Ti}} = y_i \quad (3.7)$$

$$-c_i = x_i a + y_i b \quad (3.8)$$

これに基づいて、全ての範囲 ( $i=0\sim 11$ ) において、次の関数の最小値を得る最小二乗法を行うと以下のようになる。

$$\sum_i \frac{(by_i + ax_i + c_i)^2}{\sigma_{ci}^2} = f(a, b) \quad (3.9)$$

$$\sigma_{ci} : i \text{ 番目のビンの } v_2 \text{ の統計誤差} \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

最小値を求めるために、偏微分する。

$$\frac{\partial f}{\partial a} = \sum_i \frac{2x_i(by_i + ax_i + c_i)}{\sigma_{ci}^2} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \sum_i \frac{2y_i(by_i + ax_i + c_i)}{\sigma_{ci}^2} = 0 \quad (3.13)$$

式 (3.12) と式 (3.13) を以下のように連立することにより、 $a$  と  $b$  を求められる。

$$a = \frac{\sum_i \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum_i \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - (\sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2})^2} \left\{ \frac{\sum_i \frac{c_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}}{\sum_i \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}} - \sum_i \frac{c_i x_i}{\sigma_{ci}^2} \right\} = v_2(S) \quad (3.14)$$

$$b = \frac{\sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - (\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2})^2} \left\{ \frac{\sum \frac{c_i x_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2}} - \sum \frac{c_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \right\} = v_2(B) \quad (3.15)$$

### 3.2 イベント選択

本研究では、RHIC-PHENIX 実験における 2014 年に収集された核子対当たり重心系衝突エネルギー  $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$  の Au+Au 衝突のデータを用いて解析を行った。粒子の検出には Central Arm Detector を用いた。さらに以下の条件を課した。

- BBC により測定された衝突位置が、ビーム軸方向に基準から  $\pm 10\text{cm}$  以内のイベントであること。
- BBC South、BBC North 両方に 1 つ以上のヒットが存在するイベント

### 3.3 トラック選択

重イオン衝突では一度の衝突で発生する粒子が多いため、荷電粒子の飛跡（トラック）で間違えて再構成されるものが少なからず発生する。そのため、解析を行うにあたり、衝突によって発生した荷電ハドロンが再構成されたもの以外のトラックをバックグラウンドとして極力取り除く必要がある。本研究では荷電粒子の再構成の精度によるトラックの選別、運動量とエネルギーを組み合わせた方法によるトラックの選別を行い、バックグラウンドを取り除く。図 3.2 は間違えて再構成されたトラックの例である。

- 主なバックグラウンド
  - 間違えて再構成されたトラック
  - 電子のトラック
  - 途中で崩壊した粒子のトラック

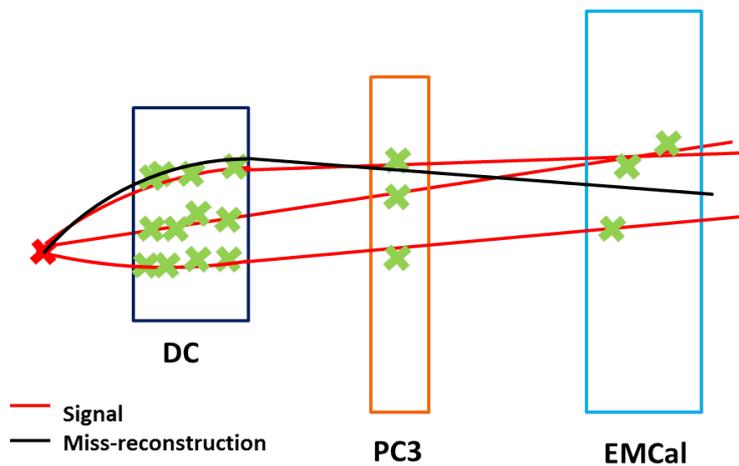


図 3.2: 間違えて再構成されたトラックの例

### 3.3.1 再構成されたトラックの精度

まず、DCで再構成したトラックを評価方法する指標となる変数として、PC3、EMCalにおける  $dz$ 、 $dphi$ 、そしてVTXにおいては  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  を用いる。PC3、EMCalの  $dz$ 、 $dphi$  は図 3.3 のようにDCで再構成されたトラックの外挿と、PC3、EMCalで検出された測定点との  $z$  方向（ビーム軸方向）と  $phi$  方向（方位角方向）の残差のことである。また、VTXの  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  は前章でも説明したVTXによって再構成された粒子のトラックと衝突点との最近接点における残差の  $z$  方向（ビーム軸方向）と  $phi$  方向（方位角方向）の成分である。もし、再構成されたトラックが本物の荷電粒子のトラックであれば、同一の粒子がPC3、EMCalに信号を作るため  $dz$ 、 $dphi$  は測定器の分解能の範囲でゼロと一致する。一方、再構成されたトラックが間違えて再構成されたトラックであればPC3、EMCalの  $dz$ 、 $dphi$  はランダムな値を取って分布する。VTXの  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  においても同様である。ここで、再構成されたトラックが衝突点から発生した荷電粒子の本物のトラックであっても、検出器同士の配置のずれにより、PC3とEMCalの  $dz$ 、 $dphi$ 、VTXの  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  の分布の中心地が0にならない場合もあり得る。よって、このセクションで、PC3、EMCalの  $dz$ 、 $dphi$ 、VTXの  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  の分布から、再構成されたトラックを本物であるとみなしてよい選択条件、すなわち、トラックカット範囲の決定について記す。

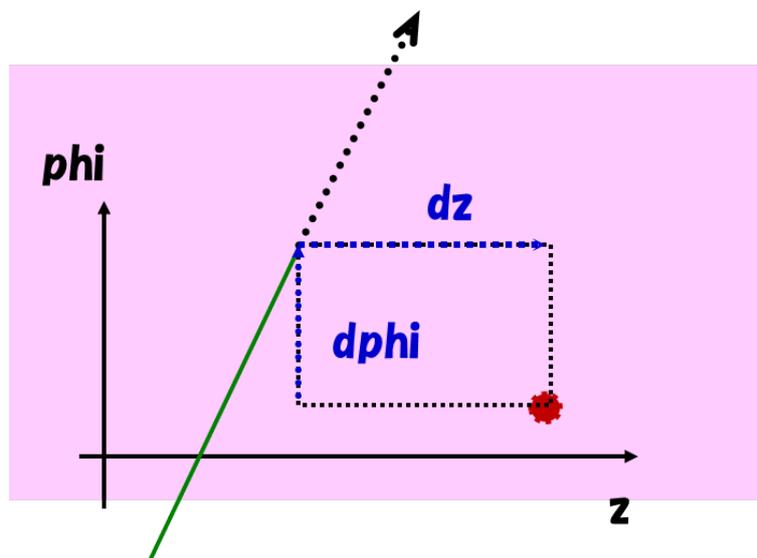


図 3.3:  $dz$ 、 $dphi$  の定義

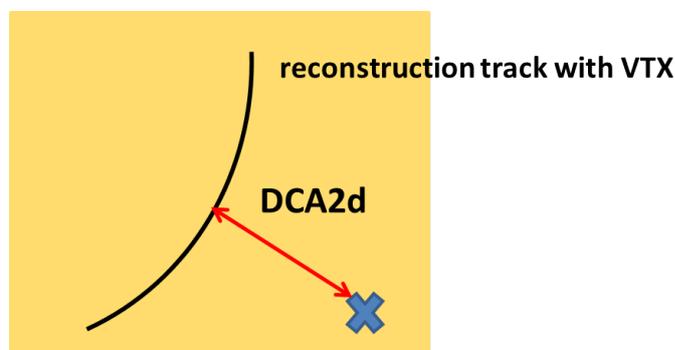


図 3.4:  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  の定義

## Rough cut

まず、最低限のトラックカット条件を加えて PC3、EMCal の dz、dphi、VTX の DCAz、DCA2d の分布を得て、バックグラウンド低減するためのトラックカット (Rough cut) 条件を求める。

### カットの条件

- 全ての場合に用いるトラックに課す条件 (good\_track cut)
  - DC と PC1 で 5 つか 6 つのヒットが有る (DC quality = 31 || 63)
  - $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$
  - DC のビーム軸方向のヒット位置 (zed) が  $|zed| < 75\text{cm}$
- VTX を用いる際に課す条件 (good\_vtxtrack cut)
  - VTX の 4 層中、3 層以上にヒットがある (nclus  $\geq 3$ )
  - VTX の最内層の 3 層にヒットがある (ishitB0B1 && ishitB2)
  - good\_track cut
- $\chi$  square cut

PC3、EMCal における dz、dphi、そして VTX においては DCAz、DCA2d の分布によるトラックカットはトラックを  $p_T$ 、正または負の電荷、DC arm が west か east、DC zed によって場合分けし、それぞれに対して求めた。また、DC zed は 15cm 刻みの分割とした。

まず、図 3.5 に示すようにピーク付近をガウシアンでフィットして平均値 (mean) と分解能 ( $\sigma$ ) を求める。

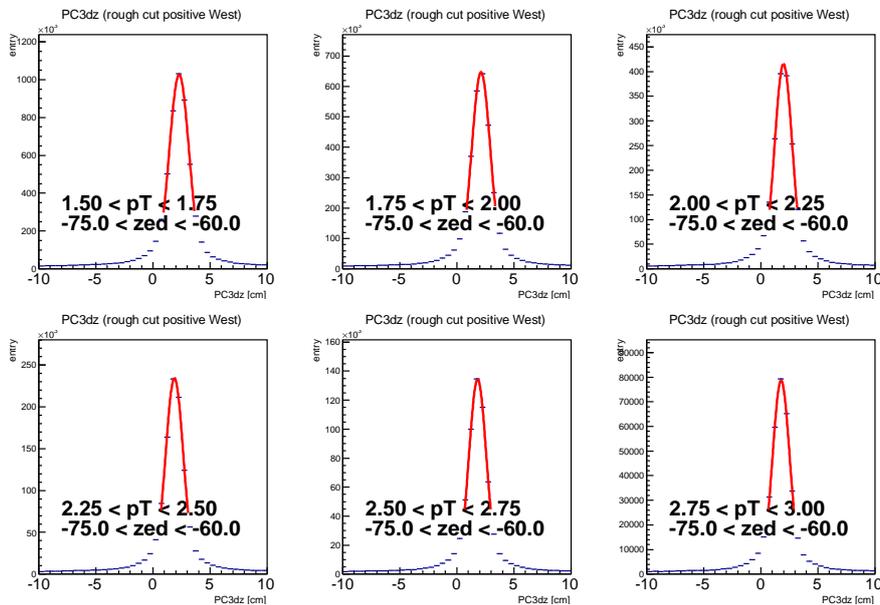


図 3.5: PC3dz の分布の例。

DC arm は West、電荷は positive、 $-75\text{cm} < zed < -60\text{cm}$ 、 $1.5\text{GeV}/c < p_T < 3\text{GeV}/c$ 。

求めた平均値と  $\sigma$  を  $p_T$  の関数としてプロットし、式 (3.16) でフィットした様子が図 3.8 ~ 図 3.11 である。high  $p_T$  は統計数が少ないためフィット範囲 (実線) には入っていない。また、分解能は図 3.6 のよう

に、low  $p_T$  では多重散乱のために大きくなり、high  $p_T$  では実際の検出器の分解能は悪化していないが、バックグラウンドの増加のために見かけの分解能は大きくなると考えている。そのため、 $p_T=2\sim 4\text{GeV}$  付近の一番分解能が小さくなった時を検出器の分解能とし、high  $p_T$  ではその分解能の値を用いる。

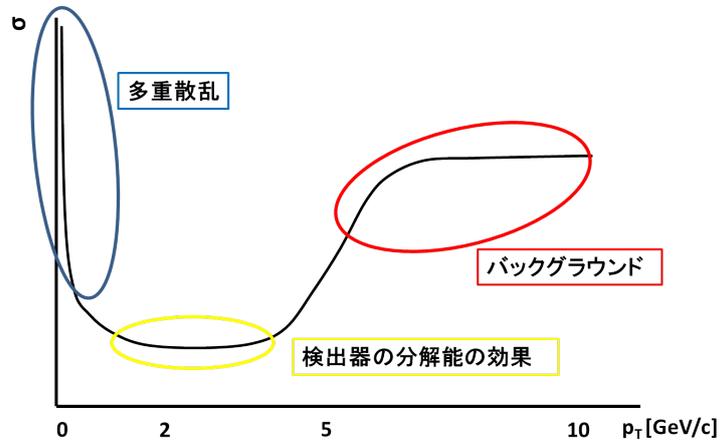


図 3.6: 分解能の  $p_T$  依存の分布

$$f(p_T) = A_0 + A_1/p_T + A_2/p_T^2 \quad (3.16)$$

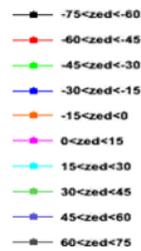


図 3.7: トラックは DC zed で 15cm ごとに分けられており、DC zed の範囲は色によって表されている。

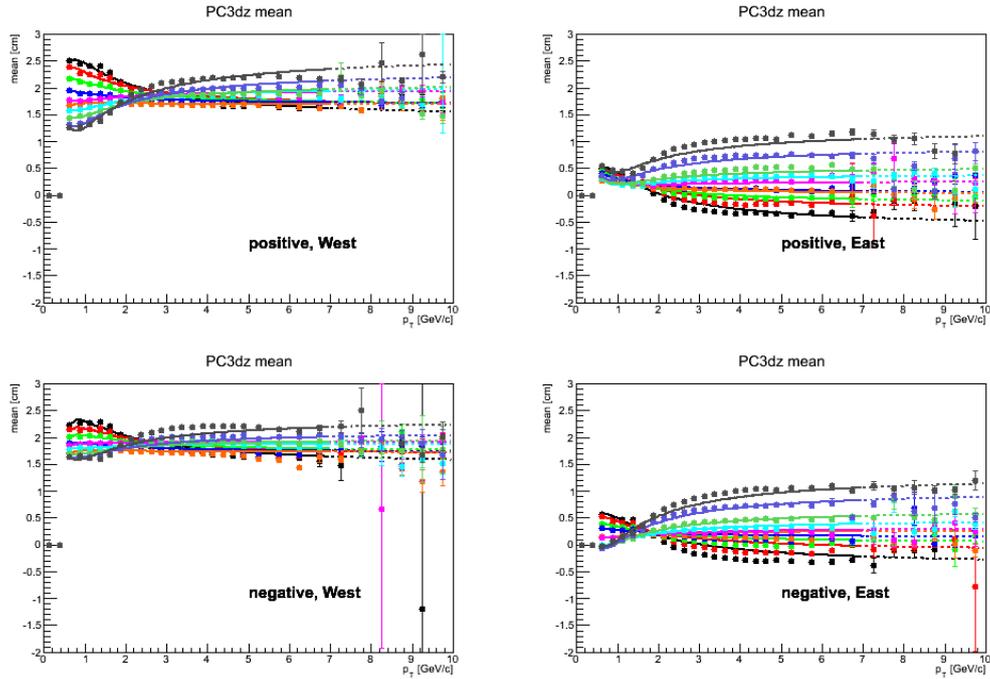


図 3.8: PC3dz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dz の平均値。式 (3.16) に従う振る舞いを示していないため、値としてはそれぞれの測定点の平均値を用いる。

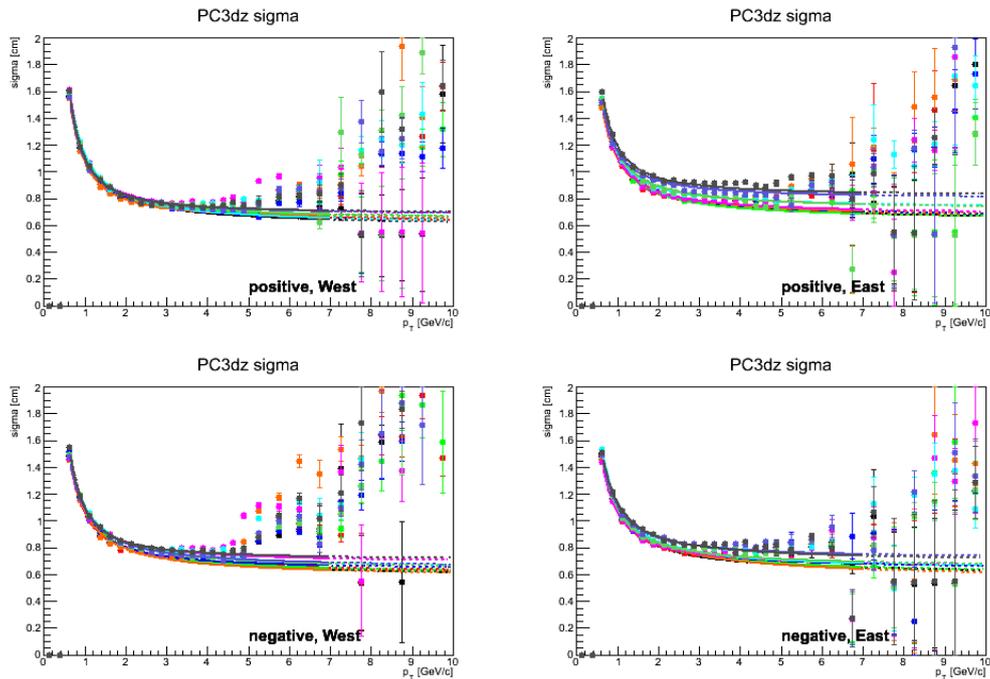


図 3.9: PC3dz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dz の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

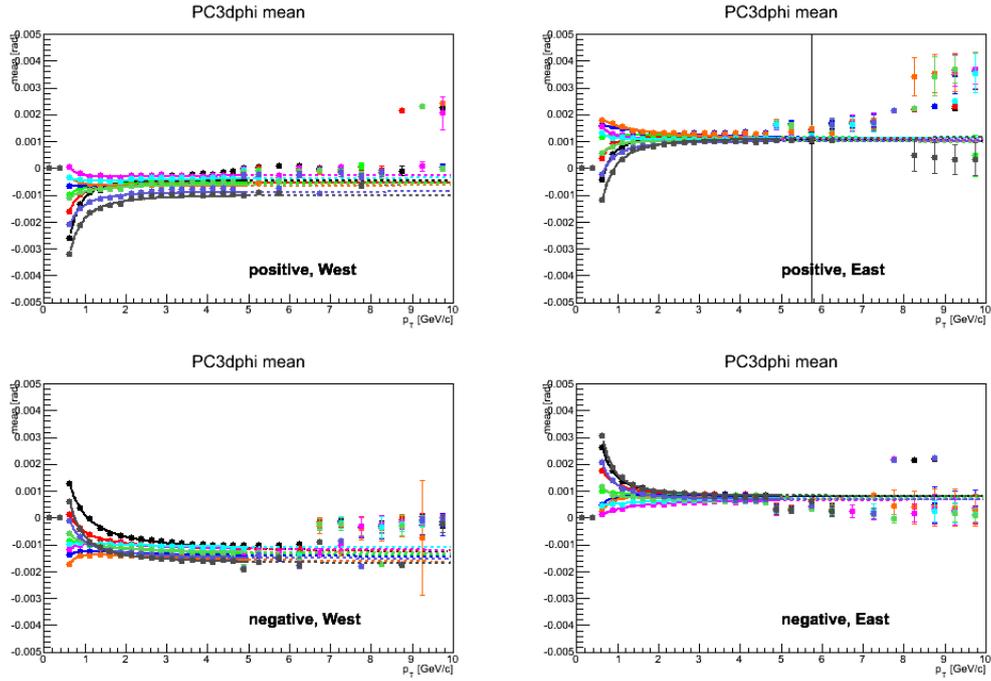


図 3.10: PC3dphi 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dphi の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

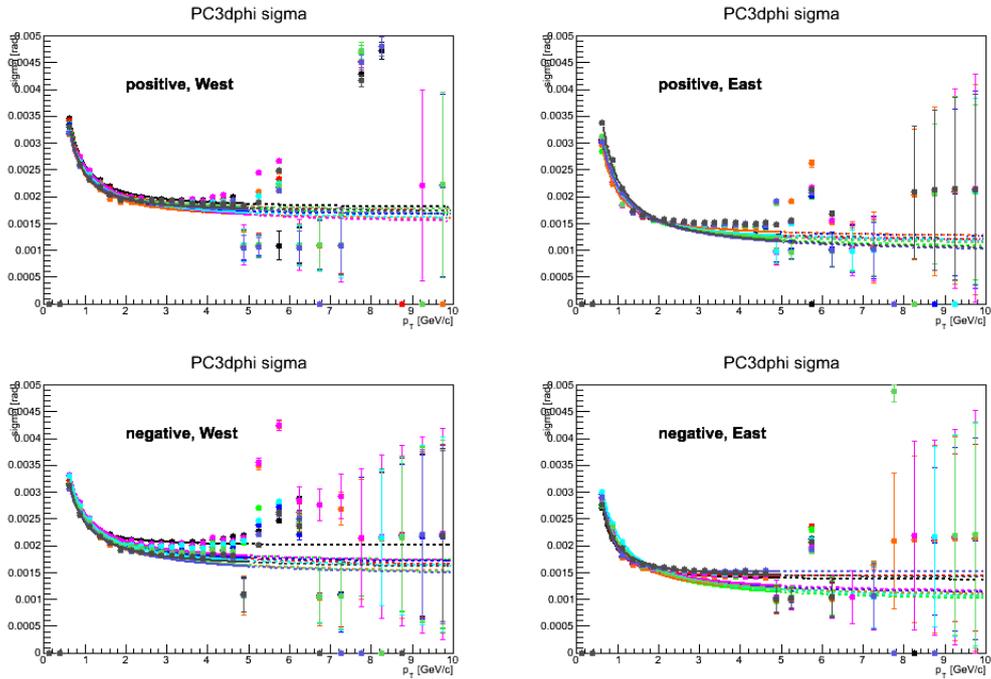


図 3.11: PC3dphi  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dphi の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

DCA、EMCal の様子は付録に掲載。

## トラックカット比較

ここでは、それぞれのトラック選択条件における S/N 比と統計量に基づいて、最終的に  $v_2$  測定に用いるトラックを選択する条件である、Tight cut 条件を決める際に用いるトラックの選別条件を決める。そのため様々なトラックカットをかけた PC3 と EMCAL の dz、dphi 分布、VTX の DCAz、DCA2d 分布をそれぞれ比較する。そして、ピークの左右に存在するテール部分の収量により、バックグラウンドの多寡を判断する。分布の形を比較するためにピークの高さを合わせたものが図 3.12 ~ 図 3.17 である。また、図中左上の凡例はトラック選択条件を表しており、( ) 中の数字はピークの高さを合わせるために、実際のエントリー数を何倍スケールしたかを表している。つまり、( ) 中の数字が大きいほど統計数が少ないということである。

- トラックに課す条件の意味と凡例中の記載される名前
  - good\_track (前セクションと同じ)
  - good\_vtxtrack (前セクションと同じ)
  - $\chi$  square cut
  - PC3dz, PC3dzphi, DCAz, DCA2d, EMCALdz, EMCALdphi (前セクションで求めた Rough cut の  $\text{mean} \pm 5\sigma$ )
  - $E/p \leq 0.6$  (電子を落とすためのカット)
  - $n_0 < 0$  (電子を落とすためのカット)

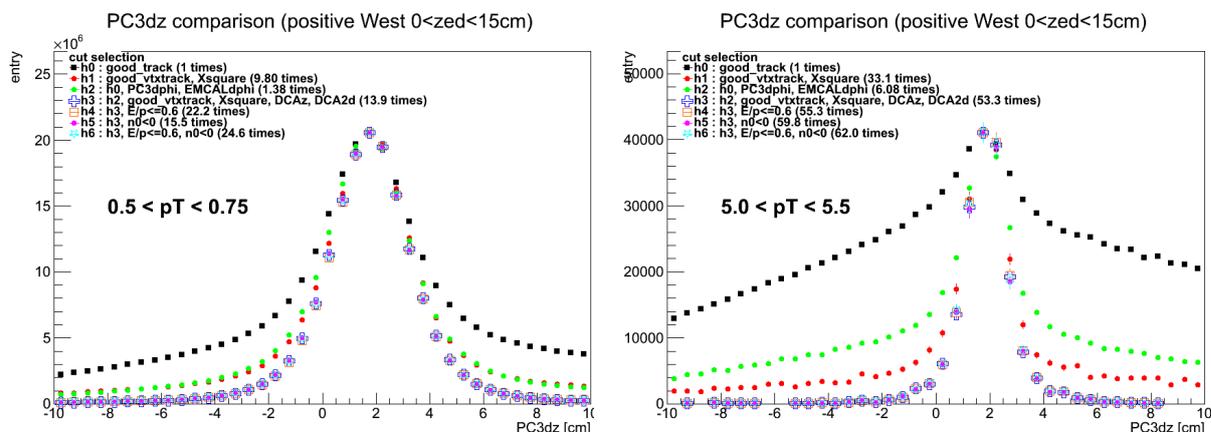


図 3.12: Entry vs. PC3dz のトラックカット比較プロット

$0.5 \text{ GeV}/c < p_T < 0.75 \text{ GeV}/c$  (左) と  $5.0 \text{ GeV}/c < p_T < 5.5 \text{ GeV}/c$  (右)

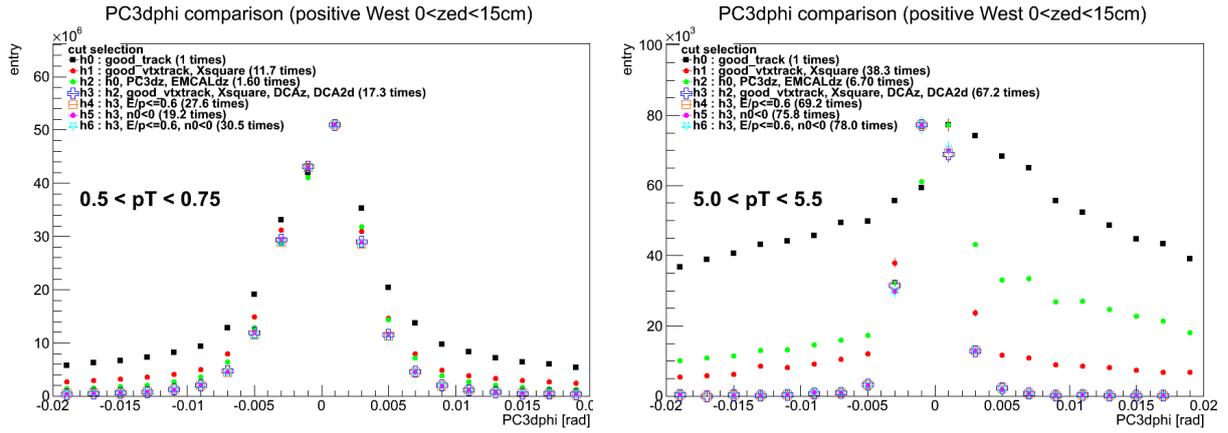


図 3.13: Entry vs. PC3dphi のトラックカット比較プロット  
 $0.5\text{GeV}/c < p_T < 0.75\text{GeV}/c$  (左) と  $5.0\text{GeV}/c < p_T < 5.5\text{GeV}/c$  (右)

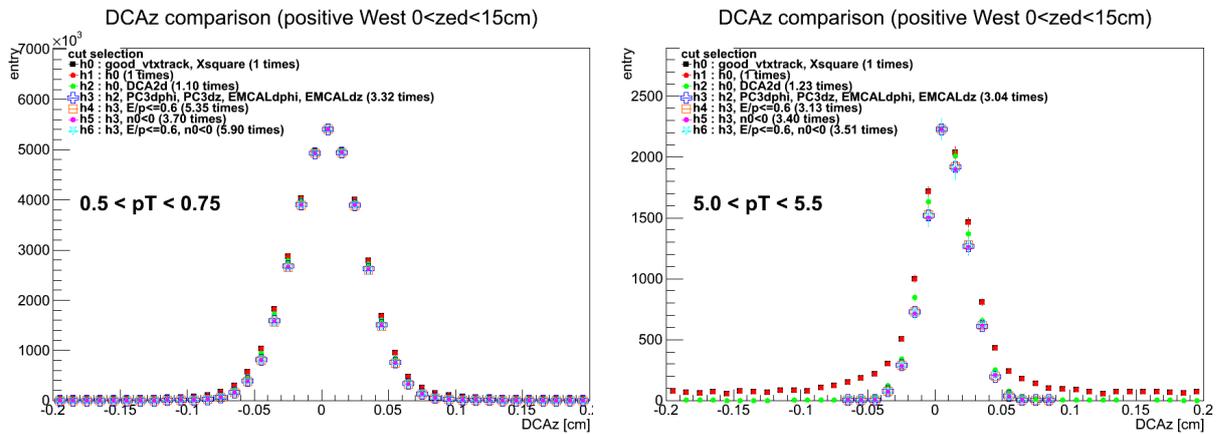


図 3.14: Entry vs. DCAz のトラックカット比較プロット  
 $0.5\text{GeV}/c < p_T < 0.75\text{GeV}/c$  (左) と  $5.0\text{GeV}/c < p_T < 5.5\text{GeV}/c$  (右)

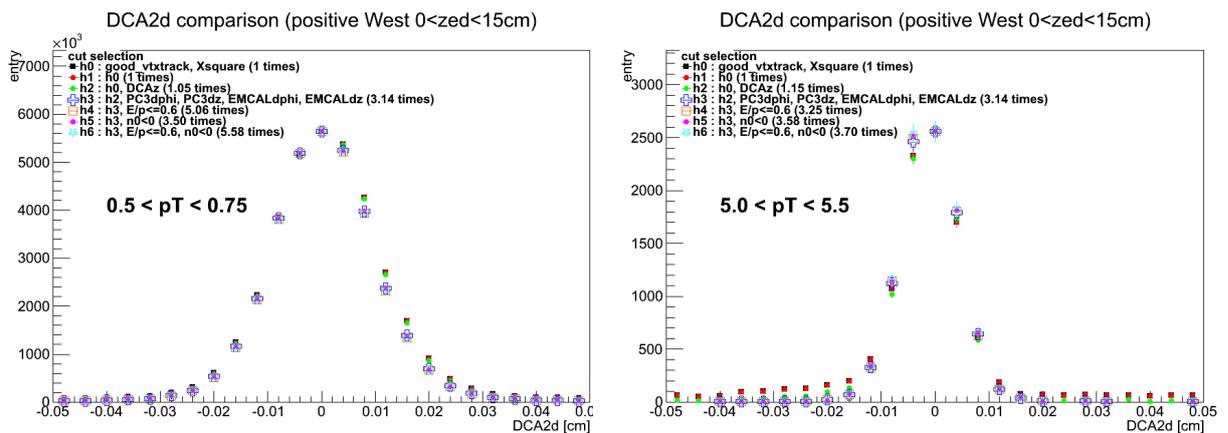


図 3.15: Entry vs. DCA2d のトラックカット比較プロット  
 $0.5\text{GeV}/c < p_T < 0.75\text{GeV}/c$  (左) と  $5.0\text{GeV}/c < p_T < 5.5\text{GeV}/c$  (右)

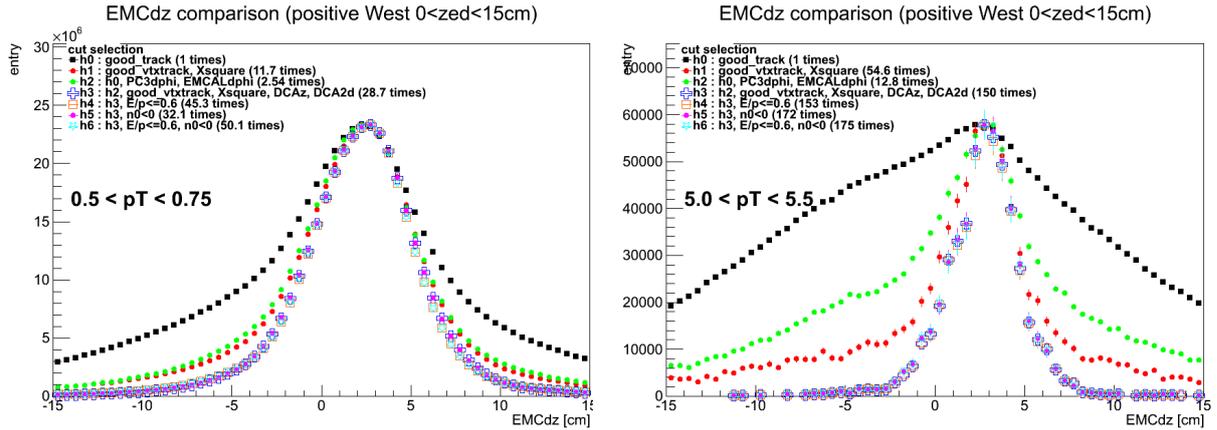


図 3.16: Entry vs. EMCaldz のトラックカット比較プロット  
 $0.5 \text{ GeV}/c < p_T < 0.75 \text{ GeV}/c$  (左) と  $5.0 \text{ GeV}/c < p_T < 5.5 \text{ GeV}/c$  (右)

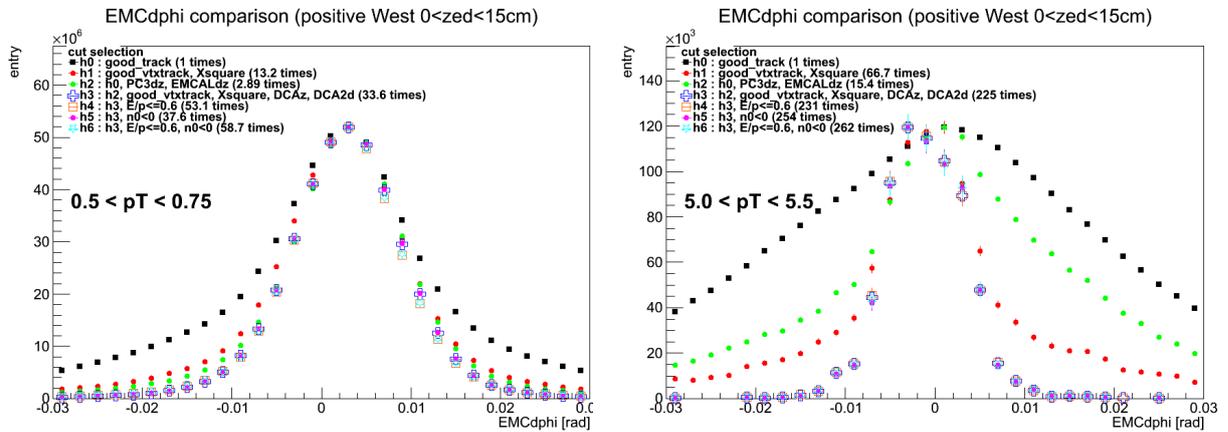


図 3.17: Entry vs. EMCaldphi のトラックカット比較プロット  
 $0.5 \text{ GeV}/c < p_T < 0.75 \text{ GeV}/c$  (左) と  $5.0 \text{ GeV}/c < p_T < 5.5 \text{ GeV}/c$  (右)

上記のどのプロットにおいても、h3 のトラックカット以上のきついトラックカット (h3, h4, h5, h6) を入れた分布は形がほとんど変わらず、一番バックグラウンドを落としてている。また、h3, h4, h5, h6 の中では統計数は h3 の条件を課した場合が一番多い。よって、次のセクションの Tight cut の平均値と  $\sigma$  を決める際のトラックカットには h3 を用いる。

### Tight cut

次に、先ほど求めた各検出器の Rough cut の平均値と  $\sigma$  を用いて、さらにバックグラウンドを落とすためのトラックカット (Tight cut) 条件を求める。

カットの条件

- 全ての場合に用いるトラックに課す条件 (good\_track cut)
  - DC と PC1 で 5 つか 6 つのヒットが有る (DC quality = 31 || 63)
  - $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$
  - DC のビーム軸方向のヒット位置 (zed) が  $|zed| < 75 \text{ cm}$

- VTX を用いる際に課す条件 ( good\_vtxtrack cut )
  - VTX の 4 層中、3 層以上にヒットがある ( nclus  $\geq$  3 )
  - VTX の最内層の 3 層にヒットがある ( ishitB0B1 && ishitB2 )
  - good\_track cut
- $\chi$  square cut
- 検出器によるカット ( 平均値  $\pm 3\sigma$  )
  - PC3dz : PC3dphi, DCAz, DCA2d & EMCaldphi の rough cut
  - PC3dphi : PC3dz, DCAz, DCA2d & EMCaldz の rough cut
  - DCAz : PC3dz, PC3dphi, DCA2d, EMCaldz & EMCaldphi の rough cut
  - DCA2d : PC3dz, PC3dphi, DCAz, EMCaldz & EMCaldphi の rough cut
  - EMCaldz : PC3dphi, DCAz, DCA2d & EMCaldphi の rough cut
  - EMCaldphi : PC3dz, DCAz, DCA2d & EMCaldz の rough cut

PC3、EMCal における dz、dphi、そして VTX においては DCAz、DCA2d の分布によるトラックカットはトラックを  $p_T$ 、正または負の電荷、DC arm が west か east、DC zed によって場合分けし、それぞれに対して求めた。また、DC zed は 15cm 刻みの分割とした。

まず、図 3.18 のようにピーク付近をガウシアンでフィットして平均値 ( mean ) と分解能 (  $\sigma$  ) を求める。

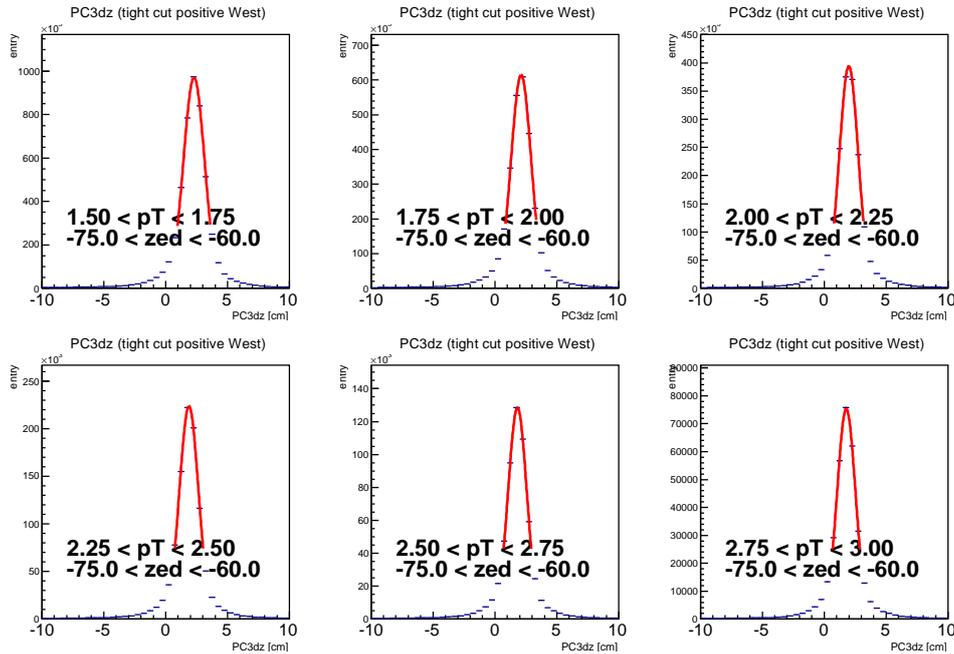


図 3.18: PC3dz の分布の例。

DC arm は West、電荷は positive、 $-75\text{cm} < \text{zed} < -60\text{cm}$ 、 $1.5\text{GeV}/c < p_T < 3\text{GeV}/c$ 。

Rough cut の時と同様に、求めた平均値と  $\sigma$  を  $p_T$  の関数としてプロットし、式 (3.17) でフィットした様子が図 3.20 ~ 図 3.23 である。high  $p_T$  は統計数が少ないためフィット範囲 ( 実線 ) には入っていない。また、分解能は図 3.6 のように、low  $p_T$  では多重散乱のために大きくなり、high  $p_T$  ではバックグラウンドの増加のために大きくなると考えている。そのため、 $p_T=2$  4GeV 付近の一番分解能が小さくなった時を、検出器の分解能とし、high  $p_T$  ではその分解能の値を用いる。

$$f(p_T) = A_0 + A_1/p_T + A_2/p_T^2 \quad (3.17)$$

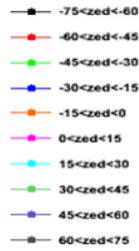


図 3.19: トラックは DC zed で 15cm ごとに分けられており、DC zed の範囲は色によって表されている。

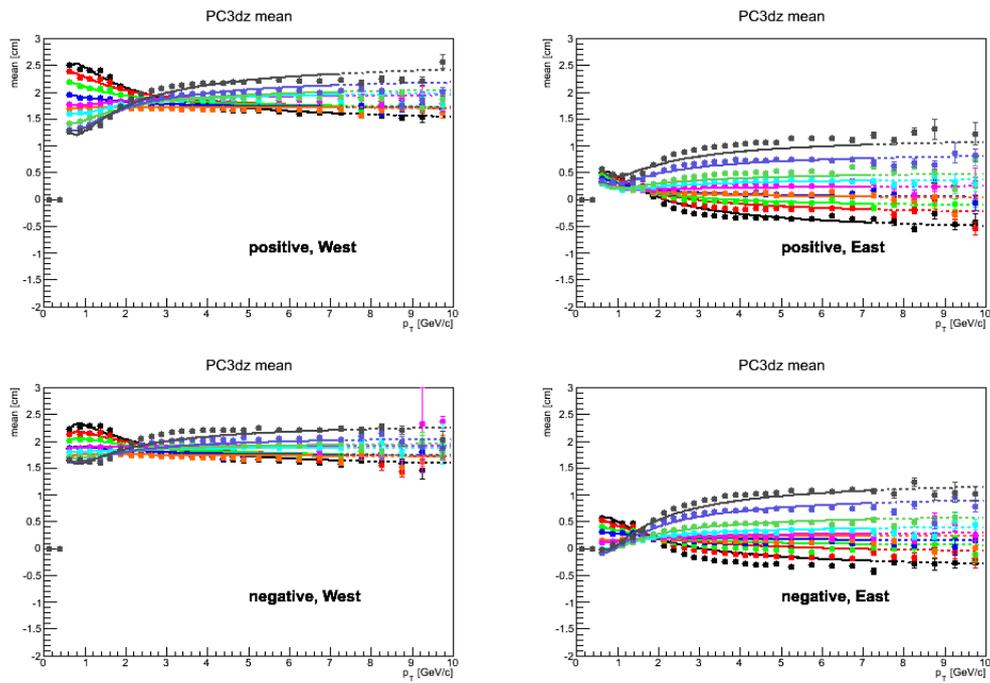


図 3.20: PC3dz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dz の平均値。式 (3.16) でフィット出来ていないため、値としては  $0.625\text{GeV}/c \leq p_T < 7.25\text{GeV}/c$  は測定点の平均値、 $7.25\text{GeV}/c \leq p_T$  はフィットした値を用いる。

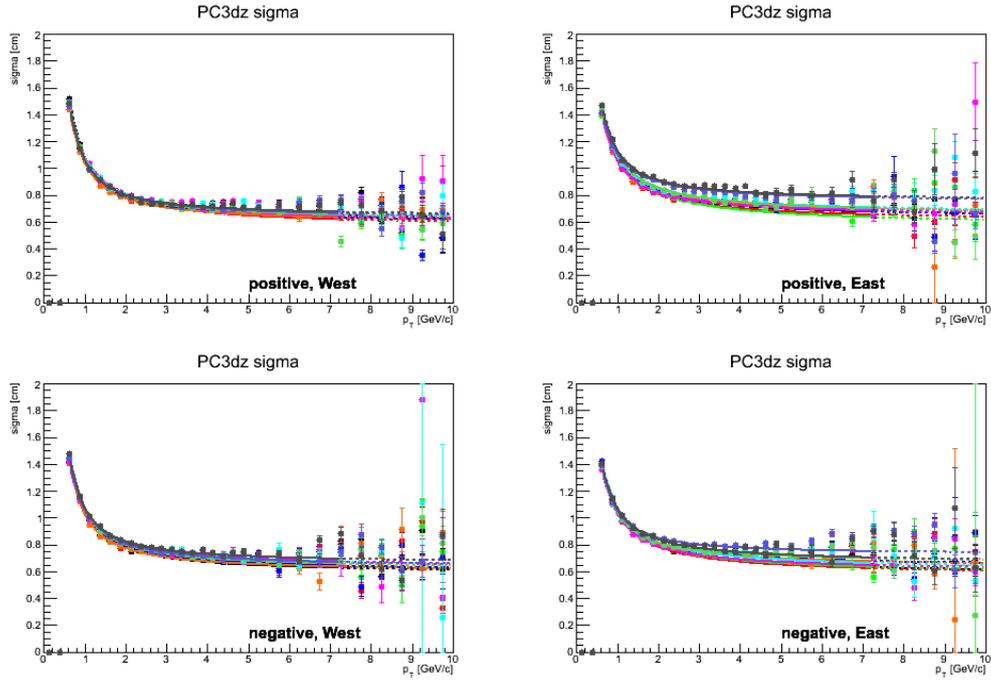


図 3.21: PC3dz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dz の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

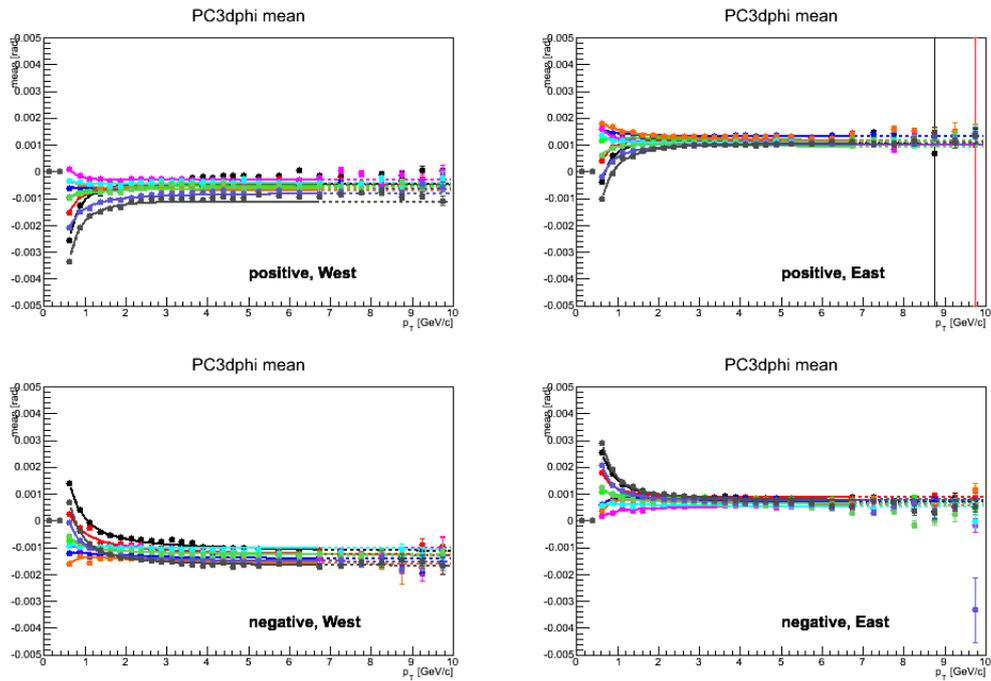


図 3.22: PC3dphi 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dphi の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

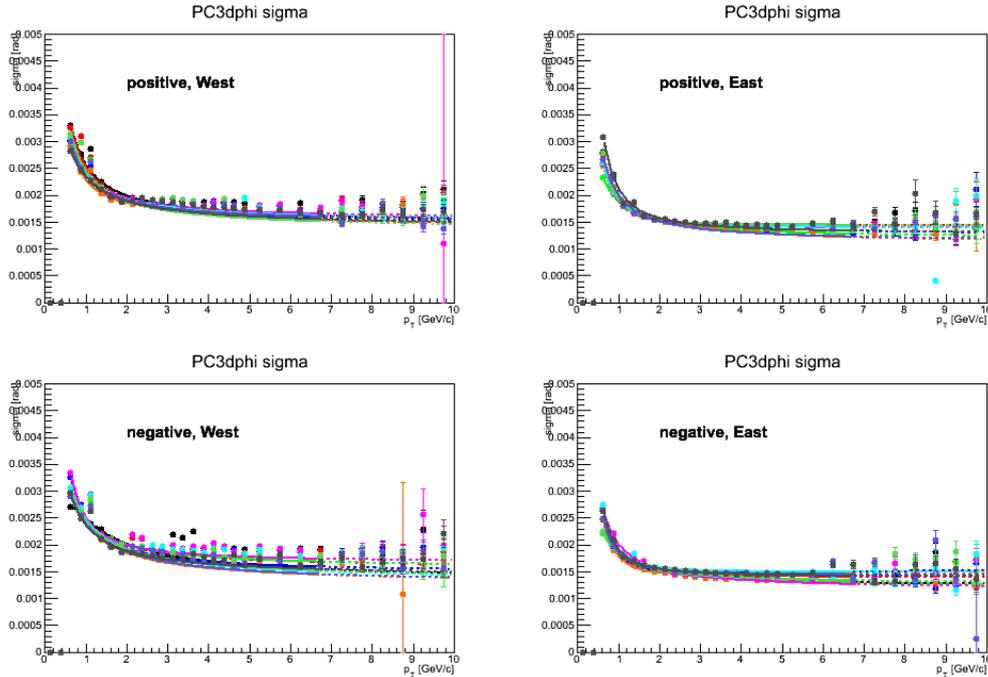


図 3.23: PC3dphi  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての PC3dphi の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

DCA、EMCal の様子は付録に掲載。

今後、PC3、EMCal の  $dz$ 、 $dphi$ 、VTX の  $DCA_z$ 、 $DCA_{2d}$  の平均値と  $\sigma$  を用いる場合は、Tight cut で求めた平均値と  $\sigma$  のことを指す。

### 3.3.2 E/p カット

前小節で述べた選別条件を課すことにより、間違っ再構成されたトラックによるバックグラウンドは低減できた。それでも残るバックグラウンドとして、電子のトラックと途中で崩壊した粒子のトラックがある。これらは、トラックの再構成が間違っているわけではなく実際に荷電粒子が通過してつくられたトラックのため、PC3、EMCal に外挿したトラックの残差の条件を課しても、取り除けない。また、間違っ再構成されたトラックも、重イオン衝突では一度の衝突で発生する粒子が多いため検出器中の検出点が多く、図 3.24 のようなトラックは再構成の精度のカットでは全て取り除けない。しかし、PC3、EMCal における残差と独立な量の分布に着目すれば原理的にはさらに低減することが可能である。そこで  $E/p$  という量を導入する。

$E/p$  の  $E$  は EMCal で測定したエネルギー、 $p$  は DC で測定した運動量を表しており、その分布を図 3.25 に示す。図 3.25 のピークは最小電離損失粒子 (MIP) の  $E/p$  値である。

入射した荷電粒子が電子または陽電子の場合、EMCal 中では制動放射と電子対生成の連鎖反応による電磁シャワーの形成により、そのエネルギーのほとんど全てが EMCal で検出される。電子は質量が小さいため、電子のエネルギーはほぼ全てが運動量であり、EMCal で測定したエネルギーを  $E_{EMCal}$ 、電子のエネルギーを  $E_e$  とおくと

$$E_{EMCal} \simeq E_e \simeq p \quad (3.18)$$

となり、 $E/p$  の値は

$$E/p \simeq 1 \quad (3.19)$$

となる。その他の粒子の場合、EMCal 中でのエネルギー損失は構成物質のイオン化や励起による電離損失が支配的なため、EMCal で検出されるエネルギーは 200MeV~300MeV になり、 $E/p \simeq 1$  とはならない。

また、衝突点から来た荷電粒子は、磁場中を運動しながらトラックが曲げられるため、DC を出る時の粒子が、 $xy$  平面内で衝突点から放射状に伸ばした直線と成す角から、運動量が求められる。このような運動量の測定方法をするため、荷電粒子が磁場中を衝突点から DC の磁場がなくなる場所までを全て通過していなければ正しい荷電粒子の運動量を測定することはできない。長寿命の粒子が衝突点から離れた位置で崩壊すると、その崩壊点から荷電粒子が発生することになる。こうした荷電粒子のトラックは磁場を受けていた距離が短くなるため、DC で測定される放出時の角度は小さくなり、真の値よりも高い運動量を持つ粒子として再構成される。

よって、DC で測定する運動量  $p$  を  $p_{DC}$  とおき、衝突点から発生した荷電粒子の運動量を  $p_{vertex}$ 、衝突点から来ていない荷電粒子の運動量を  $p_{novertex}$  とおくと

$$p_{DC} = p_{vertex} > E \quad (3.20)$$

$$p_{DC} > p_{novertex} > E \quad (3.21)$$

となり、衝突点から来ていない粒子のトラックでは衝突点からきた粒子のトラックよりも  $E/p$  が小さくなり

$$E/p \ll 1 \quad (3.22)$$

となる。

最後に、間違っ再構成されたトラックは、どの運動量領域にもほぼ同数存在しているが、シグナルのトラック数は  $p_T$  が増加するに従って指数関数的に減少する。そのため  $p_T$  が高くなるに従い、全トラックに対して間違っ再構成されたトラックの割合は増える。従って、高横運動量領域では間違っ再構成されたトラックの寄与が相対的に大きくなり、 $S/N$  比が下がる。DC で間違っ再構成されたトラックの  $p$  はランダムに分布するが、EMCal で測定した  $E$  は、測定値のため  $E$  はランダムにはならず、小さな値のものが支配的である。このような性質から間違っ再構成されたトラックは

$$E/p \ll 1 \quad (3.23)$$

となる。

以上のことをまとめると

$$\text{電子: } E/p \simeq 1 \quad (3.24)$$

$$\text{崩壊した粒子: } E/p \ll 1 \quad (3.25)$$

$$\text{間違えた再構成: } E/p \ll 1 \quad (3.26)$$

となり、バックグラウンドは、 $E/p$  の 0 付近と 1 付近に集中する傾向があることがわかる。従って、以下のように  $E/p$  の範囲を変えた時の、PC3dz と PC3dphi の分布の変化から適した  $E/p$  の条件を調べた。

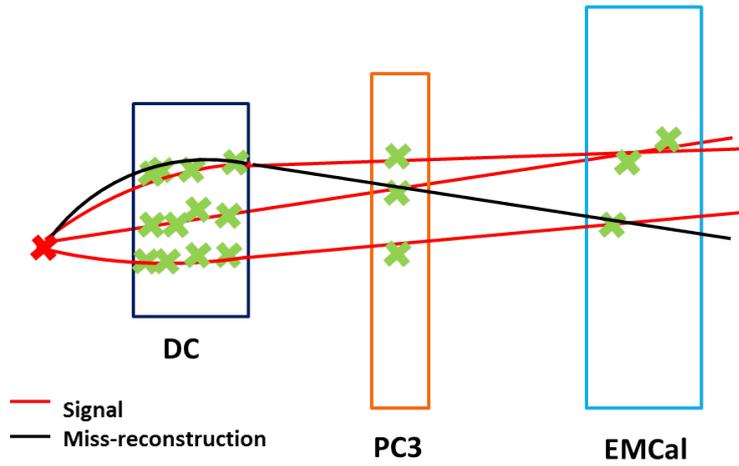


図 3.24: 間違えて再構成されたトラックの例

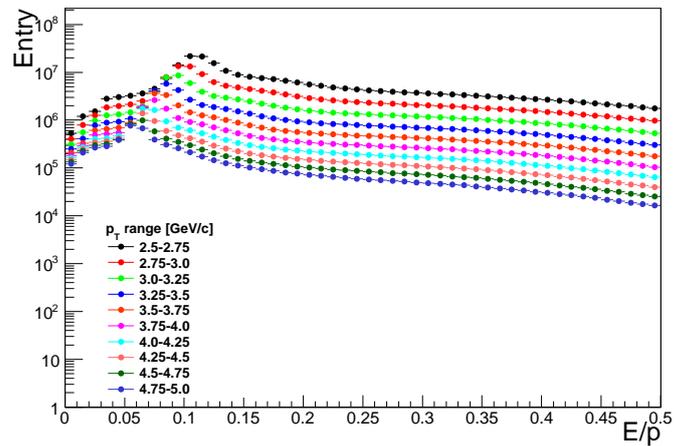


図 3.25:  $p_T$  領域における  $E/p$  分布

比較する  $E/p$  カットの範囲

- No  $E/p$  cut
- $0.1 \leq E/p \leq 0.6$
- $0.1 \leq E/p \leq 0.7$
- $0.1 \leq E/p \leq 0.8$
- $0.2 \leq E/p \leq 0.6$
- $0.2 \leq E/p \leq 0.7$
- $0.2 \leq E/p \leq 0.8$
- $0.3 \leq E/p \leq 0.6$
- $0.3 \leq E/p \leq 0.7$

- $0.3 \leq E/p \leq 0.8$
- $0.4 \leq E/p \leq 0.6$
- $0.4 \leq E/p \leq 0.7$
- $0.4 \leq E/p \leq 0.8$

カットの条件 (E/p カットを入れる場合)

- 全ての場合に用いるトラックに課す条件 (good\_track cut)
  - DC と PC1 で 5 つか 6 つのヒットが有る (DC quality = 31 || 63)
  - $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$
  - DC のビーム軸方向のヒット位置が  $|zed| < 75\text{cm}$
- 検出器によるカット (平均値  $\pm 5\sigma$ )
  - PC3dz : PC3dphi & EMCaldphi の Tight cut
  - PC3dphi : PC3dz & EMCaldz の Tight cut
- E/p カット

カットの条件 (E/p カットを入れず、VTX を用いる場合)

- 全ての場合に用いるトラックに課す条件 (good\_track cut)
  - DC と PC1 で 5 つか 6 つのヒットが有る (DC quality = 31 || 63)
  - $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$
  - DC のビーム軸方向のヒット位置が  $|zed| < 75\text{cm}$
- VTX を用いる際に課す条件 (good\_vtxtrack cut)
  - VTX の 4 層中、3 層以上にヒットがある (nclus  $\geq 3$ )
  - VTX の最内層の 3 層にヒットがある (ishitB0B1 && ishitB2)
  - good\_track cut
- $\chi$  square cut
- 検出器によるカット (平均値  $\pm 5\sigma$ )
  - PC3dz : PC3dphi, DCAz, DCA2d & EMCaldphi の Tight cut
  - PC3dphi : PC3dz, DCAz, DCA2d & EMCaldz の Tight cut

PC3、EMCal における dz、dphi、そして VTX においては DCAz、DCA2d の分布によるトラックカットはトラックを  $p_T$ 、正または負の電荷、DC arm が west か east、DC zed によって場合分けし、それぞれに対して求めた。また、DC zed は 15cm 刻みの分割とした。

E/p による選別条件の最適化を行うにあたっては、PC3dphi の分布を見ながら、S/N 比の逆数、つまり N/S が基準値を満たし、統計が最大となる E/p の値を探す。ここで S と N の収量を定義するため、図 3.26 に示すように、シグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれのエントリー数を S と N にした。図中の凡例は課した E/p の条件を表しており、( ) 中の数字は分布の形を比較するためにピークの高さを

合わせた際、実際のエントリー数に何倍かけたかを表している。つまり、( ) 中の数字が大きいほど統計が少ないということを意味する。

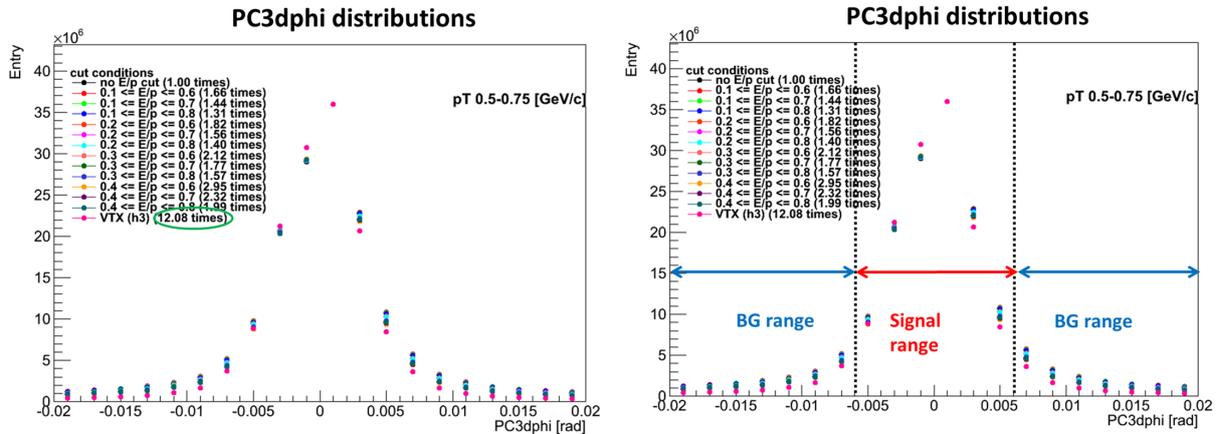


図 3.26: PC3dphi の分布 ( $p_T$  0.5~0.75 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < z_{\text{ed}} < 15$  [cm])

バックグラウンドは VTX を用いた場合が S/N 比は最良であるが、統計の減少が著しい。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

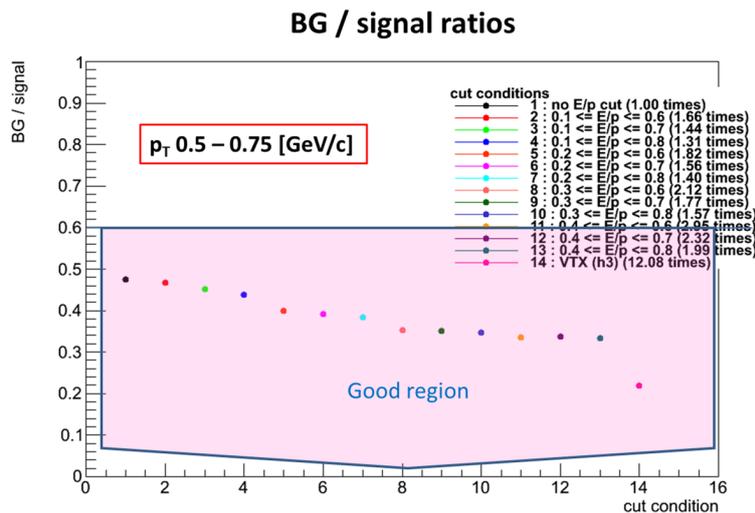


図 3.27: S/N ratios ( $p_T$  0.5~0.75 [GeV/c])

$E/p$  の範囲を狭くなるにつれて N/S が小さくなっていくのがわかる。N/S < 0.6 で、最大の統計量を持つ、 $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いることにした。

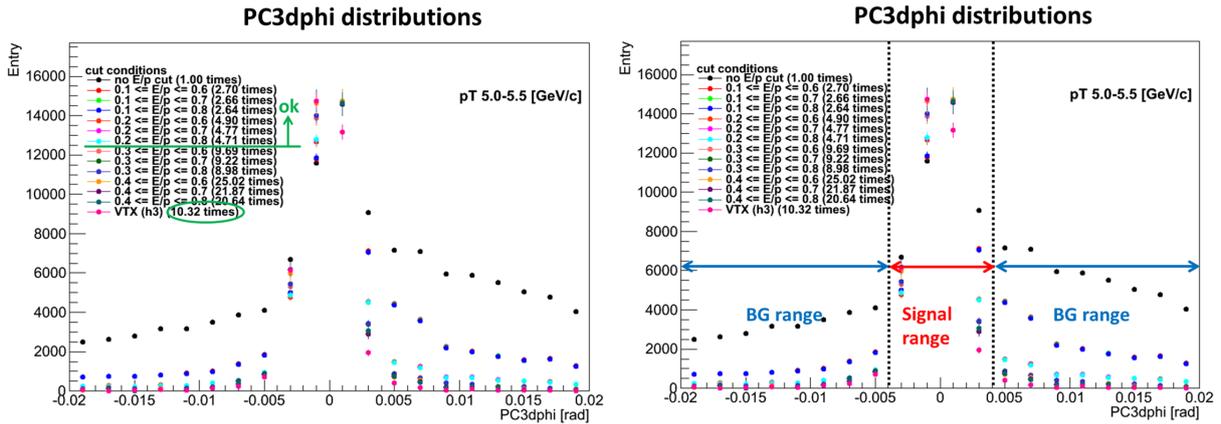


図 3.28: PC3dphi の分布 ( $p_T$  5.0~5.5 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < zed < 15$ [cm])

より高横運動量の領域  $p_T=5.0\sim 5.5$  [GeV/c] でも、バックグラウンドは VTX を用いた場合が S/N 比は最良である。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

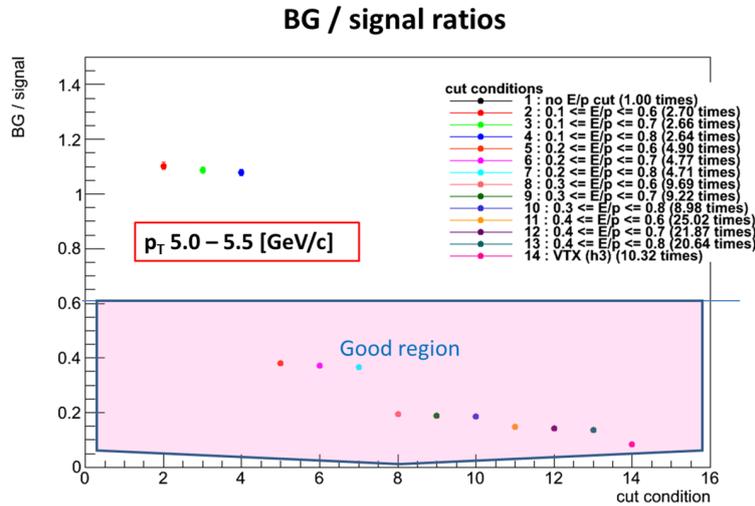


図 3.29: S/N ratios ( $p_T$  5.0~5.5 [GeV/c])

N/S が許容できるレベルまで小さく、VTX を用いた場合よりも十分な統計を確保するという観点から  $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いることにした。

さらに横運動量が高い  $p_T=7.5\sim 8.0$  [GeV/c] の場合も、同様に  $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  が適切と考えられることが分かった。PC3dz 分布による検討もこの見解を裏付けるものであった。詳細は付録に示した。

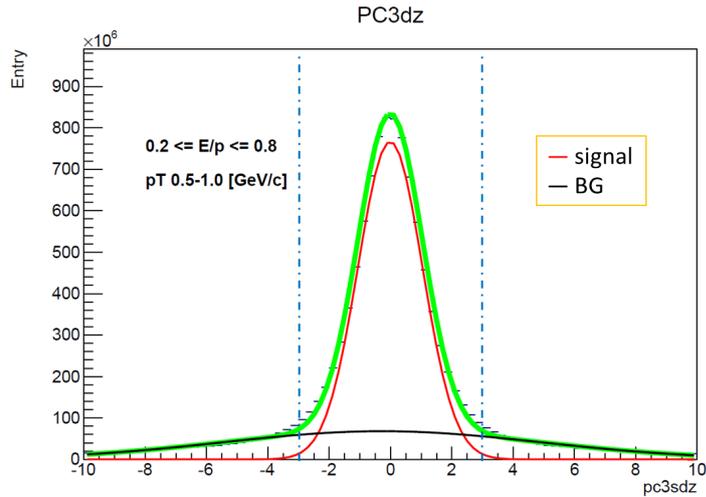


図 3.30: Entry vs. PC3sdz の分布にダブルガウシアンフィットをした様子

図 3.30 は PC3sdz の分布にシグナル成分（赤線）とバックグラウンド成分（黒線）のダブルガウシアンでフィットしたものである。このフィットの結果からシグナルとバックグラウンドの収量を決定する。こうして得た  $-3 < pc3sdz < 3$  と  $-3 < pc3sdphi < 3$  の範囲の S/N 比を図 3.31 に示す。E/p の課す条件がきつい方が S/N 比が良いことがわかる。

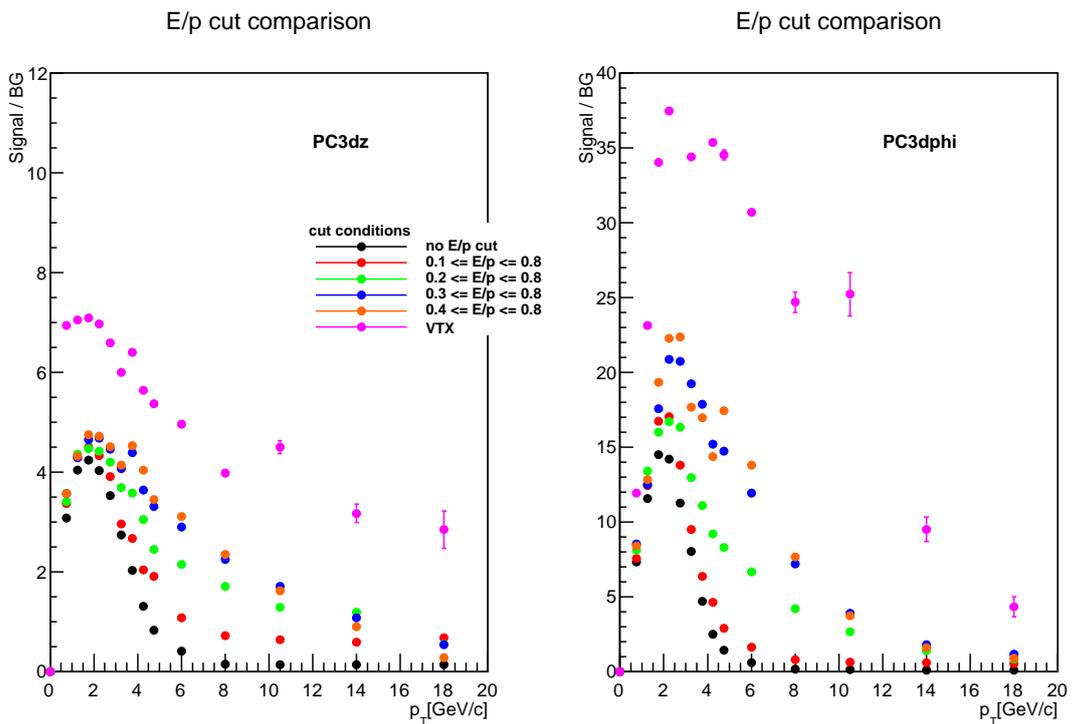


図 3.31: E/p の条件および VTX における S/N 比の  $p_T$  依存

### 3.4 反応平面の分解能

序章で説明したように、反応平面は衝突する原子核の中心同士を結んだ直線と、ビーム軸に平行な直線を含む平面のことである。実験では衝突する原子核の中心は分からないため、衝突で発生する粒子の分布から反応平面を求める。反応平面は方位角方向で放出粒子の多い角度である。そのため、 $Q$  ベクターと呼ばれる、ビーム軸に垂直な平面 ( $xy$  平面) 上で粒子が多く放出された方向を示すベクトルを計算し、以下のように反応平面の方位角を導く。[16]

$Q_x$  を  $Q$  ベクターの  $x$  成分、 $Q_y$  を  $Q$  ベクターの  $y$  成分、 $\phi_i$  を  $i$  番目の粒子の方位角、 $\omega_i$  を重みとする。すると  $Q_x$  と  $Q_y$  は

$$Q_x = \sum_{i=0}^N \omega_i \cos(2\phi_i) \quad (3.27)$$

$$Q_y = \sum_{i=0}^N \omega_i \sin(2\phi_i) \quad (3.28)$$

$$(3.29)$$

と表すことができる。その結果、反応平面  $\Psi$  は

$$\Psi = \tan^{-1}\left(\frac{Q_y}{Q_x}\right)/2 \quad (3.30)$$

から求められる。

反応平面測定のために今回用いた検出器は南北の BBC と CNT である。そのためこの 3 つの検出器を組み合わせた反応平面の分解能  $\sigma_n^{BBCNS}$  を求める。ここで言う分解能とは実験で観測される  $v_2$  の値  $v_2^{\text{measured}}$  を補正する補正係数  $C_{\text{reso}}$  のことである。この反応平面の求め方は 3 sub method と呼ばれており、実験で測定した  $v_2$  を補正するための反応平面の分解能には式 (3.31) を用いる。

$$\sigma_n^{BBCNS} = \frac{\langle \cos(n[\Psi_n^{BBCN+S} - \Psi_n^{CNT}]) \rangle}{\sigma_n^{CNT}} \quad (3.31)$$

$$\sigma_n^{CNT} = \sqrt{\frac{\langle \cos(n[\Psi_n^{BBCN} - \Psi_n^{CNT}]) \rangle \langle \cos(n[\Psi_n^{BBCS} - \Psi_n^{CNT}]) \rangle}{\langle \cos(n[\Psi_n^{BBCN} - \Psi_n^{BBCS}]) \rangle}} \quad (3.32)$$

$$(3.33)$$

$$\Psi_n^{BBCS} \quad : \quad \text{BBCSouth で測定した反応平面} \quad (3.34)$$

$$\Psi_n^{BBCN} \quad : \quad \text{BBCNorth で測定した反応平面} \quad (3.35)$$

$$\Psi_n^{BBCN+S} \quad : \quad \text{BBCSouth と North で測定した反応平面} \quad (3.36)$$

$$\Psi_n^{CNT} \quad : \quad \text{CNT で測定した反応平面} \quad (3.37)$$

$$\langle \rangle \quad : \quad \text{平均値} \quad (3.38)$$

$$n : \quad \text{本研究では } n = 2 \text{ を用いる} \quad (3.39)$$

## resolution vs. Centrality

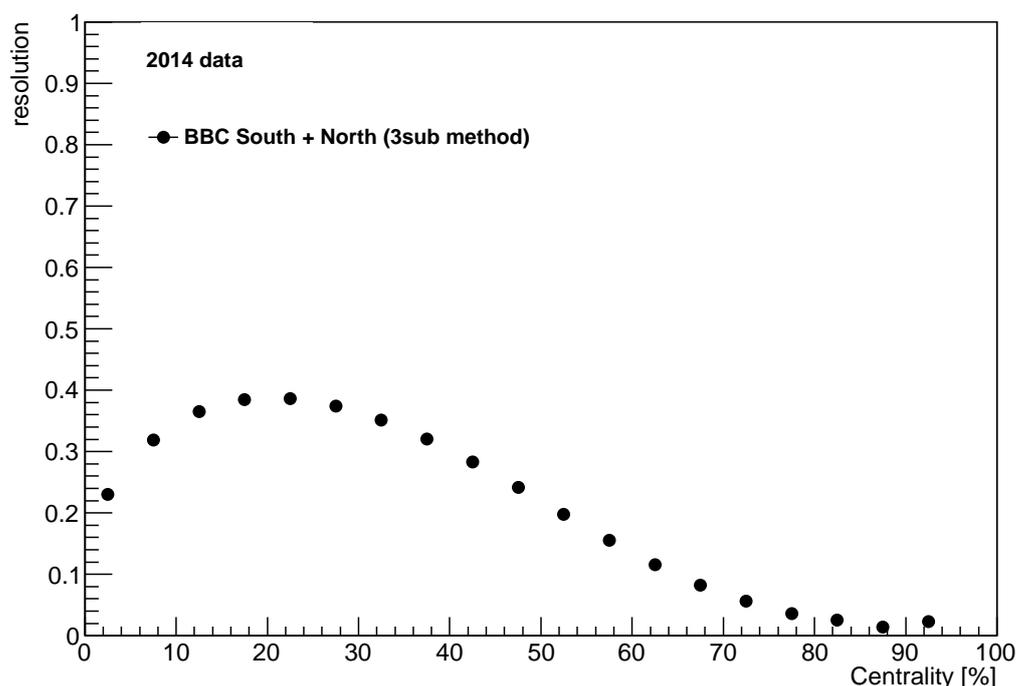


図 3.32: セントラリティ ごとの反応平面の分解能

図 3.32 はセントラリティ 5% ごとの反応平面の分解能を測定した結果である。分解能（図中での resolution）が大きいくほど、反応平面を測定する検出器としては性能がいい。また、セントラリティ ごとの分解能の値が異なるのは、それぞれのセントラリティ 領域で衝突で発生する粒子数と反応領域の形に原因がある。例えばセントラリティ 0 から 5% よりもセントラリティ 20 から 25% の方が分解能がよいのは、反応領域の長軸方向と短軸方向の比がセントラリティ から 20 から 25% の方が大きいからである。また、セントラリティ 20 から 25% よりも反応領域の長軸方向と短軸方向の比が大きいはずのセントラリティ 60 から 65% の方が分解能が小さいのは衝突で発生する粒子数がセントラリティ 60 から 65% の方が少ないからである。

また、反応平面は原子核の衝突する角度で決まるため、反応平面の方位角は全方位に対してランダムなはずである。そのため、測定した反応平面を補正して全方位に対してランダムになるように調整している。

### 3.5 $p_T$ ビン補正

1 章で説明したように、 $v_2$  は衝突で生成・放出された粒子の反応平面からの方位角分布をフーリエ展開した時の 2 次の項の係数であり、 $\langle \cos[2(\phi - \Psi_2)] \rangle$  より求めることができる。したがって、 $v_2$  は 1トラックに 1 つ求まるものではなく、ある範囲における平均値である。本研究の範囲は  $p_T$  とセントラリティであり、ここで問題にするのは  $v_2$  を  $p_T$  の関数としてプロットした場合である。図 3.41 にも示すように、衝突で生成されるハドロントラックの数は  $p_T$  の減少関数である。そのため、 $p_T$  の範囲を  $1\text{GeV}/c$  から  $1.5\text{GeV}/c$  として  $v_2$  を測定した場合、この範囲の下限値の  $1\text{GeV}/c$  よりトラックの方が多い。従って、図 3.33 のように、 $v_2$  の  $p_T$  を  $1\text{GeV}/c$  と  $1.5\text{GeV}/c$  の中心の  $1.25\text{GeV}/c$  とするのではなく、トラック数の重心をとった値を  $v_2$  の  $p_T$  とする。

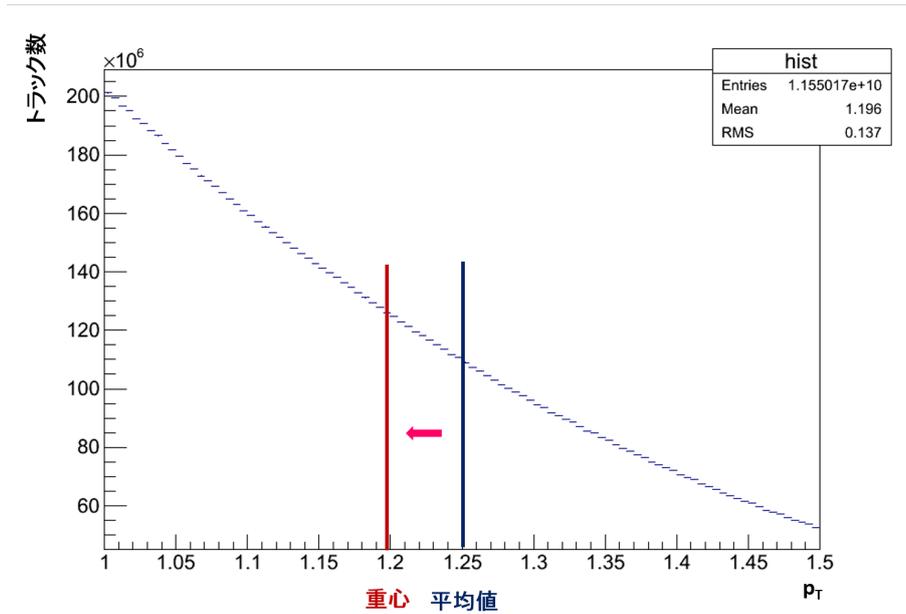


図 3.33: トラック数の重心と平均値の関係

## 3.6 誤差

この節では誤差の求め方について、統計誤差と系統誤差に分けて説明する。

### 3.6.1 統計誤差

$v_2$  の求め方として、本章の最初で反応平面法を用いており、式 (3.40) のように反応平面の分解能で補正する必要があると説明した。

$$v_2^{\text{true}} = \frac{v_2^{\text{measured}}}{C_{\text{reso}}} \quad (3.40)$$

より詳しく説明すると、 $v_2^{\text{measured}}$  (今後は  $raw\ v_2$  と呼ぶ) と  $C_{\text{reso}}$  (今後は  $R$  と呼ぶ) はデータサンプルをセントラリティの領域で分割して求めるので、セントラリティ0% ~93% までを合わせたミニマムバイアスデータの  $v_2$  を算出するには、セントラリティの範囲ごとに得た  $v_2$  を各範囲のトラックの収量で重みをつけて平均する。

すなわち、ミニマムバイアスの場合は

$$v_2^{\text{mini}} = \frac{\frac{raw\ v_2^{0-5\%}}{R_{0-5\%}} N_{0-5\%} + \frac{raw\ v_2^{5-10\%}}{R_{5-10\%}} N_{5-10\%} + \cdots + \frac{raw\ v_2^{95-100\%}}{R_{95-100\%}} N_{95-100\%}}{N_{0-5\%} + N_{5-10\%} + \cdots + N_{95-100\%}} \quad (3.41)$$

となる。

よって、ミニマムバイアスの統計誤差  $\Delta v_2$  は式 (3.41) を誤差伝搬して次のように求める。まず、以下のように置く

$$f = \frac{\frac{raw\ v_2^{0-5\%}}{R_{0-5\%}} N_{0-5\%} + \frac{raw\ v_2^{5-10\%}}{R_{5-10\%}} N_{5-10\%} + \cdots + \frac{raw\ v_2^{95-100\%}}{R_{95-100\%}} N_{95-100\%}}{N_{0-5\%} + N_{5-10\%} + \cdots + N_{95-100\%}} \quad (3.42)$$

$$f_1 = \frac{raw\ v_2^{0-5\%}}{R_{0-5\%}} \quad (3.43)$$

$$f_1^{all} = \frac{N_{0-5\%}}{N_{0-100\%}} \frac{raw v_2^{0-5\%}}{R_{0-5\%}} = \frac{N_{0-5\%}}{N_{0-100\%}} f_1 \quad (3.44)$$

すると、 $f_1$  の統計誤差  $\Delta f_1$  は誤差伝搬の公式より

$$\Delta f_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial f_1}{\partial raw v_2^{0-5\%}}\right)^2 (\Delta raw v_2^{0-5\%})^2 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial R_{0-5\%}}\right)^2 (\Delta R_{0-5\%})^2} \quad (3.45)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{R_{0-5\%}}\right)^2 (\Delta raw v_2^{0-5\%})^2 + \left(\frac{raw v_2^{0-5\%}}{R_{0-5\%}^2}\right)^2 (\Delta R_{0-5\%})^2} \quad (3.46)$$

となる。

また、

$$f_1^{all'} = N_{0-5\%} f_1 \quad (3.47)$$

と置くと、式 (3.44) より

$$f_1^{all} = \frac{1}{N_{0-100\%}} f_1^{all'} \quad (3.48)$$

よって

$$f = f_1^{all} + f_2^{all} + \dots + f_{20}^{all} \quad (3.49)$$

$$= \frac{1}{N_{0-100\%}} (f_1^{all'} + f_2^{all'} + \dots + f_{20}^{all'}) \quad (3.50)$$

従って  $f$  の統計誤差  $\Delta f$  は

$$\Delta f = \frac{1}{N_{0-100\%}} \sqrt{(\Delta f_1^{all'})^2 + (\Delta f_2^{all'})^2 + \dots + (\Delta f_{20}^{all'})^2} \quad (3.51)$$

$$= \frac{1}{N_{0-100\%}} \sqrt{(N_{0-5\%} \Delta f_1)^2 + (N_{5-10\%} \Delta f_2)^2 + \dots + (N_{95-100\%} \Delta f_{20})^2} \quad (3.52)$$

$$= \Delta v_2 \quad (3.53)$$

となり、 $v_2$  の統計誤差  $\Delta v_2$  を得られる。

次に、 $\Delta v_2$  を用いて、シグナル抽出を使用した場合の統計誤差の求め方について説明する。シグナル抽出を用いてシグナルのトラックから作られる *signal*  $v_2$  ( $v_2(S)$ ) とバックグラウンドから作られる *BG*  $v_2$  ( $v_2(B)$ ) は本章の最初で説明したように式 (3.14)、式 (3.15) で求められる。したがって、以下のように  $v_2(S)$  の統計誤差  $\Delta v_2(S)$  と  $v_2(B)$  の統計誤差  $\Delta v_2(B)$  を求める。

$$v_2(S) = a \quad (3.54)$$

$$= \frac{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - (\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2})^2} \left\{ \frac{\sum \frac{c_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}} - \sum \frac{c_i x_i}{\sigma_{ci}^2} \right\} \quad (3.55)$$

$$= \frac{\sum \frac{c_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} - \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{c_i x_i}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - (\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2})^2} \quad (3.56)$$

$$= \frac{\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \left( \frac{c_0 y_0}{\sigma_{c0}^2} + \frac{c_1 y_1}{\sigma_{c1}^2} + \dots \right) - \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left( \frac{c_0 y_0}{\sigma_{c0}^2} + \frac{c_1 y_1}{\sigma_{c1}^2} + \dots \right)}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - (\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2})^2} \quad (3.57)$$

$$= \frac{\left(\frac{y_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} - \frac{x_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)c_0 + \left(\frac{y_1}{\sigma_{c1}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} - \frac{x_1}{\sigma_{c1}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)c_1 + \dots}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.58)$$

偏微分する

$$\Delta a_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{y_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} - \frac{x_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 \sigma_{c0}^2 + \left(\frac{y_1}{\sigma_{c1}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} - \frac{x_1}{\sigma_{c1}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 \sigma_{c1}^2 + \dots}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.59)$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{y_0^2}{\sigma_{c0}^4} \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 - 2 \frac{y_0}{\sigma_{c0}^2} \frac{x_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} + \frac{x_0^2}{\sigma_{c0}^4} \left(\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2\right) \sigma_{c0}^2 + \dots}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.61)$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{y_0^2}{\sigma_{c0}^4} \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 - 2 \frac{y_0}{\sigma_{c0}^2} \frac{x_0}{\sigma_{c0}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} + \frac{x_0^2}{\sigma_{c0}^4} \left(\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2\right) + \dots}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.62)$$

$$= \frac{\sqrt{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 - 2 \sum \frac{y_i x_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left(\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.63)$$

$$= \frac{\sqrt{-\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2 + \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left(\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.64)$$

$$= \frac{\sqrt{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \left(\sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2\right)}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.65)$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.66)$$

$a$  と同様にして

$$\Delta b_f = \frac{\sqrt{\frac{\sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.67)$$

$$\quad (3.68)$$

$$\quad (3.69)$$

従って

$$\Delta v_2(S) = \Delta a_f = \frac{\sqrt{\frac{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.70)$$

$$\Delta v_2(B) = \Delta b_f = \frac{\sqrt{\frac{\sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2}}}{\sum \frac{y_i^2}{\sigma_{ci}^2} \sum \frac{x_i^2}{\sigma_{ci}^2} - \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_{ci}^2}\right)^2} \quad (3.71)$$

### 3.6.2 系統誤差

系統誤差は以下の項目から導出する。

- 反応平面を決める検出器の違い
- シグナル抽出に用いる分布の違い

- シグナル抽出に用いる PC3sdphi 分布のフィット範囲の違い
- シグナル抽出に用いる PC3sdz 分布のフィット範囲の違い
- E/p カットの違い
- run による違い
- 反応平面分解能の統計誤差

#### 反応平面を決める検出器による違い

本研究の  $v_2$  測定には BBC South と BBC North の両方で求めた反応平面を用いた。そのため、BBC South だけ、BBC North だけで反応平面を求めた場合の  $v_2$  と比較する。まず、3sub method を用いた時の BBC South だけ、North だけの反応平面の分解能は式 (3.72) と式 (3.73) で求められる。

$$\sigma_{BBCS} = \sqrt{\frac{\langle \cos[2(\Psi_{BBCS} - \Psi_{CNT})] \rangle \langle \cos[2(\Psi_{BBCN} - \Psi_{BBCS})] \rangle}{\langle \cos[2(\Psi_{BBCN} - \Psi_{CNT})] \rangle}} \quad (3.72)$$

$$\sigma_{BBCN} = \sqrt{\frac{\langle \cos[2(\Psi_{BBCN} - \Psi_{CNT})] \rangle \langle \cos[2(\Psi_{BBCN} - \Psi_{BBCS})] \rangle}{\langle \cos[2(\Psi_{BBCS} - \Psi_{CNT})] \rangle}} \quad (3.73)$$

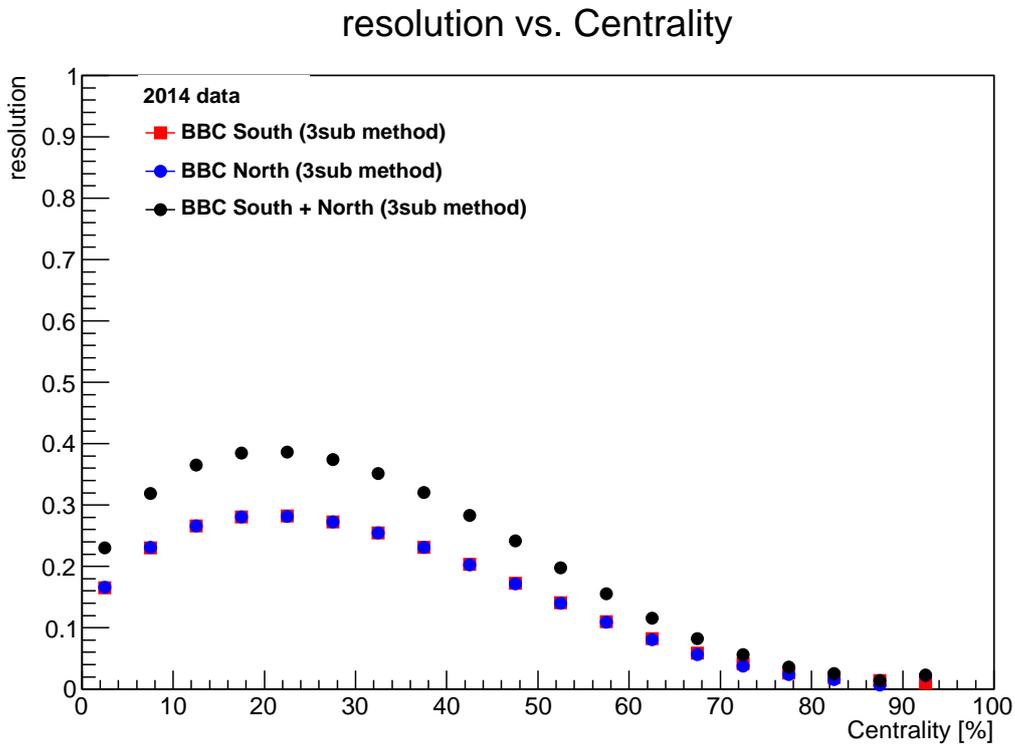
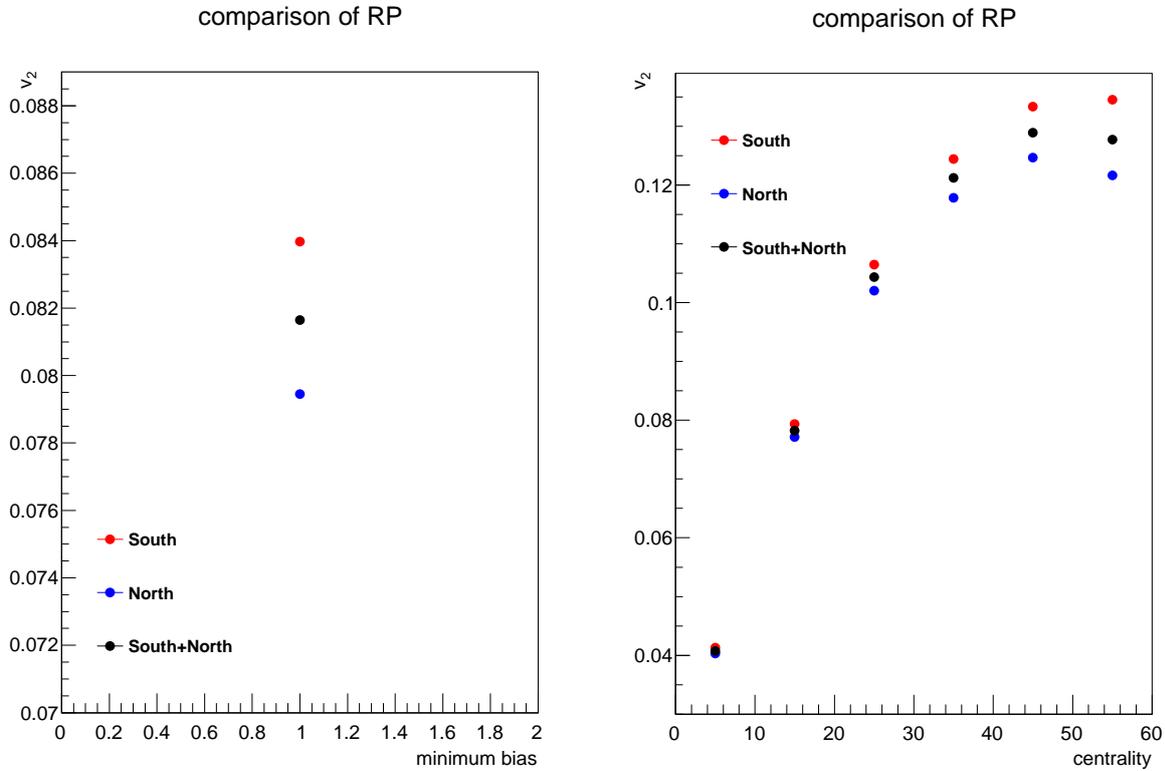


図 3.34: セントラリティごとのそれぞれの検出器を用いた際の反応平面の分解能

それぞれの反応平面の分解能を比較すると図 3.34 となり、BBC South+North の方が分解能は精度がよく、BBC South のみ、North のみではほぼ等しくなることがわかる。図 3.35a と図 3.35b は、エントリー数

で重みを付けながら  $p_T$  を 0.5 から 20GeV/c の範囲でマージした  $v_2$  をミニмумバイアスとセントラリティ 0 から 10%、10 から 20%、20 から 30%、30 から 40%、40 から 50%、50 から 60% で求めた結果である。系統誤差には各セントラリティ において、South+North で得た値から South のみ、または North のみで測った  $v_2$  がより大きな差を示した方と取り、その差を系統誤差として扱うことにした。



(a) ミニмумバイアス  $v_2$

(b) セントラリティ ごと  $v_2$

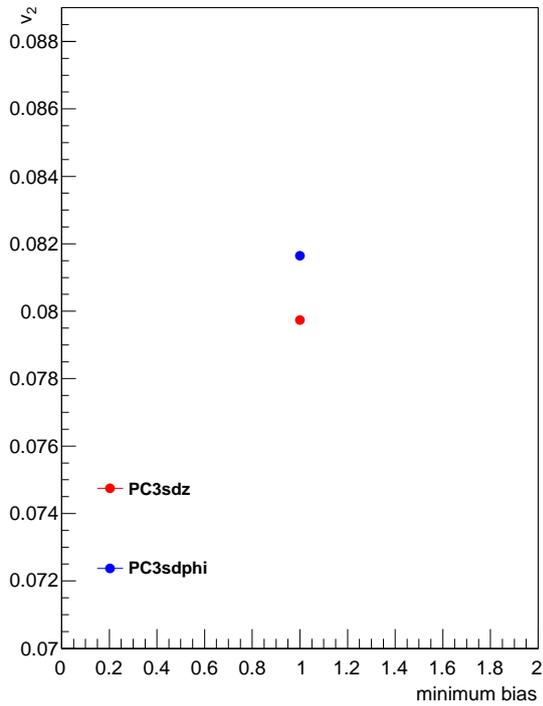
図 3.35: 各検出器の反応平面を用いた  $v_2$

### シグナル抽出に用いる分布の違い

本研究ではシグナル抽出を行う際、PC3sdphi の分布にダブルガウシアンをフィットし、トラックのシグナルとバックグラウンドの比を求めている。ここで、PC3sdz でも同様のことができることに着目し、その分布からシグナルとバックグラウンドのトラック収量を求めて  $v_2$  を算出し、PC3sdphi による通常の方法と  $v_2$  の値を比較し、その差を系統誤差として扱うことにした。

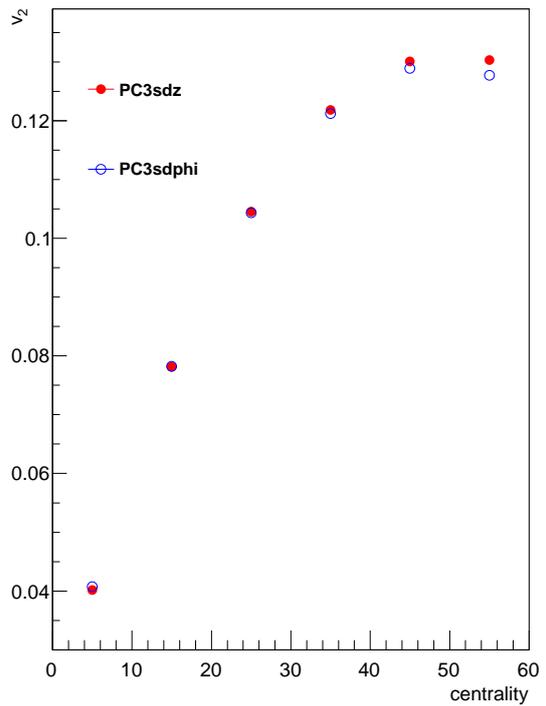
図 3.36a と図 3.36b は、エントリー数で重みを付けながら  $p_T$  を 0.5 から 20GeV/c の範囲でマージした  $v_2$  をミニмумバイアスとセントラリティ 0 から 10%、10 から 20%、20 から 30% で求めた結果である。系統誤差には各セントラリティ において、PC3sdphi を用いて  $v_2$  を求めた時と PC3sdz を用いて  $v_2$  を求めた時の差を  $v_2$  の割合に直して用いる。

Comparison of dphi and dz



(a) ミニマムバイアス  $v_2$

Comparison of dphi and dz



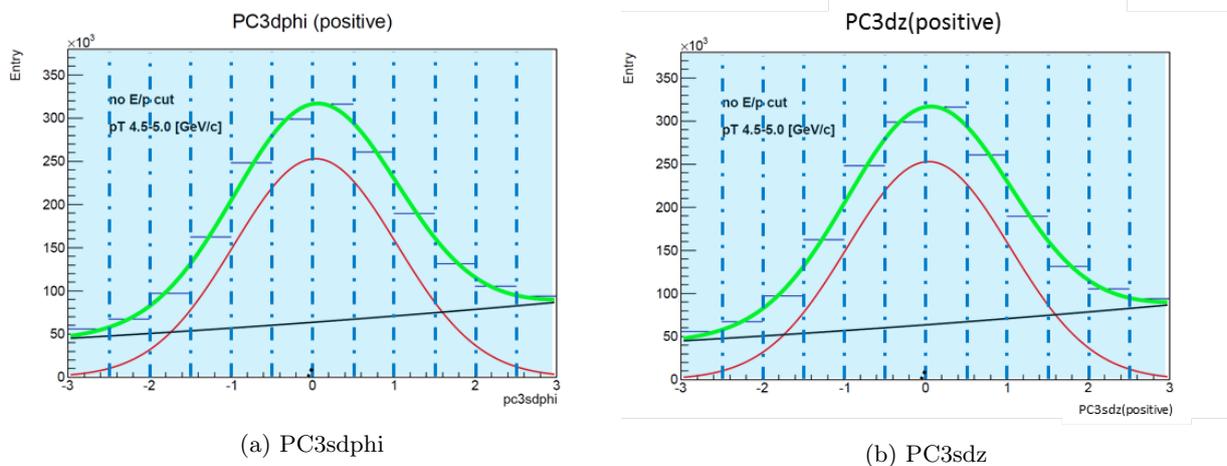
(b) セントラリティ ごと  $v_2$

図 3.36: PC3sdphi 分布と PC3sdz 分布でシグナルおよびバックグラウンドのトラック収量を決定した場合の  $v_2$  比較

シグナル抽出に用いる PC3sdphi 分布のフィット範囲の違い

本研究ではシグナル抽出を行う際に用いる PC3sdphi の範囲を図 3.37 のように、 $-3\sigma$  から  $3\sigma$  と設定している。そのため、この範囲を図 3.38 と図 3.39 に示すように  $-2\sigma$  から  $2\sigma$  と  $-1\sigma$  から  $1\sigma$  にそれぞれ変化させた場合の  $v_2$  への影響を調べた。

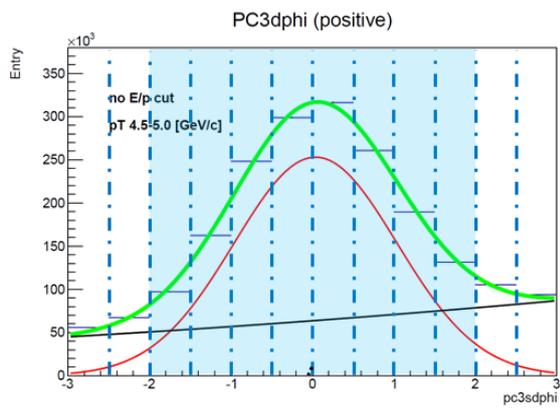
図 3.40a と図 3.40b は、それぞれミニマムバイアスの  $v_2$  とセントラリティ 別の  $v_2$  の結果である。系統誤差としては、 $PC3sdphi < |3\sigma|$  の場合から  $v_2$  の差が一番大きなものを取ることにした。



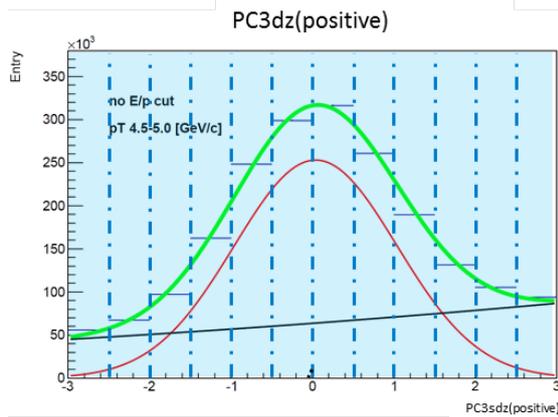
(a) PC3sdphi

(b) PC3sdz

図 3.37: PC3sdphi の範囲を  $3\sigma$  にした場合

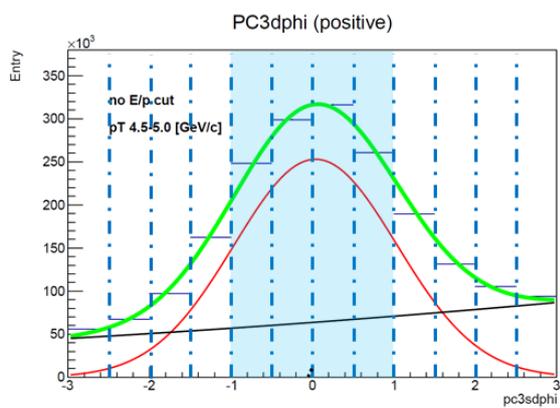


(a) PC3sdphi

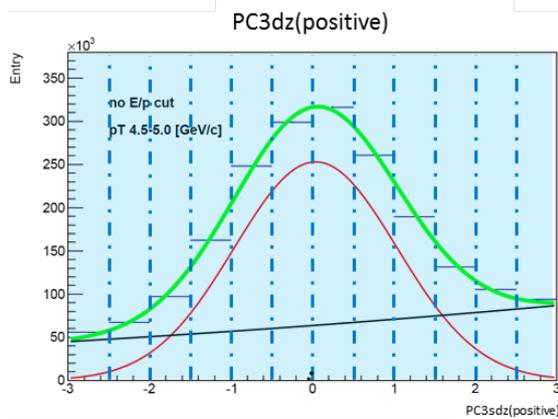


(b) PC3sdz

図 3.38: PC3sdphi の範囲を  $2\sigma$  にした場合

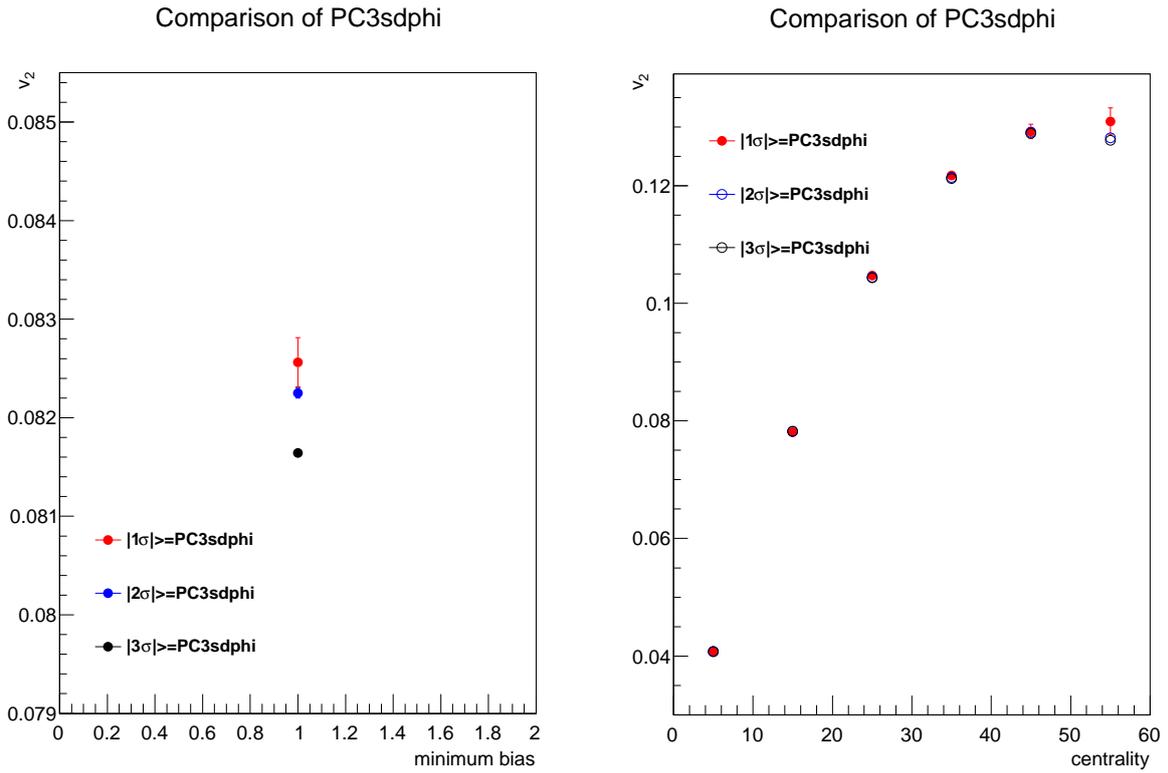


(a) PC3sdphi



(b) PC3sdz

図 3.39: PC3sdphi の範囲を  $1\sigma$  にした場合

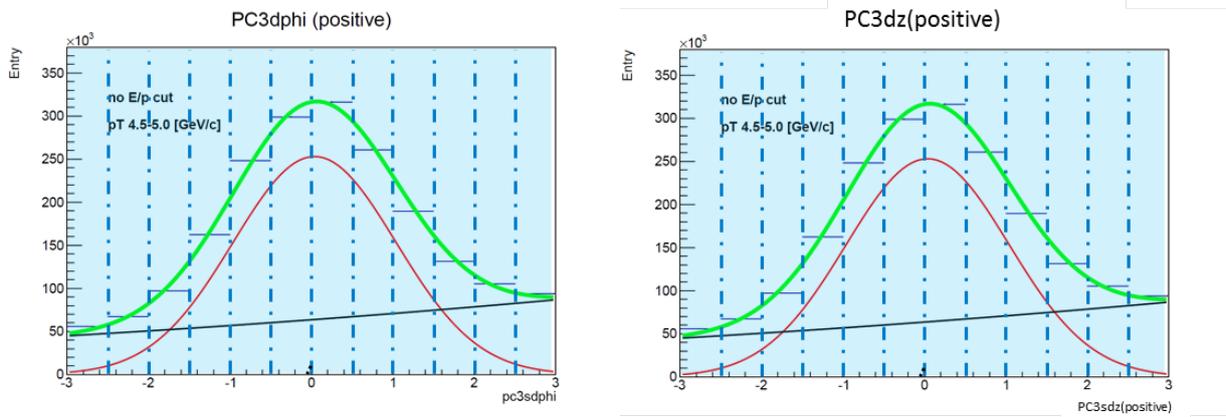


(a) ミニマムバイアス  $v_2$  (b) セントラリティ ごと  $v_2$

図 3.40: それぞれの PC3sdphi の範囲による  $v_2$

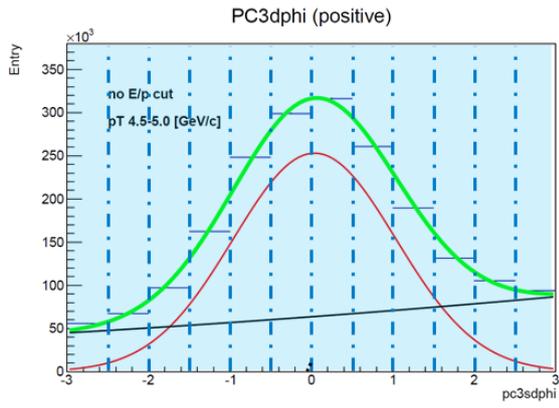
シグナル抽出に用いる PC3sdz 分布のフィット範囲の違い

本研究ではシグナル抽出を行う際に用いる PC3sdphi の範囲を図 3.41 のように、 $-3\sigma$  から  $3\sigma$  と設定している。そのため、この範囲を図 3.42 と図 3.43 に示すように  $-2\sigma$  から  $2\sigma$  と  $-1\sigma$  から  $1\sigma$  にそれぞれ変化させた場合の  $v_2$  への影響を調べた。

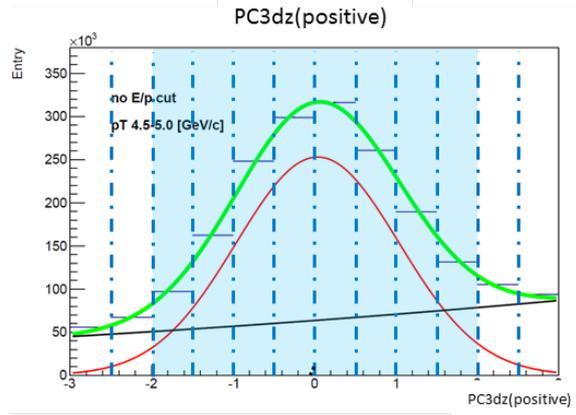


(a) PC3sdphi (b) PC3sdz

図 3.41: PC3sdz の範囲を  $3\sigma$  にした場合

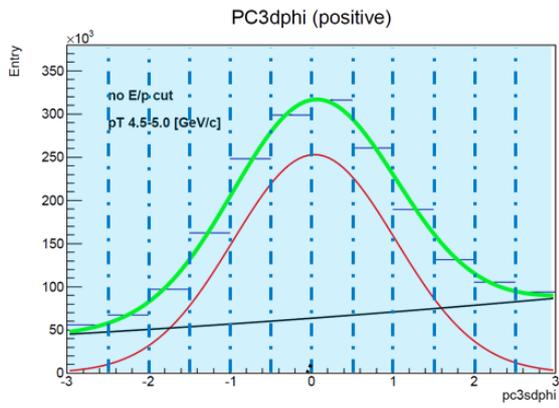


(a) PC3sdphi

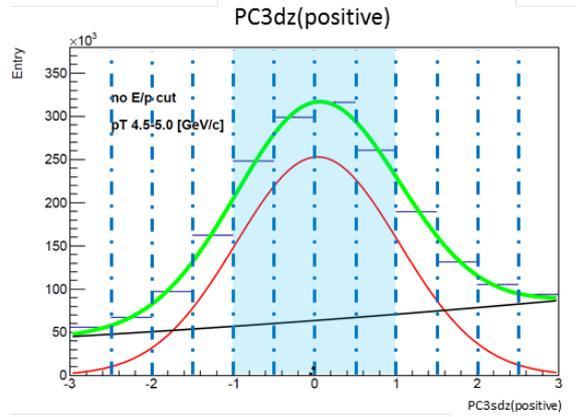


(b) PC3sdz

図 3.42: PC3sdz の範囲を  $2\sigma$  にした場合



(a) PC3sdphi



(b) PC3sdz

図 3.43: PC3sdz の範囲を  $1\sigma$  にした場合

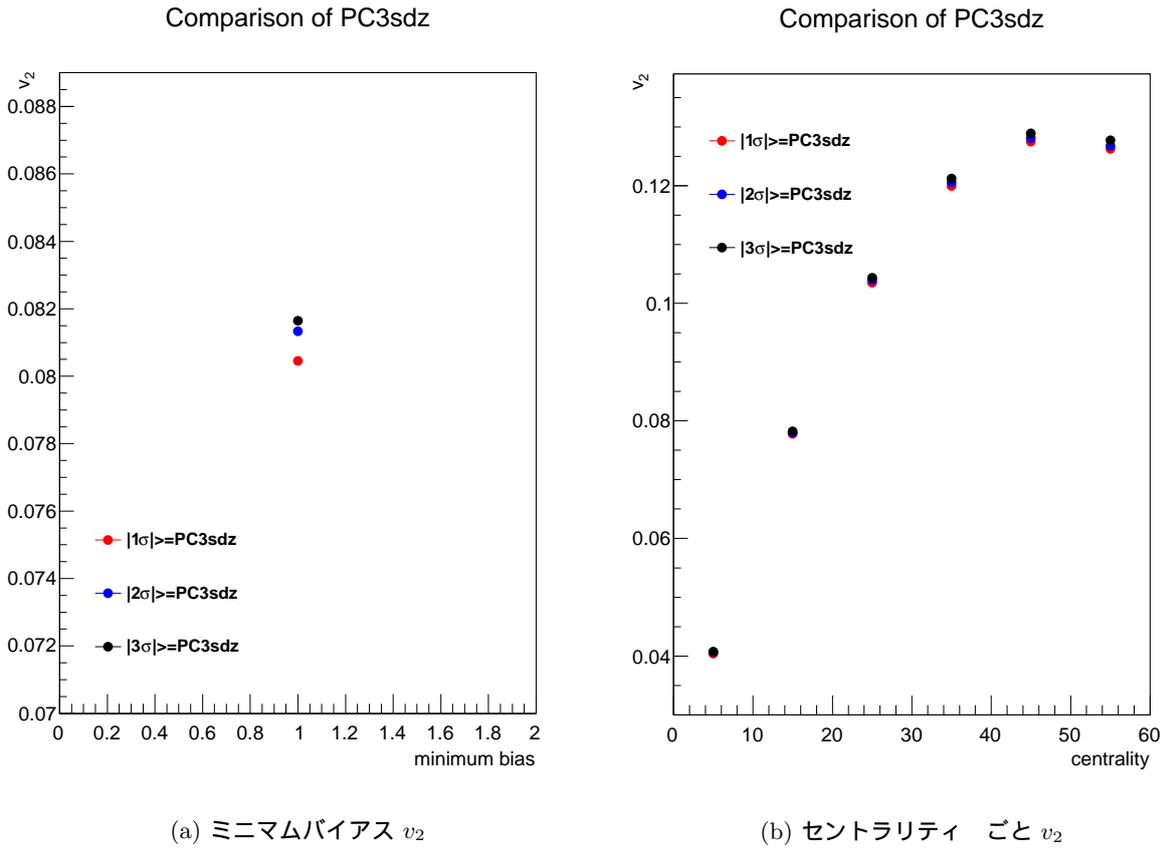
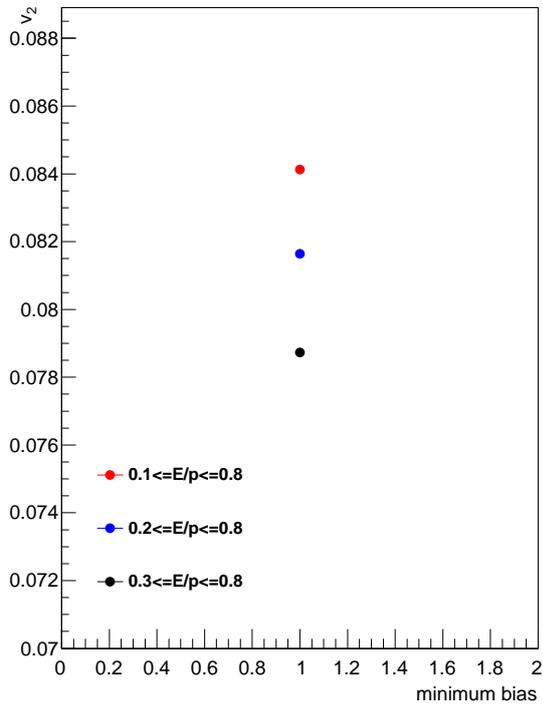


図 3.44: それぞれの PC3sdz の範囲による  $v_2$

### E/p カットの違い

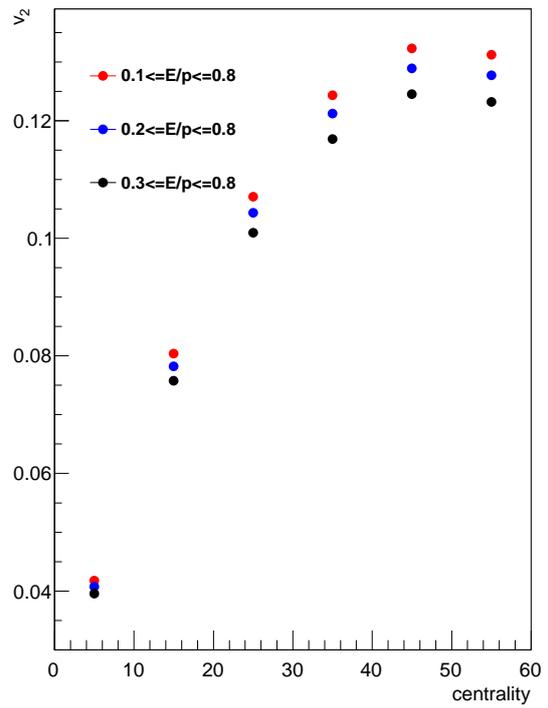
本研究ではバックグラウンドを減少させるために用いる E/p カットの値は  $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  である。そのため、E/p カットの下限值を 0.1 と 0.3 に変化させた場合の、 $v_2$  と通常の解析手順によるものとの差の最大値を系統誤差とした。

Comparison of E/p



(a) ミニムバイアス  $v_2$

Comparison of E/p



(b) セントラリティごと  $v_2$

図 3.45: それぞれの E/p カットを用いた時の  $v_2$

### run による違い

本研究で用いている 2014 年のデータは 1400 ほどの run により構成されているため、この run ごとに  $v_2$  の値がふらつくことが考えられる。そのため、run ごとに  $v_2$  を求め、ふらつきを系統誤差に入れる。

図 3.46 は横軸を run 番号に取り、ミニムバイアスにおける  $v_2$  の run 依存の様子を表している。

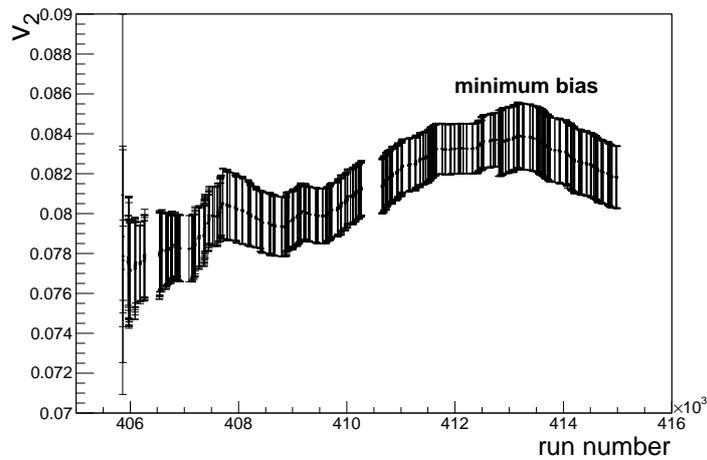


図 3.46: ミニムバイアスにおける  $v_2$  の run 依存

## 反応平面分解能の統計誤差

反応平面の分解能は、実験データから算出しているため、統計誤差を持つ。そのため、これを系統誤差に入れる。

## 系統誤差のまとめ

これまでに記した手順で見積もった系統誤差を以下の表のように示す。全体の系統誤差はこれらの項目が互いに独立と考え、二乗和の平方根をとった。

表 3.1: 系統誤差 1

項目	系統誤差 [%]			
	ミニマムバイアス	0 ~ 10 %	10 ~ 20 %	20 ~ 30 %
セントラリティ				
反応平面を決める検出器の違い	2.848	1.403	1.462	2.204
シグナル抽出に用いる分布の違い	2.336	1.412	0.074	0.195
シグナル抽出に用いる PC3sdphi 分布のフィット範囲の違い	1.126	0.164	0.133	0.375
シグナル抽出に用いる PC3sdz 分布のフィット範囲の違い	1.462	0.853	0.521	0.804
E/p カットの違い	3.565	2.942	3.100	3.248
run による違い	2.450	6.012	2.616	1.962
反応平面分解能の統計誤差	0.109	0.059	0.030	0.030
合計	5.975	7.037	4.346	4.482

表 3.2: 系統誤差 2

項目	系統誤差 [%]		
	30 ~ 40 %	40 ~ 50 %	50 ~ 60 %
セントラリティ			
反応平面を決める検出器の違い	2.823	3.441	5.307
シグナル抽出に用いる分布の違い	0.495	0.886	2.053
シグナル抽出に用いる PC3sdphi の範囲の違い	0.408	0.260	2.531
シグナル抽出に用いる PC3sdz の範囲の違い	1.045	1.125	1.134
E/p カットの違い	3.572	3.420	3.549
run による違い	1.850	2.224	3.865
反応平面分解能の統計誤差	0.039	0.062	0.135
合計	5.065	5.533	8.223

## 第4章 結果・考察

本章では  $v_2$  測定の結果について述べ、議論する。

### 4.1 ミニмумバイアスでの方位角異方性

ミニмумバイアスで測定した荷電ハドロン の  $v_2$  の結果は図 4.1 である。(黒棒が統計誤差、赤四角が系統誤差を表している。)これより、 $p_T$  が 12GeV/c まで有限の  $v_2$  があるとの他の研究報告と無矛盾であることが分かった。これはエネルギー損失量が QGP 通過距離によって変わるという理論モデルと相違しないことを示している。

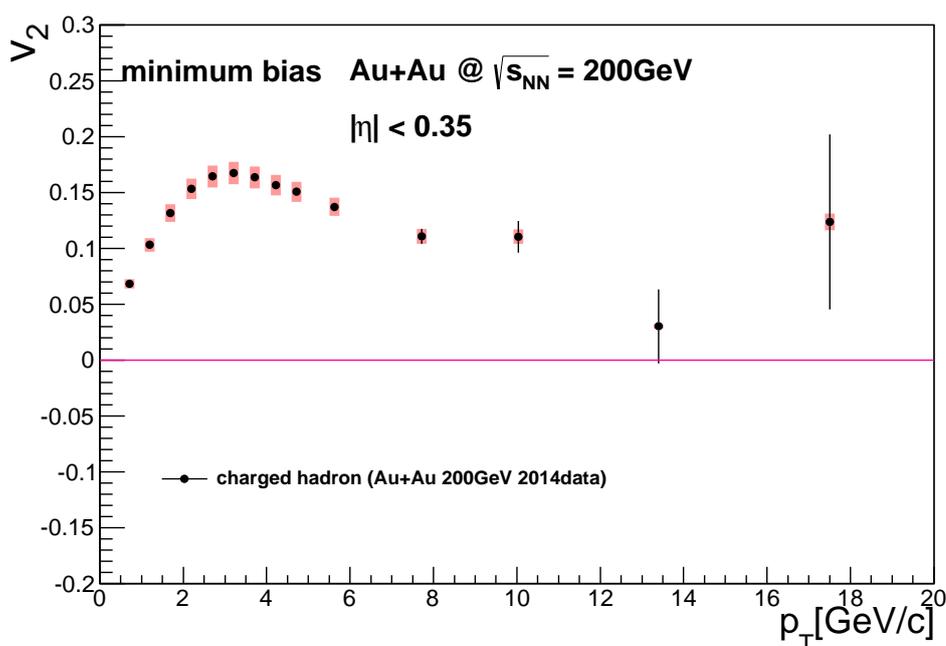


図 4.1: ミニмумバイアスにおける  $v_2$

### 4.2 方位角異方性のセントラリティ依存

#### 4.2.1 測定結果

セントラリティを 10% 刻みで 0 から 60% まで測定した荷電ハドロン の  $v_2$  の結果を図 4.2 から図 4.7 に示す。

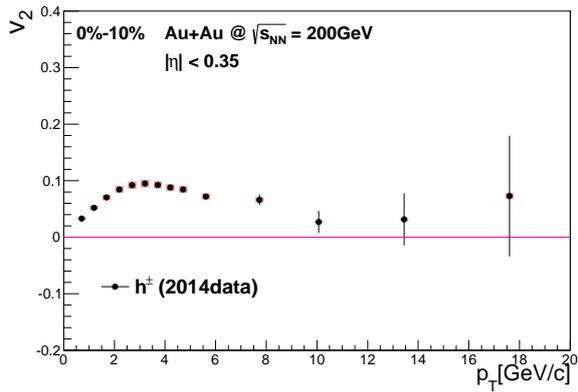


図 4.2: セントラリティ 0~10%

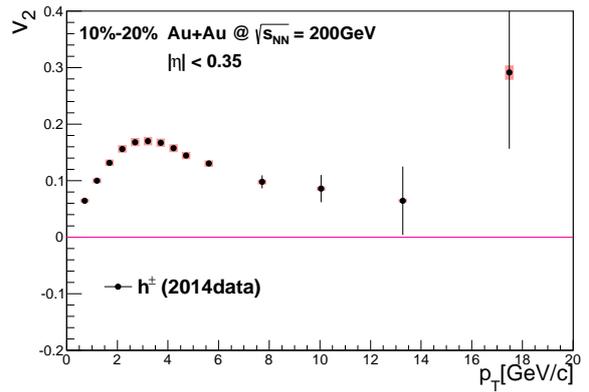


図 4.3: セントラリティ 10~20%

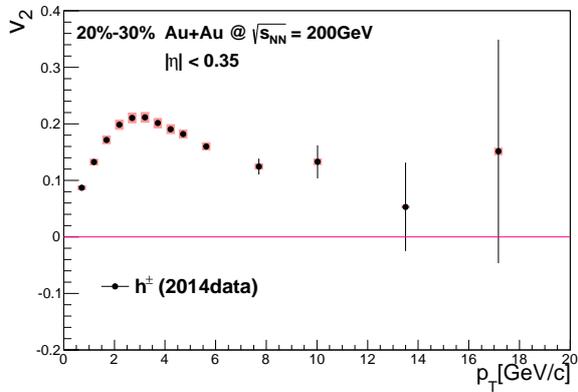


図 4.4: セントラリティ 20~30%

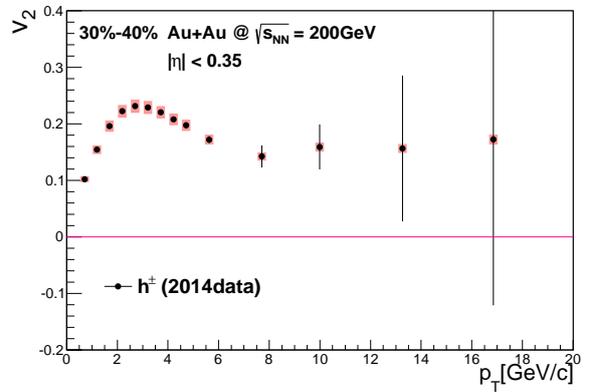


図 4.5: セントラリティ 30~40%

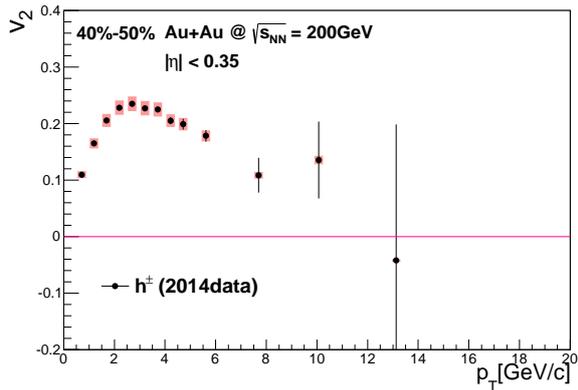


図 4.6: セントラリティ 40~50%

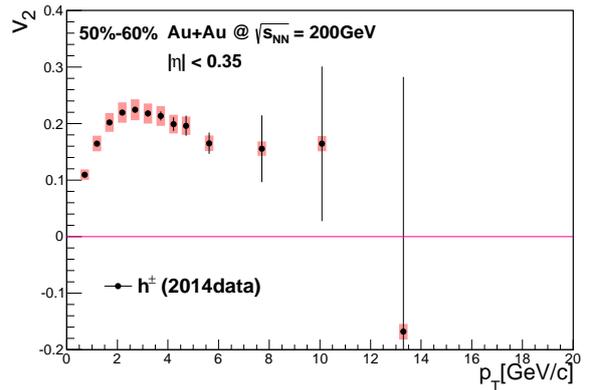


図 4.7: セントラリティ 50~60%

セントラリティが増加するに従って  $v_2$  が大きくなっていることがわかる。これは反応領域の形によって考えられる。セントラリティが増加するというはより周辺衝突になるということなので、反応領域の反応平面方向（短軸方向）と反応平面に垂直な方向（長軸方向）の比が増加する影響が現れていると考えられる。

## 4.2.2 過去の結果との比較

本研究で測定した荷電ハドロンの  $v_2$  を、PHENIX 実験で 2004 年に収集されたデータを用いて測定された先行研究の荷電ハドロンの  $v_2$  と比較した。以下の図 4.8 から図 4.13 が比較した図である。セントラリティ 0~10%、40~50%、50~60% はエラーの範囲でそれぞれの  $v_2$  は一致しているが、他のセントラリティでは本研究の  $v_2$  の方が高い傾向にある。これはバックグラウンドを取り除くためのトラック選別条件の値が異なること、新たに PC3sdphi 分布による、シグナル抽出を加えたことが影響していると考えられる。全体的に 2014 年のデータは 2004 年のデータよりも高統計であり、以前は測定できなかった 10GeV/c 以上の高横運動量領域までの測定を可能にした。

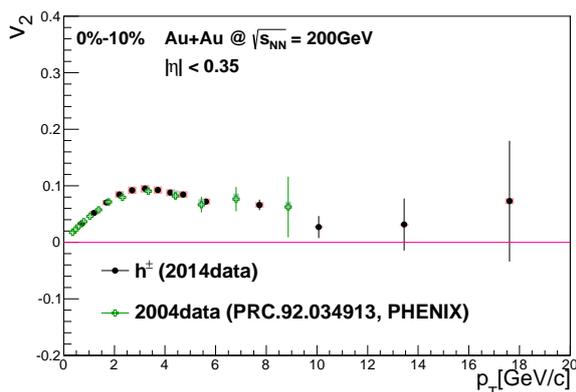


図 4.8: セントラリティ 0~10%

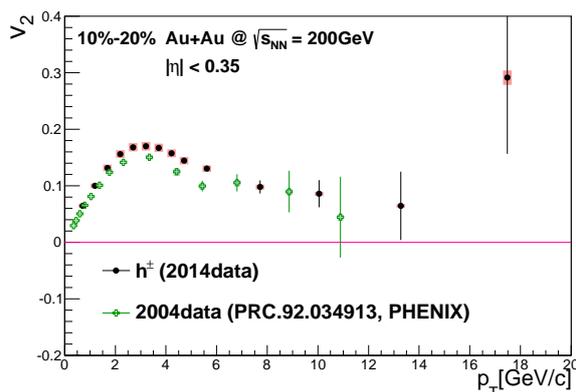


図 4.9: セントラリティ 10~20%

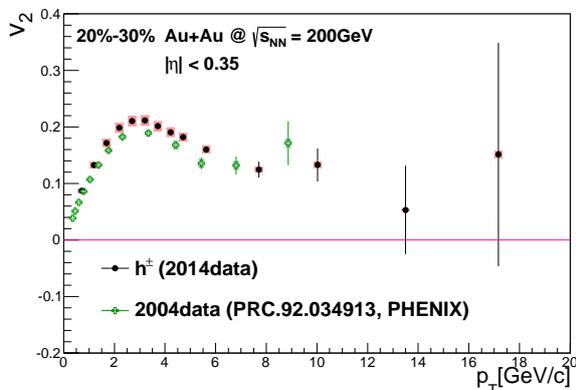


図 4.10: セントラリティ 20~30%

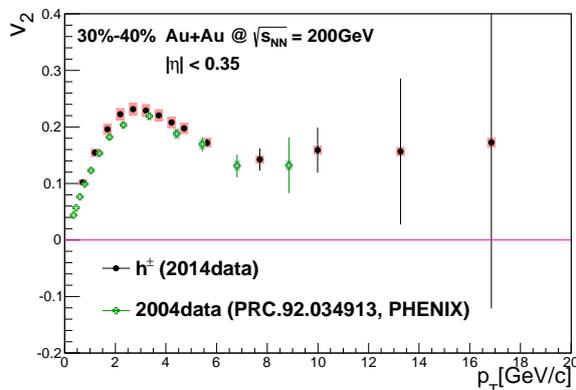


図 4.11: セントラリティ 30~40%

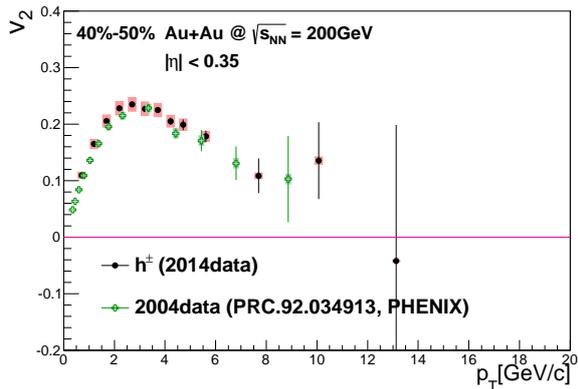


図 4.12: セントラリティ 40~50%

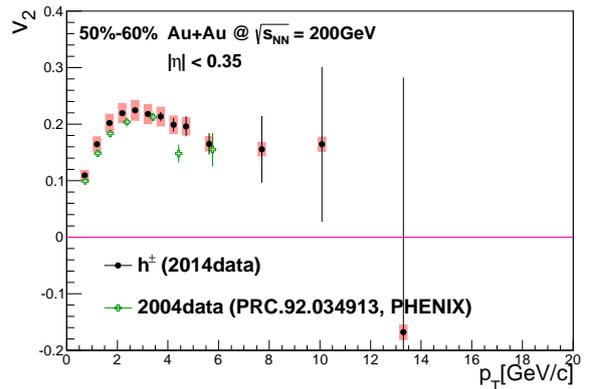


図 4.13: セントラリティ 50~60%

### 4.2.3 $\pi$ 中間子、陽子との比較

本研究では荷電ハドロン $h$ の $v_2$ を測定しているが、ハドロンは大きく $\pi$ 中間子、 $K$ 中間子、陽子に分けることができる。そのため、他の研究で測定されている $\pi$ 中間子と陽子の $v_2$ と比較した。図 4.14 から図 4.19 が $\pi$ 中間子、陽子の $v_2$ と比較した図である。

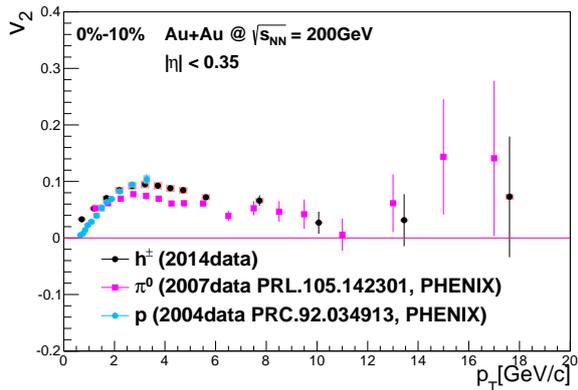


図 4.14: セントラリティ 0~10%

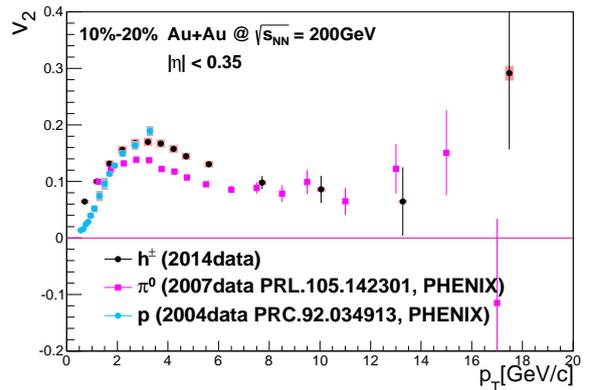


図 4.15: セントラリティ 10~20%

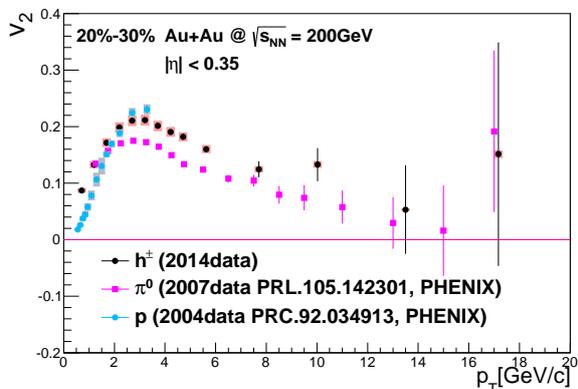


図 4.16: セントラリティ 20~30%

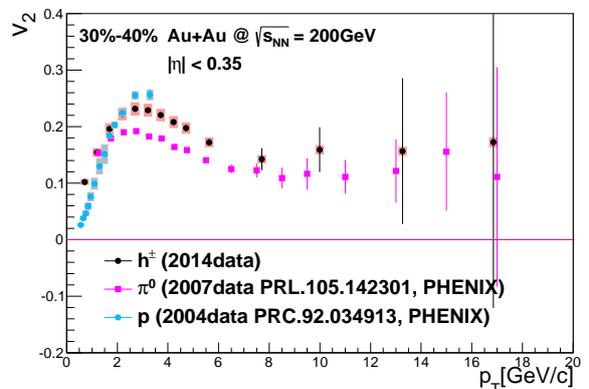


図 4.17: セントラリティ 30~40%

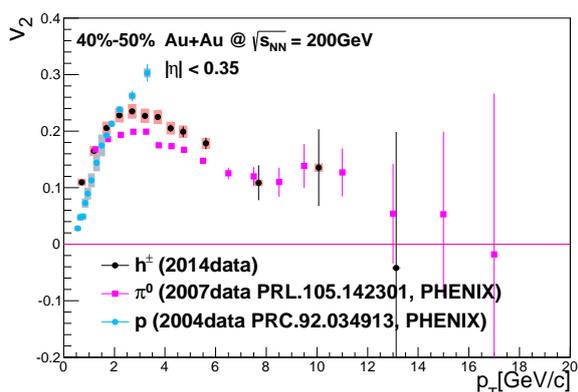


図 4.18: セントラリティ 40~50%

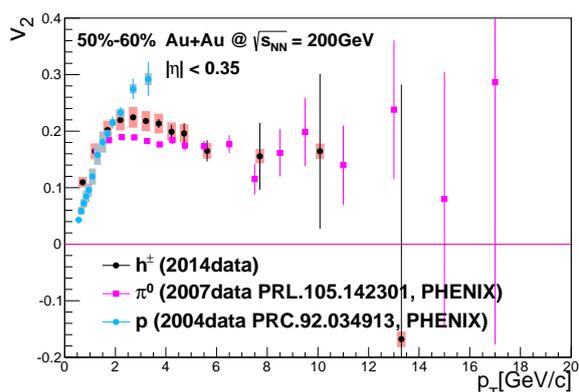


図 4.19: セントラリティ 50~60%

図 4.14 から図 4.19 の  $p_T$  が  $7\text{GeV}/c$  以上を見ると、荷電ハドロンと  $\pi$  中間子の  $v_2$  に差がみられない。これは  $p_T$  が  $7\text{GeV}/c$  以上の荷電ハドロンはほとんど  $\pi$  中間子であるか、 $\pi$  中間子と陽子のエネルギー損失の大きさが等しいということである。図 4.20 は ALICE 実験で測定された様々な粒子の  $v_2$  の結果であり、荷電ハドロンと  $\pi$  中間子は  $7\text{GeV}/c$  から  $8\text{GeV}/c$  以上の領域では  $v_2$  が等しくなっていることが分かる。これは本研究の結果と矛盾しない。

次に、 $p_T$  が  $7\text{GeV}/c$  以下の領域について考える。この領域では荷電ハドロン、 $\pi$  中間子、陽子の  $v_2$  の大きさが異なる。 $p_T$  が  $2\text{GeV}/c$  以下の領域は、1 章で説明した低横運動量領域であり、 $v_2$  の発生原因は QGP によるエネルギー損失ではなく、反応領域の圧力勾配の方位角異方性である。そのため、この違いは流体モデルにより説明できる。 $p_T$  が  $2\text{GeV}/c$  以上、 $7\text{GeV}/c$  以下の領域では  $v_2$  の発生原因は低横運動量の圧力勾配の方位角異方性と高横運動量のエネルギー損失の方位角異方性の両方が混ざっている。加えて、2 から  $5\text{GeV}/c$  の領域では 1 章で説明したりコンビネーションの影響もよく確認できるため、陽子の  $v_2$  が  $\pi$  中間子よりも大きくなっている。また、図 4.21 より、周辺衝突になるほど荷電ハドロンには陽子よりも  $\pi$  中間子が多く含まれていることが分かる。その様子は図 4.14 から図 4.19 の荷電ハドロン、 $\pi$  中間子、陽子の  $v_2$  の差に矛盾しない。

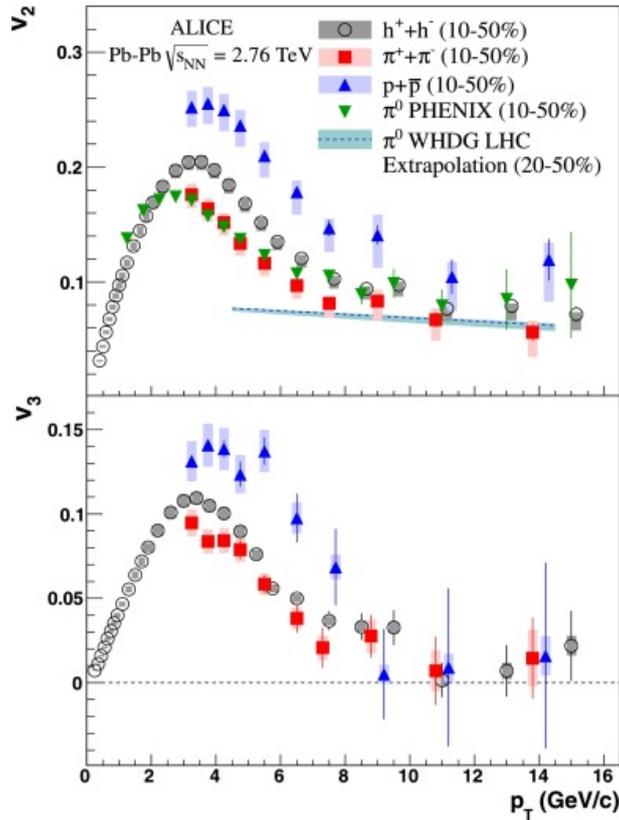


図 4.20: ALICE 実験における  $v_2$  の比較 [18]

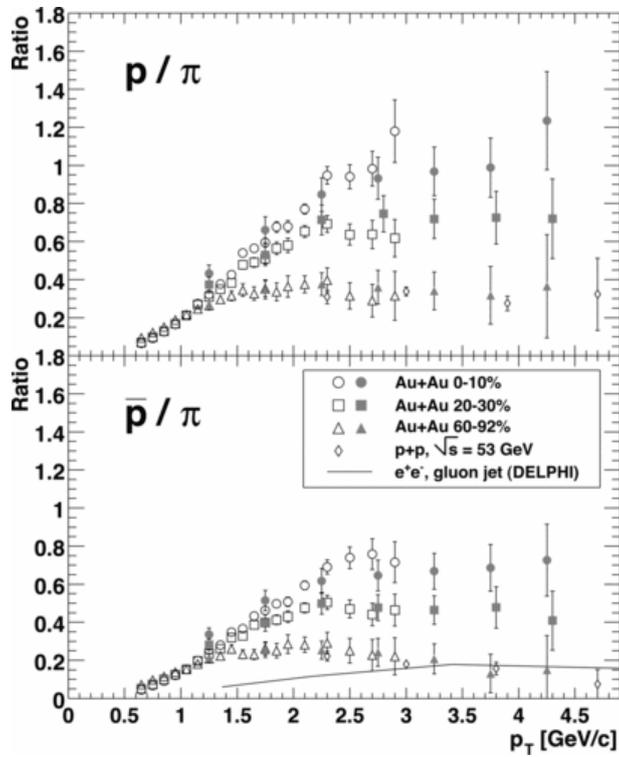


図 4.21:  $\pi$  中間子と陽子の比 [17]

#### 4.2.4 エネルギー損失と距離の関係

最後に、 $v_2$  のセントラリティ依存から、エネルギー損失の機構について考える。まず、各セントラリティごとに  $v_2$  の平均値を各  $p_T$  範囲の  $v_2$  に定数をフィットして求めた結果を図 4.22 に示す。セントラリティが大きくなるにつれて平均  $v_2$  の値が大きくなる様子かわかる。これはセントラリティが大きくなるにつれて、反応領域の長軸と短軸方向の比が大きくなり、エネルギー損失の大きさの比も大きくなり、粒子の収量の比も大きくなるからである。よって、エネルギー損失の大きさが距離に関係していることがわかる。図 4.23 は ALICE 実験で測定された、 $v_2$  をセントラリティの関数として  $p_T$  を 10 から 20 GeV/c の範囲で求めた図である。本研究と同様に、セントラリティが大きくなると  $v_2$  が大きくなる様子が見える。しかし、本研究の方が同じ  $p_T$  領域では  $v_2$  が高い傾向が見え、セントラリティ 30 から 40% は特に大きくなっている。この理由については今後考えていく必要がある。

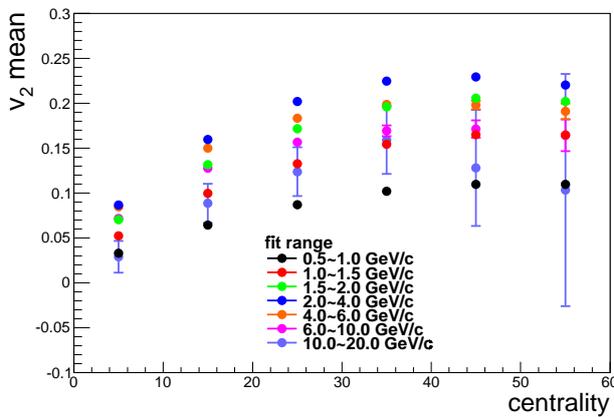


図 4.22: 各セントラリティ、 $p_T$  領域における平均  $v_2$

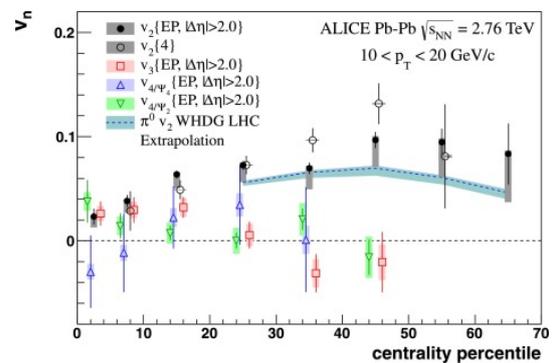


図 4.23: ALICE 実験における平均  $v_2$  [18]

次に、エネルギー損失の大きさと QGP を通過する距離がどのような関係であるのかについて考える。図 4.24 は縦軸がフィットした  $v_2$  の平均値、横軸が各セントラリティにおける反応領域の楕円率 ( $\varepsilon$ ) である。楕円率とは原子核衝突の際の反応を陽子・中性子衝突の幾何学的なモデルを用いて記述するグラウバーモデル (図 4.26) [22] の式 (4.1) より得られる、楕円らしさを表す量である。つまり、円に近い方が楕円率は 0 に近づき、直線では 1 になる。よってセントラリティが小さい方が楕円率は小さく、セントラリティが大きい方が楕円率は大きくなり、楕円率はセントラリティを反応領域の幾何学的な特徴を定量的に示す指標に置き換えたものと考えてよい。図 4.24 に  $v_2$  を楕円率  $\varepsilon$  の関数として示す。図 4.25 は縦軸がフィットした  $v_2$  の平均値を楕円率で割った値、横軸を反応に関与した核子数  $N_{part}$  の関数として示したものである。楕円率は反応領域の長軸方向と短軸方向の異方性を表しており、楕円率で  $v_2$  を補正することにより、異なるセントラリティの  $v_2$  を同じ反応領域の形状に対応する  $v_2$  に変換することができる。また、横軸の  $N_{part}$  は衝突時に反応領域に存在する核子の数である。従って、セントラリティが小さい方が  $N_{part}$  は大きく、セントラリティが大きい方が  $N_{part}$  は小さくなる。 $\varepsilon$  と  $N_{part}$  の関係は図 4.27 のようになる。図 4.25 より分かることは、同じ形の反応領域であっても、 $N_{part}$  が異なる場合は  $v_2$  が等しくならないということである。 $N_{part}$  が異なるということは反応領域の形 (長軸と短軸の比) が等しくても、大きさが異なるということである。そのため、 $N_{part}$  が反応領域の体積に比例するので平均半径を表す量として  $N_{part}^{1/3}$  [21] でさらに  $v_2/\varepsilon$  をスケールしたのが図 4.28 である。図 4.28 は  $\varepsilon$  と  $N_{part}^{1/3}$  でスケールした  $v_2$  は  $N_{part}$  にほぼ依存しないことを示す。これを  $p_T$  の関数として行っても、各セントラリティの  $v_2$  が図 4.29 のようにそろおう。以上より、 $v_2$  は反応領域の形だけでなく、大きさにも関係することが分かる。

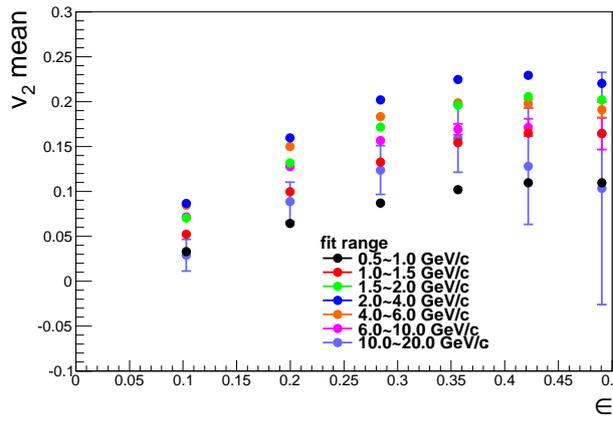


図 4.24: 各楕円率、 $p_T$  領域における平均  $v_2$

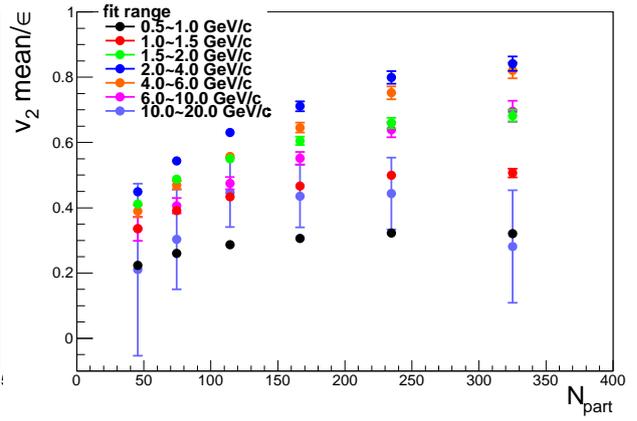


図 4.25:  $v_2$  と楕円率と  $N_{part}$  の関係

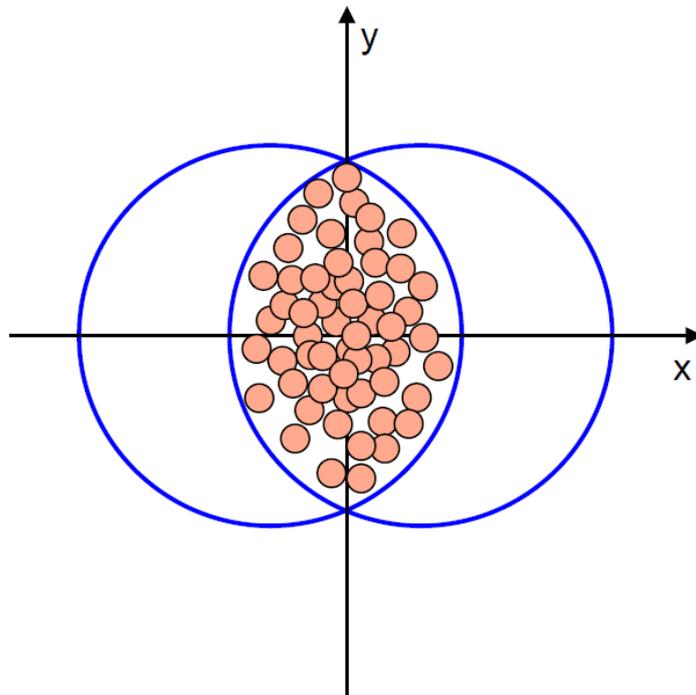


図 4.26: グラウパーモデルでの原子核衝突での反応領域の様子

$$\varepsilon = \frac{\langle y^2 \rangle - \langle x^2 \rangle}{\langle y^2 \rangle + \langle x^2 \rangle} = \frac{\sum_i y_i^2 - \sum_i x_i^2}{\sum_i y_i^2 + \sum_i x_i^2} \quad (4.1)$$

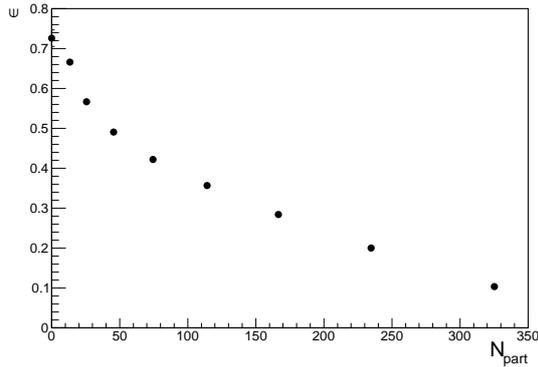


図 4.27:  $\varepsilon$ [20] と  $N_{part}$ [19] の関係 (データテーブルは付録に記載)

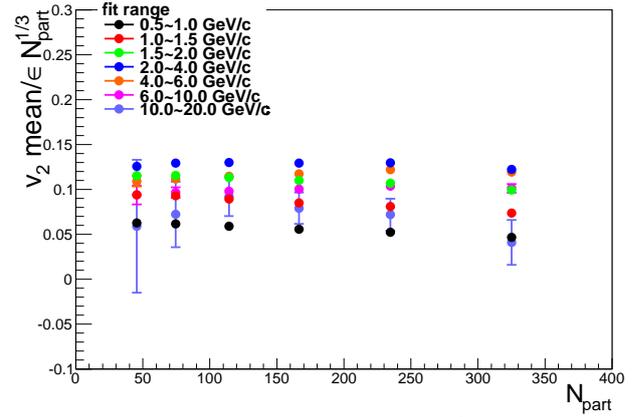
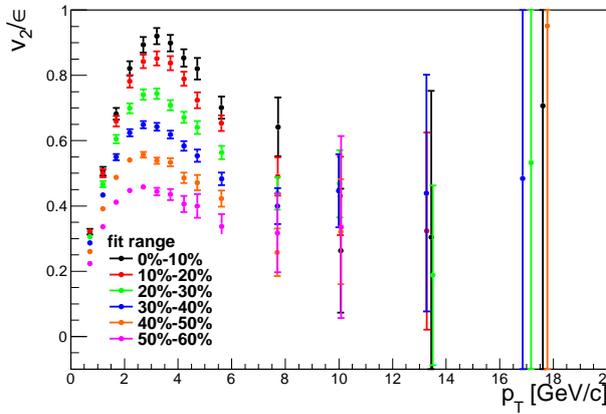
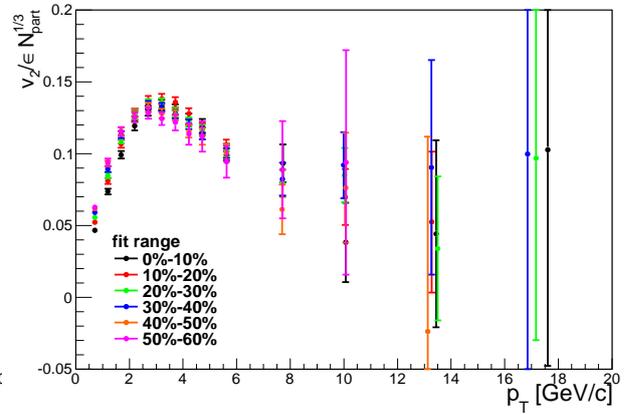


図 4.28:  $v_2$  と楕円率と  $N_{part}$  と  $N_{part}^{1/3}$  の関係



(a)  $N_{part}^{1/3}$  でスケール前



(b)  $N_{part}^{1/3}$  でスケール後

図 4.29:  $v_2/\varepsilon$  の運動量依存性 (左図) と  $v_2/\varepsilon N_{part}^{1/3}$  の運動量依存性 (右図)

最後に、 $v_2$  と反応領域の大きさの関係が  $p_T$  の関数としてどのようにふるまうかを調べた。図 4.25 の横軸を  $N_{part}$  から  $N_{part}^{1/3}$  に変換し、同じ形状の反応領域についての大きさの違い、すなわち平均半径の違いとして見たものが図 4.30 である。各  $p_T$  領域ごとに  $a$  と  $b$  を定数として式 (4.2) でフィットし、 $v_2/\varepsilon$  が距離の何乗に比例するのかを調べた。図 4.31 に次数  $b$  を  $p_T$  の関数として示す。次数  $b$  は  $p_T$  領域によって変化し一定ではないことがわかる。 $p_T$  は 4GeV/c から 8GeV/c の範囲では、距離に比例する振る舞いを示す。10GeV/c 以上の次数を見るには、より統計を増やす必要があることがわかった。

$$f(x) = ax^b \quad (4.2)$$

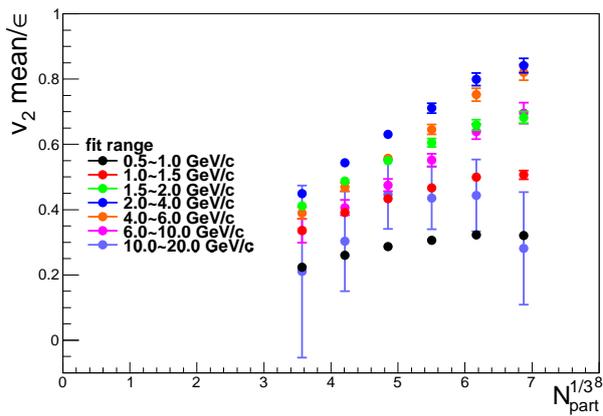


図 4.30: 平均  $v_2$  と半径の関係

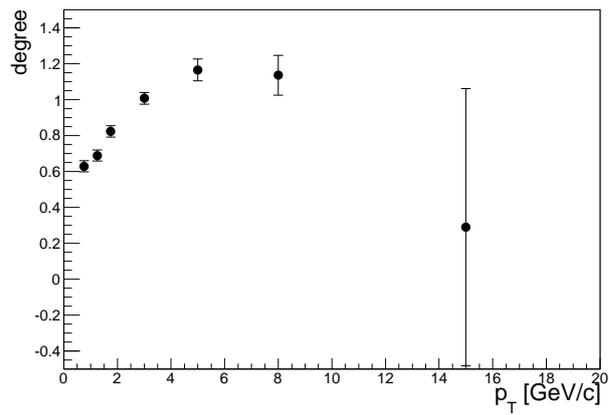


図 4.31:  $v_2$  の距離依存性を示すべき乗パラメーター  $b$  の横運動量依存性

## 第5章 まとめ

本研究では、RHIC-PHENIX 実験における 2014 年の重心系衝突エネルギー  $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$  の Au+Au 衝突により収集された約 120 億イベントのデータを用いて荷電ハドロンの方角異方性パラメータである  $v_2$  測定を行った。その結果、ミニマムバイアスとセントラリティの異なるイベントサンプルで測定した  $v_2$  を  $20\text{GeV}/c$  まで測定できた。それにより、ミニマムバイアスでは横運動量が  $12\text{GeV}/c$  まで、有限の  $v_2$  があることが分かった。これは高横運動量領域でも  $v_2$  が存在することを示しており、粒子のエネルギー損失量が QGP 通過距離によって変わるという理論モデルと定性的に無矛盾である。セントラリティ  $0\sim 60\%$  を  $10\%$  刻みで分けた全セントラリティ範囲において、横運動量が  $7\text{GeV}/c$  以下では荷電ハドロンが  $\pi$  中間子、陽子と異なり、 $7\text{GeV}/c$  以上ではエラーの範囲で一致することが分かった。 $7\text{GeV}/c$  以上では  $v_2$  がエラーの範囲で一致する理由は、荷電粒子の大部分を  $\pi$  中間子が占めていることや、 $\pi$  中間子と陽子の QGP とのエネルギー損失量が変わらないこと、が考えられる。 $7\text{GeV}/c$  以下で一致しないのは、エネルギー損失の方角異方性以外に、反応領域の圧力勾配の方角異方性やリコンビネーションが起因すると考えられる。また、PHENIX 実験において 2004 年に収集されたデータを用いて  $v_2$  を測定した先行研究の結果とは、わずかな差異がみられた。これはデータ解析に用いたトラックカット条件や、シグナル抽出方法の違いにより、結果に含まれるバックグラウンドの量が違うためと考えられる。さらに、 $v_2$  を  $p_T$  領域に分けて積分し、それが衝突に関与した核子の数 ( $N_{part}$ ) の関数としてそのように変化するか調べた。その結果、横運動量が  $0.5$  から  $20\text{GeV}/c$  の領域では  $v_2$  を反応領域の楕円率  $\varepsilon$  で規格化した  $v_2/\varepsilon$  が  $N_{part}$  の  $1/3$  乗に比例することが分かった。次に、反応領域の形だけではなく、反応領域の大きさと  $v_2$  の関係について調べた結果、低い横運動量領域 ( $0.5$  から  $1\text{GeV}/c$ ) では  $v_2/\varepsilon$  は距離の  $0.6$  乗であり、それに比べ高い横運動量領域 ( $8\text{GeV}/c$  以上) では距離の  $1$  乗に近づくことが分かった。この結果は、高い運動量領域と低い運動量領域では、 $v_2$  の作られる機構が違うことを示唆する。 $10\text{GeV}/c$  以上における距離の次数を見るためには、より統計を増やす必要がある。今後は、反応平面を求める際に BBC よりも反応平面分解能がよい FVTX を用いて、高横運動量領域での  $v_2$  の統計誤差を小さくする。ほかに、本研究で用いた E/p カットの値は  $0.2$  であるが、図 3.25 でわかるように高横運動量領域ではより E/p カットの値を小さくしても、バックグラウンドを落とすことができるため、高横運動量領域用の E/p カットの値を最適化し、統計を増やす予定である。

# 謝辞

本研究を行うにあたり、多くのご指導、ご助言を頂いた、林井久樹教授、宮林謙吉教授、下村真弥助教に深く感謝申し上げます。特に下村先生には大変興味深い研究テーマの提案に始まり、研究の方針、解析方法や解析結果の物理的解釈、さらに発表の仕方まで、数多くのご指導をいただきました。林井先生、宮林先生にも多くのご助言を頂きました。理化学研究所の蜂谷崇さんには、解析環境の使い方や解析結果の解釈、発表方法まで幅広くサポートして頂き感謝しております。また、筑波大学大学院の中込宇宙さんには解析方法について多くのご助言をいただきました。Wayne State 大学の新井田さん、BNL の轟木さん、広島大学の永嶋さん、筑波大学の工藤さん、福田さんには BNL 滞在中、大変お世話になりました。研究室の田中先輩、福井先輩、新井先輩、長谷川先輩、横山さん、池田さん、伊藤さん、坂本さん、4 回生のみなさんのおかげで、研究室での生活を楽しく過ごすことができました。皆様のおかげで本研究を行うことができました。この場を借りて深く感謝致します。

# 付録A DCA、EMCal分布の平均値と $\sigma$

## A.1 Rough cut

Rough cut の平均値と $\sigma$ について DCAz、DCA2d、EMCaldphi、EMCaldz の場合を示す。

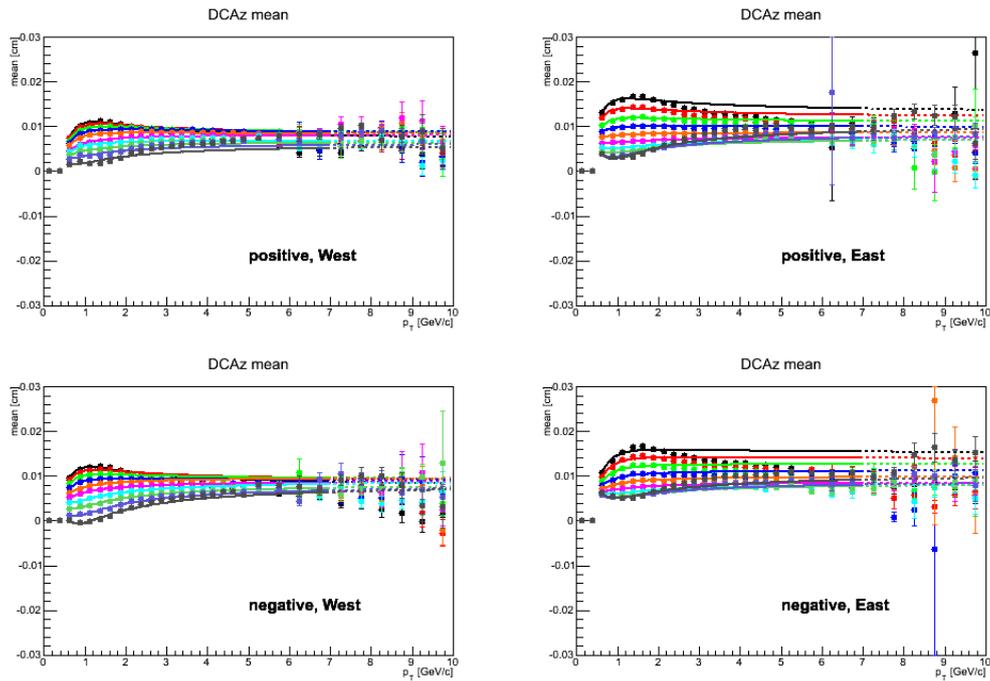


図 A.1: DCAz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCAz の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

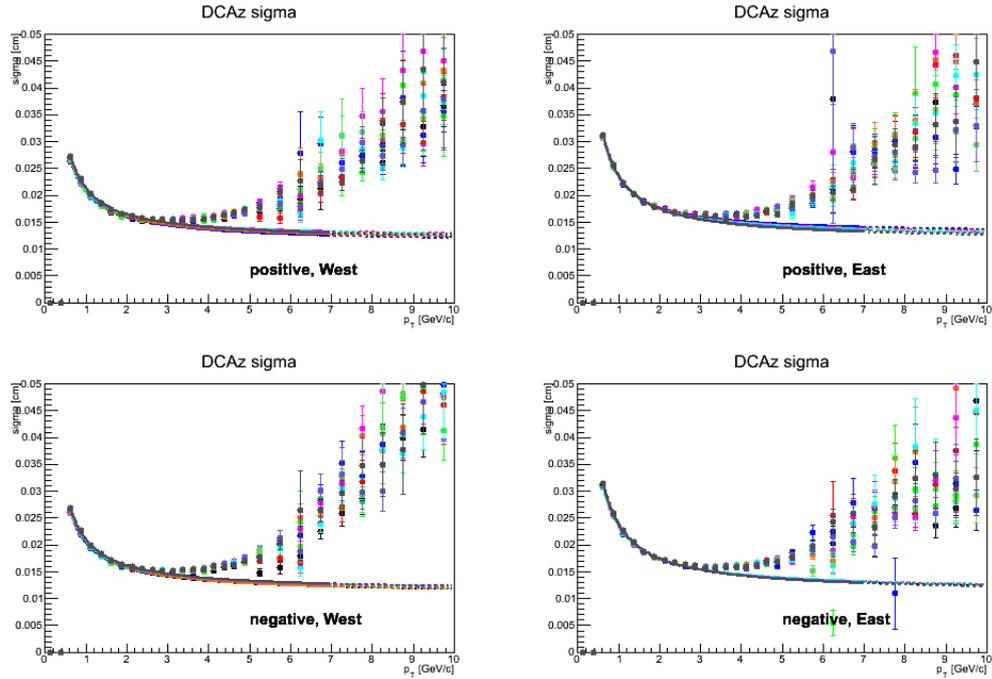


図 A.2: DCAz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCAz の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

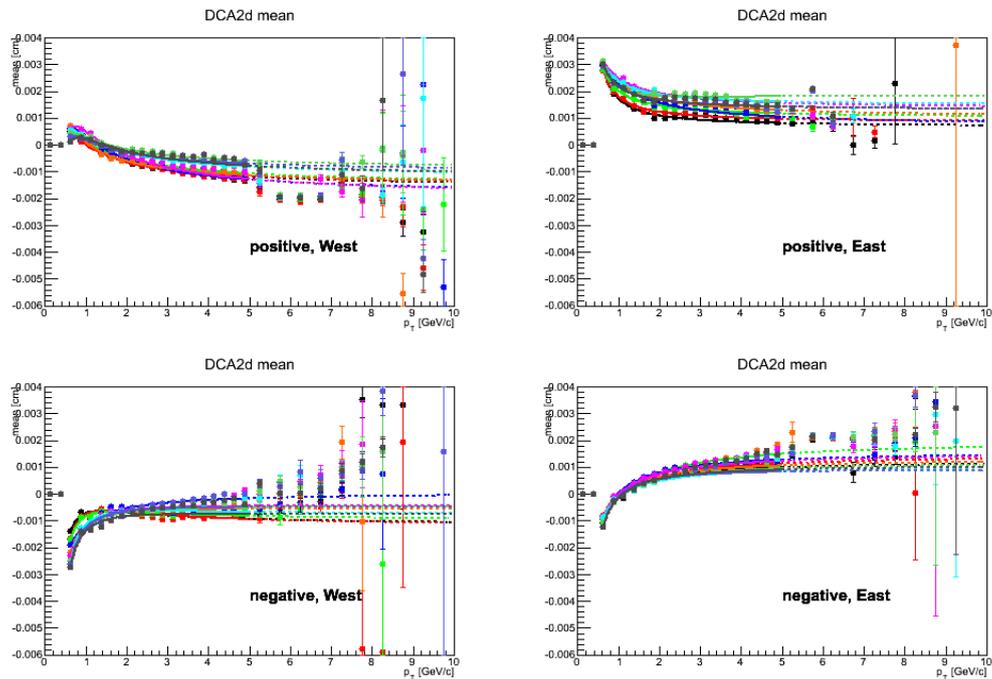


図 A.3: DCA2d 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCA2d の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

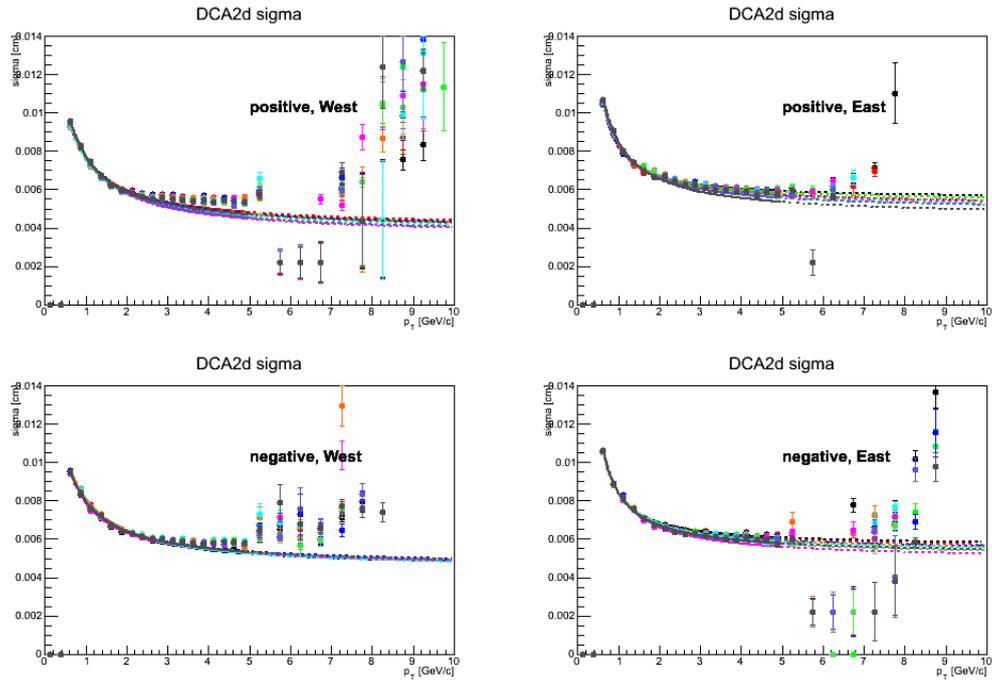


図 A.4: DCA2d  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCA2d の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

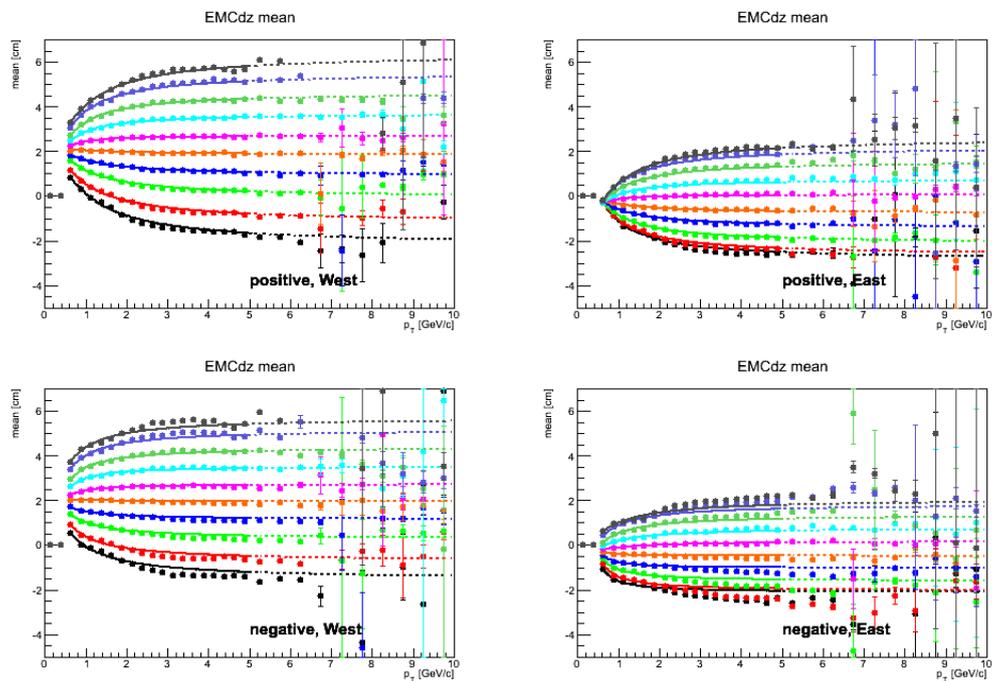


図 A.5: EMCdz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCdz の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

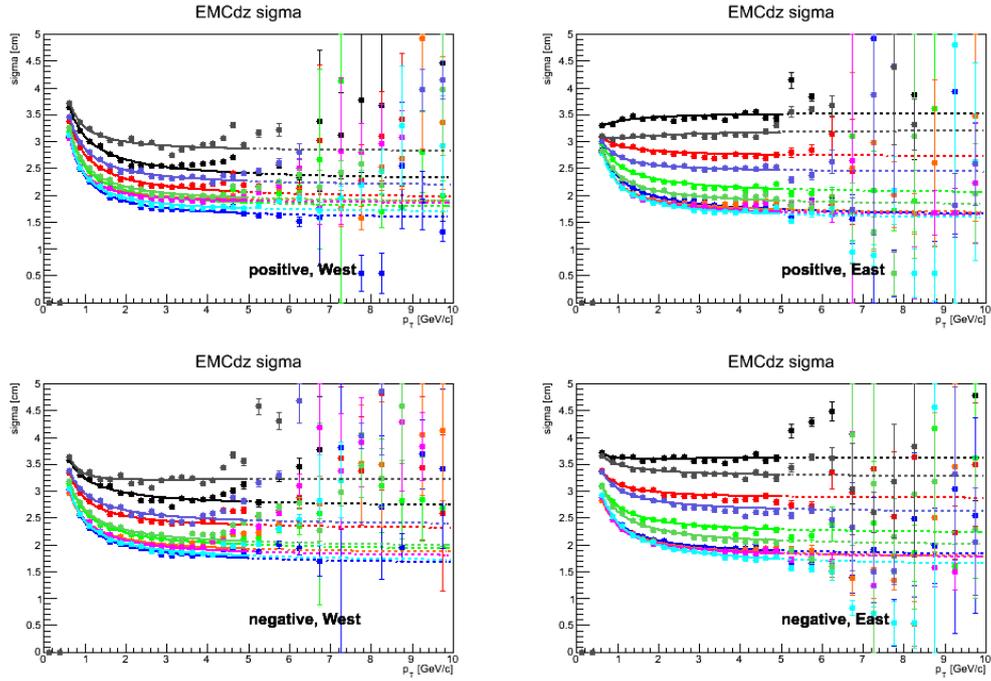


図 A.6: EMCaldz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCaldz の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

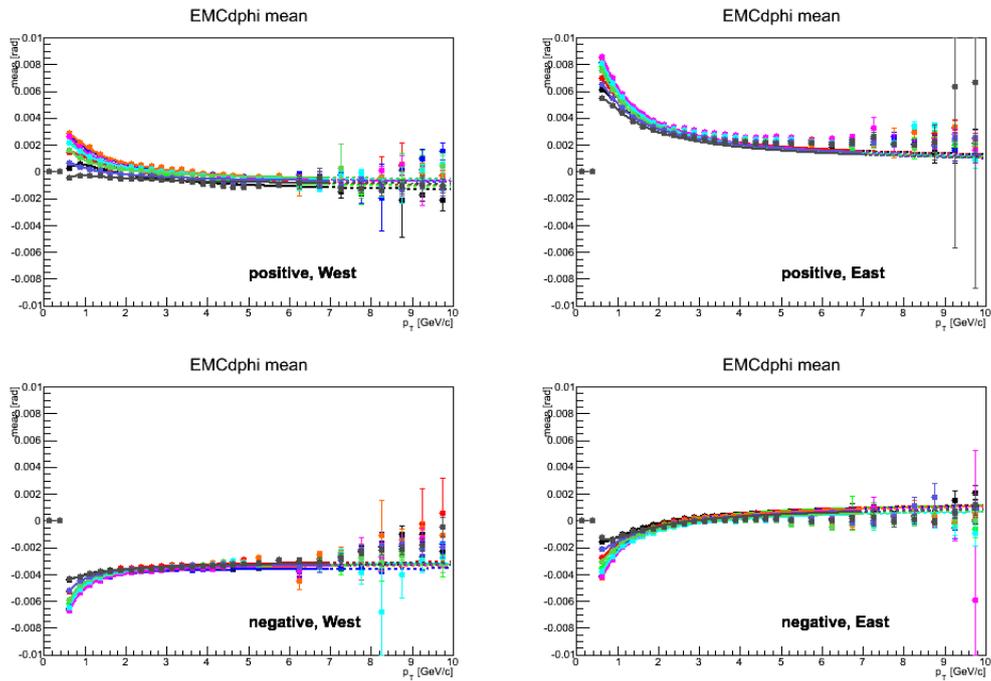


図 A.7: EMCaldphi 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCaldphi の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

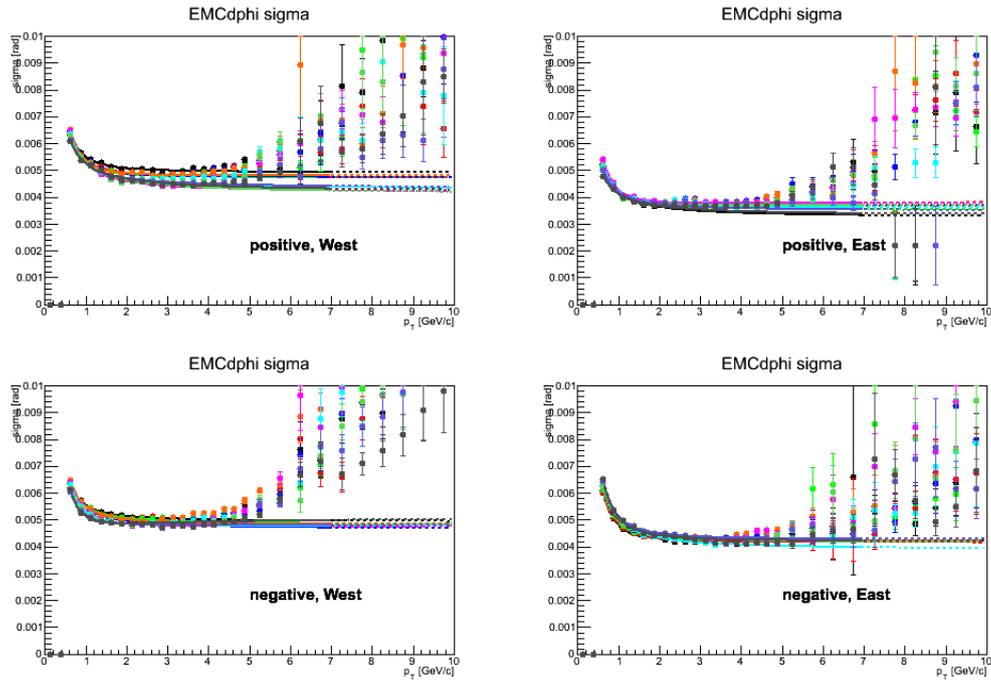


図 A.8: EMCaldphi  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCaldphi の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

## A.2 Tight cut

Tight cut の平均値と  $\sigma$  について DCAz、DCA2d、EMCaldphi、EMCaldz の場合を示す。

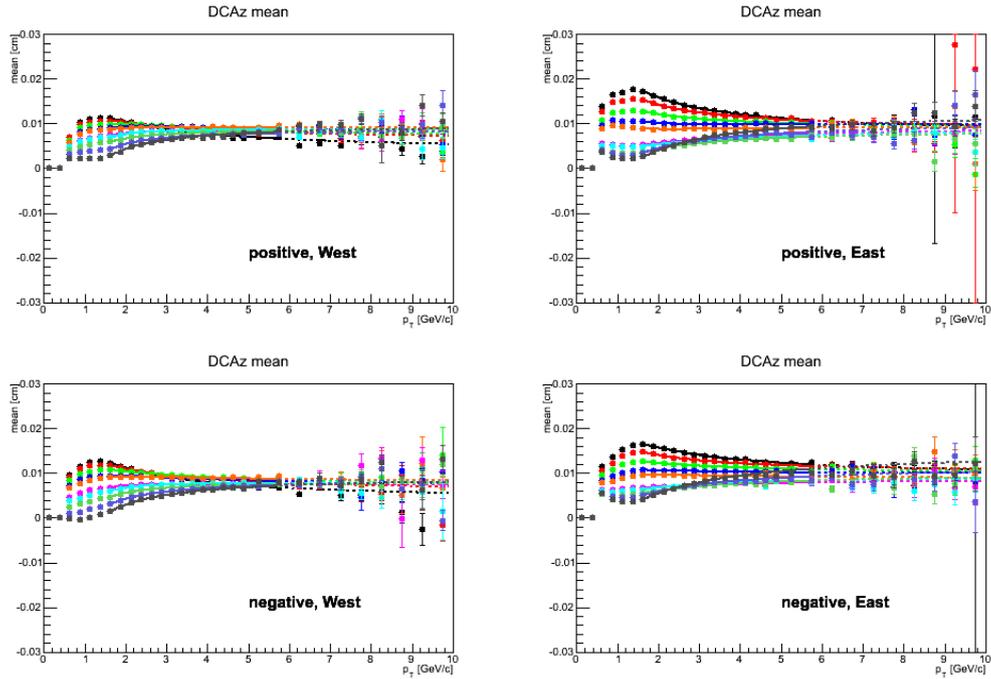


図 A.9: DCAz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCAz 平均値。式 (3.16) でフィット出来ていないため、値としては  $0.625\text{GeV}/c \leq p_T < 1.625\text{GeV}/c$  は測定点の平均値、 $1.65\text{GeV}/c \leq p_T$  はフィットした値を用いる。

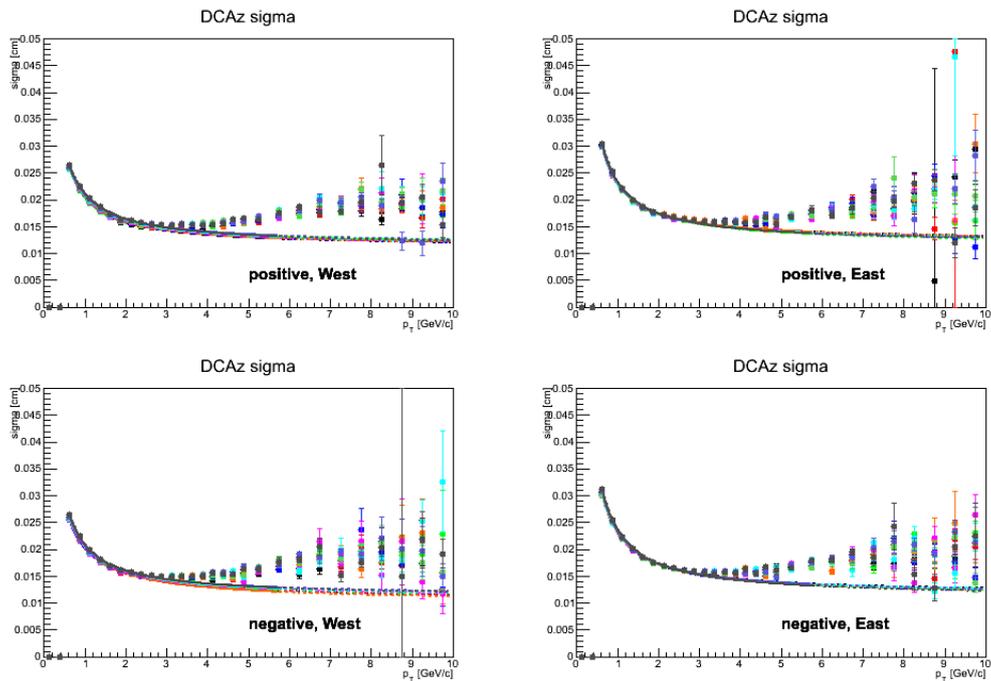


図 A.10: DCAz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCAz の分解能。式 (3.16) でフィットされている。

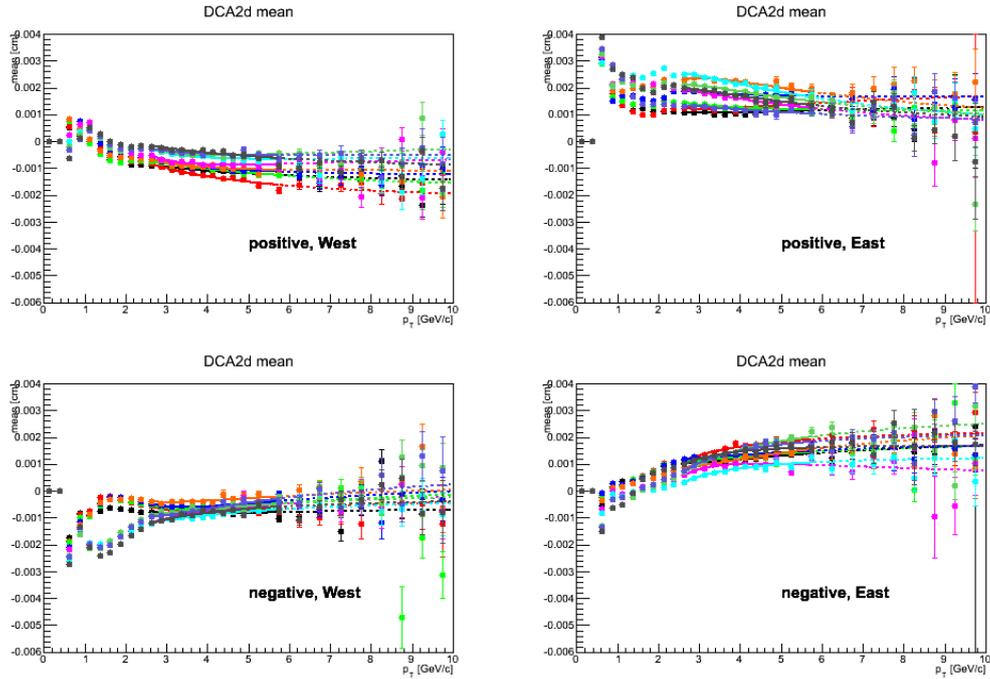


図 A.11: DCA2d 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCA2d の平均値。式 (3.16) でフィット出来ていないため、値としては  $0.625\text{GeV}/c \leq p_T < 2.625\text{GeV}/c$  は測定点の平均値、 $2.625\text{GeV}/c \leq p_T$  はフィットした値を用いる。

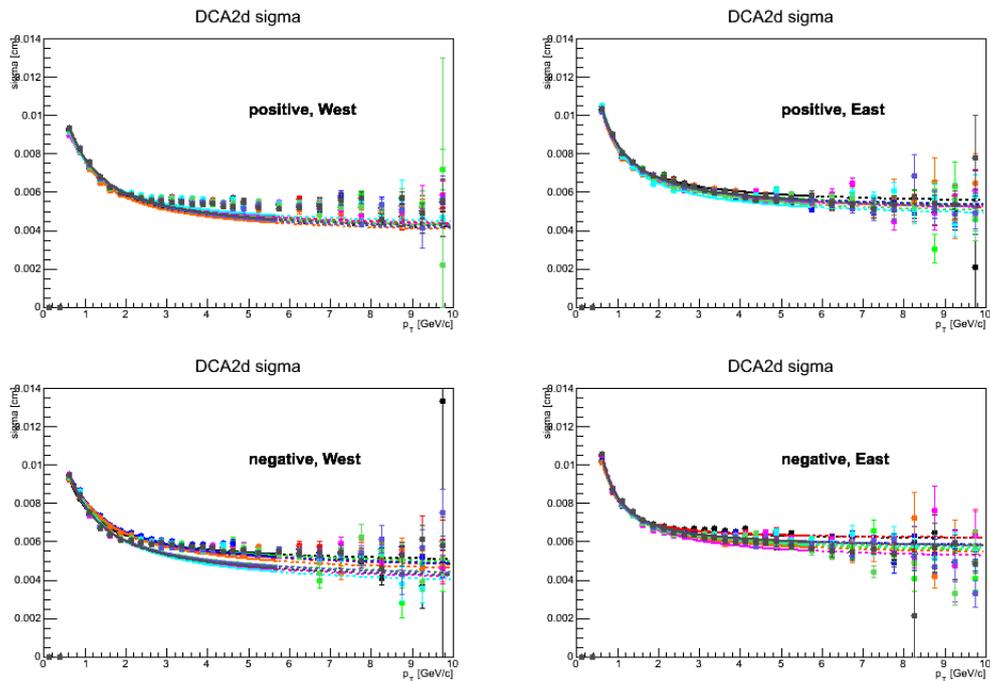


図 A.12: DCA2d  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての DCA2d の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

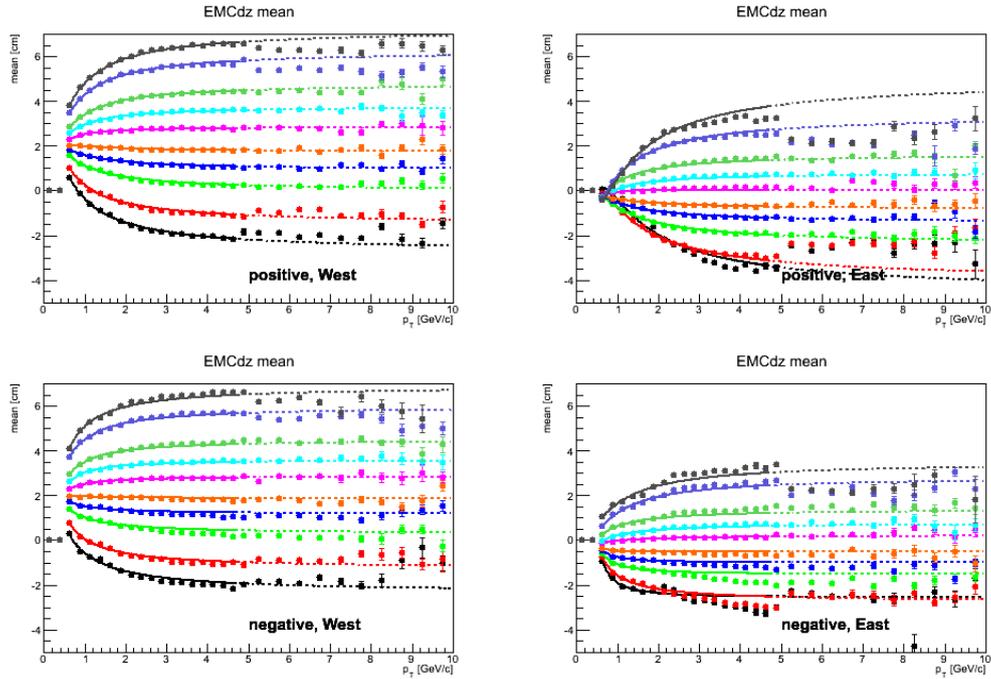


図 A.13: EMCaldz 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCaldz の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

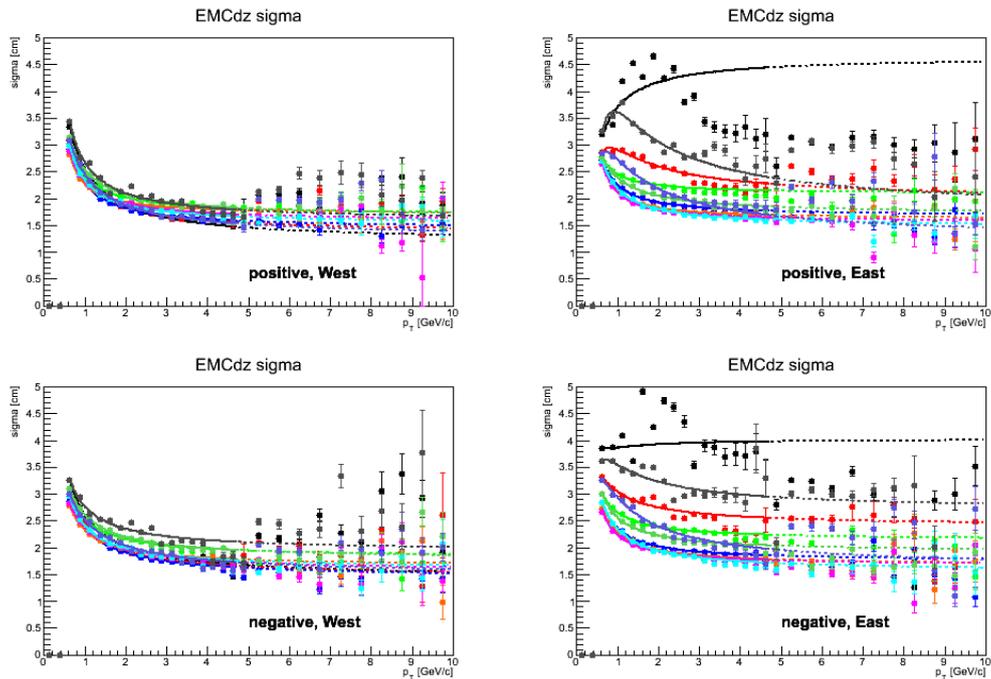


図 A.14: EMCaldz  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCaldz の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

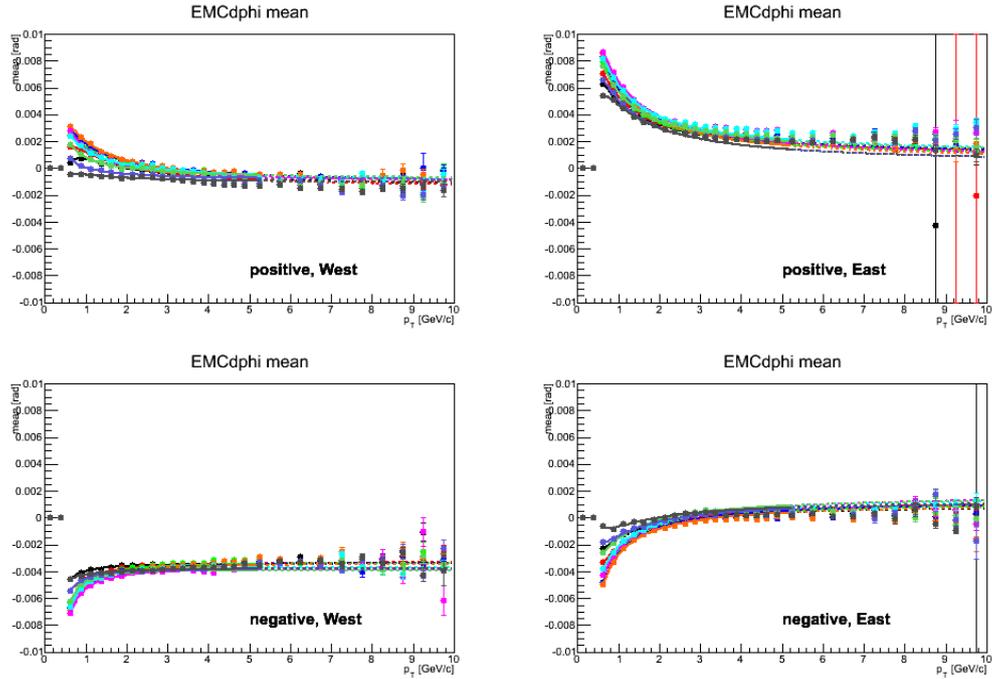


図 A.15: EMCdphi 平均値 : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCdphi の平均値。式 (3.16) でフィット出来ている。

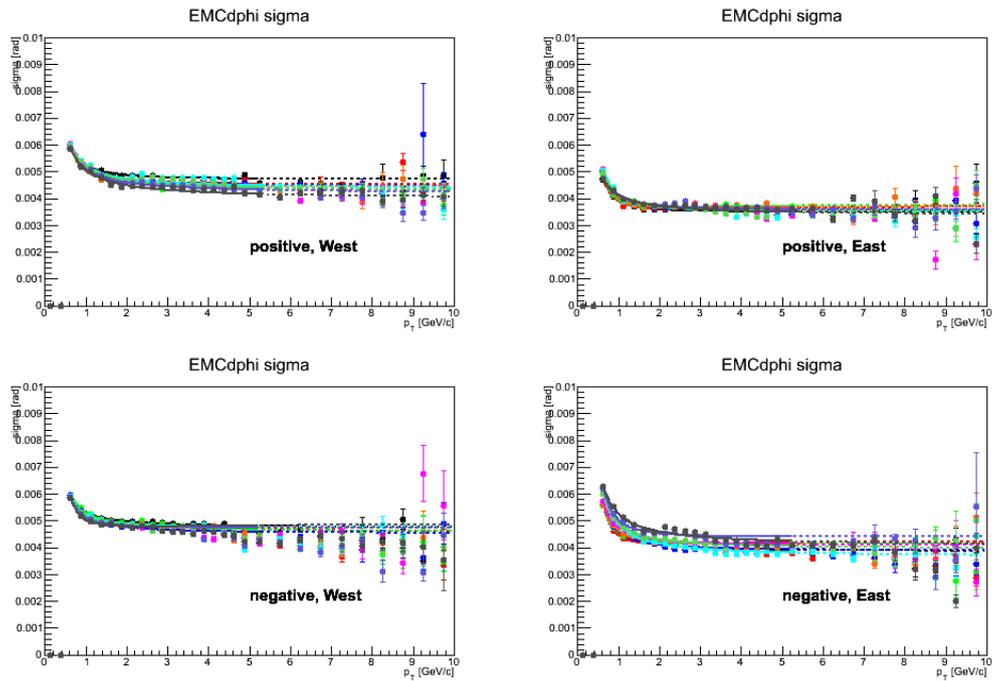


図 A.16: EMCdphi  $\sigma$  : DC arm、電荷、DC zed によって分けられた、 $p_T$  の関数としての EMCdphi の分解能。式 (3.16) でフィット出来ている。

## 付録B E/p の最適値探索

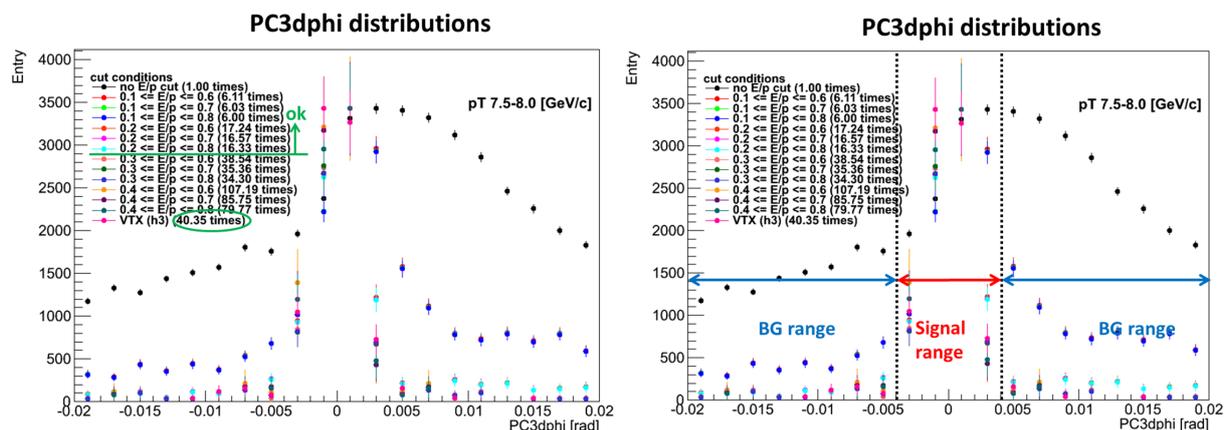


図 B.1: PC3dphi の分布 ( $p_T$  7.5~8.0 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < zed < 15$ [cm])

バックグラウンドは VTX を用いた時が最低レベルに減少している。また、VTX を用いた時よりも統計量を増やすためには、E/p カットの下限値を 0.2 以上にする必要があるとわかる。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

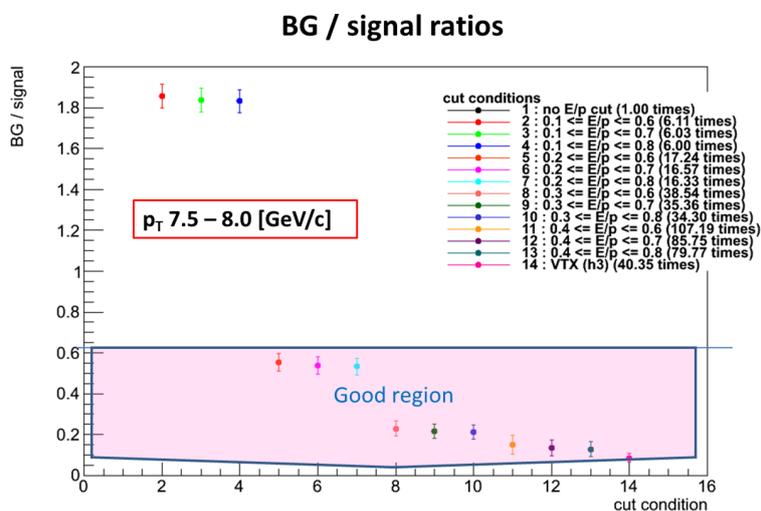


図 B.2: S/N ratios ( $p_T$  7.5~8.0 [GeV/c])

E/p カットがきつくなるにつれて B/N が小さくなっていくのがわかる。N/S < 0.6 で、最大の統計量を持つカットを採用する。よって、 $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いる。

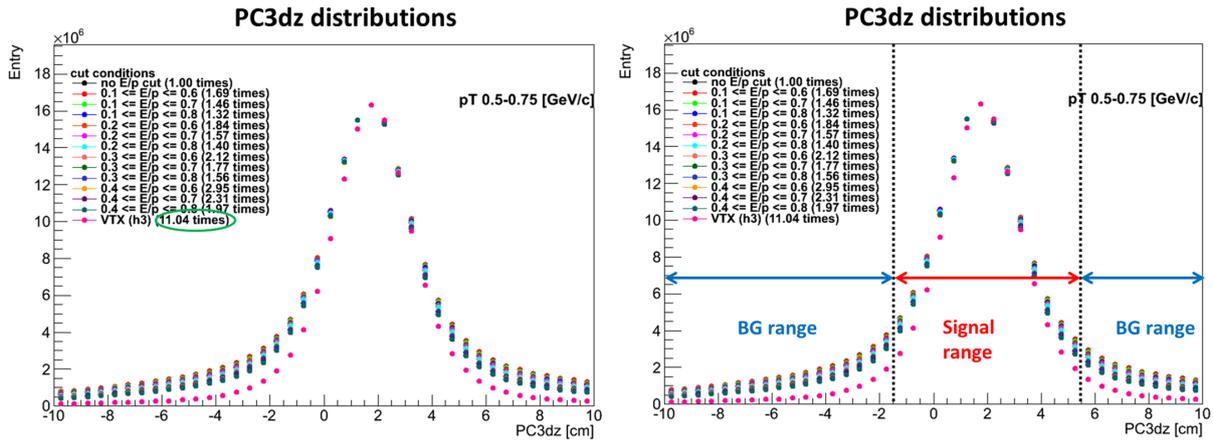


図 B.3: PC3dz の分布 ( $p_T$  0.5~0.75 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < z_{\text{ed}} < 15$  [cm])

バックグラウンドは VTX を用いた時が最低レベルに減少している。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

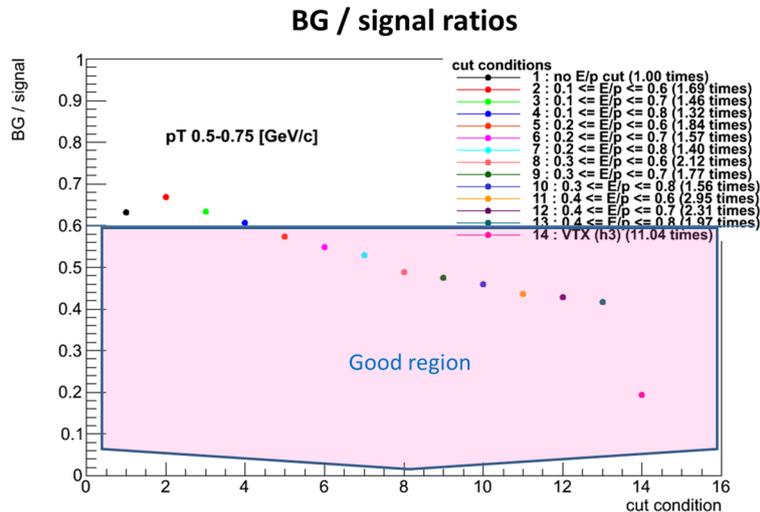


図 B.4: S/N ratios ( $p_T$  0.5~0.75 [GeV/c])

E/p カットがきつくなるにつれて B/N が小さくなっていくのがわかる。N/S < 0.6 で、最大の統計量を持つカットを採用する。よって、 $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いる。

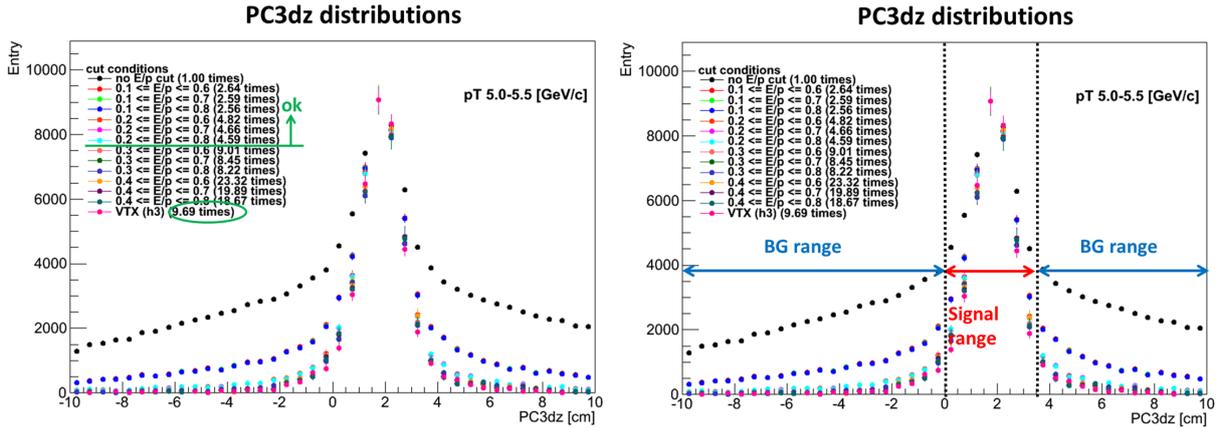


図 B.5: PC3dz の分布 ( $p_T$  5.0~5.5 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < zed < 15$ [cm])

バックグラウンドは VTX を用いた時が最低レベルに減少している。また、VTX を用いた時よりも統計量を増やすためには、E/p カットの下限値を 0.2 以上にする必要があるとわかる。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

### BG / signal ratios

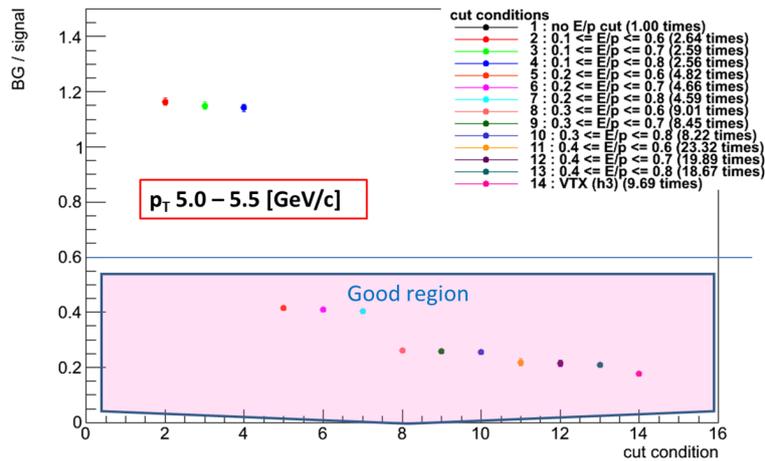


図 B.6: S/N ratios ( $p_T$  5.0~5.5 [GeV/c])

E/p カットがきつくなるにつれて B/N が小さくなっていくのがわかる。N/S < 0.6 で、最大の統計量を持つカットを採用する。よって、 $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いる。

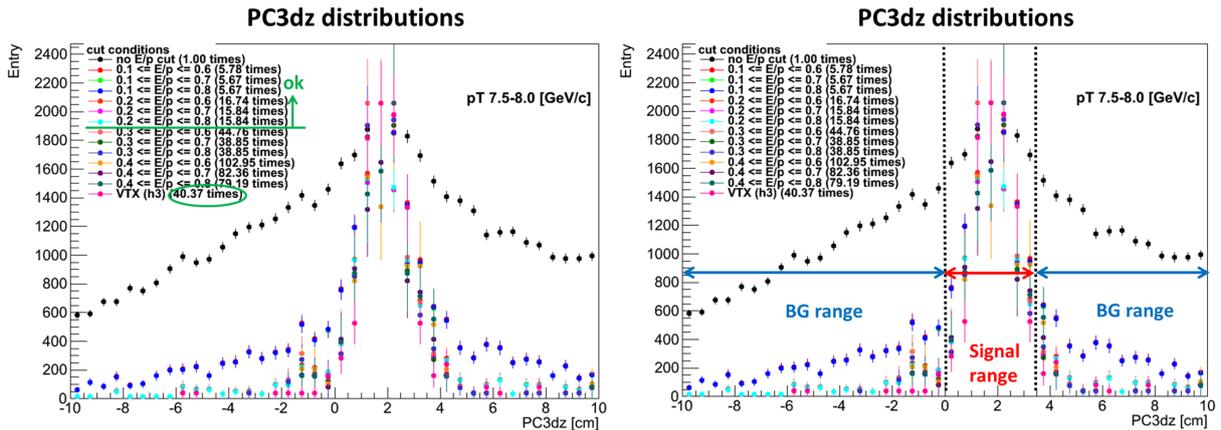


図 B.7: PC3dz の分布 ( $p_T$  7.5~8.0 [GeV/c] DC West, charge positive and  $0 < zed < 15$ [cm])

バックグラウンドは VTX を用いた時が最低レベルに減少している。また、VTX を用いた時よりも統計量を増やすためには、E/p カットの下限値を 0.2 以上にする必要があるとわかる。右図の示す範囲でシグナル領域とバックグラウンド領域を分け、それぞれの N/S を比較する。

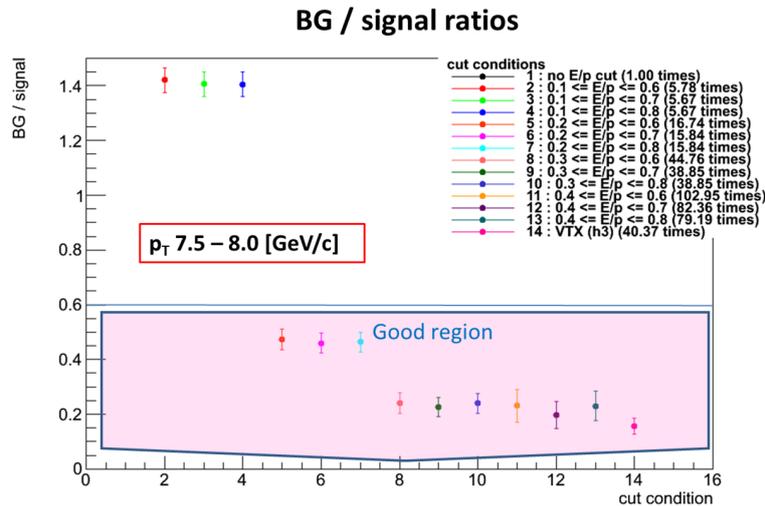


図 B.8: S/N ratios ( $p_T$  7.5~8.0 [GeV/c])

E/p カットがきつくなるにつれて B/N が小さくなっていくのがわかる。N/S < 0.6 で、最大の統計量を持つカットを採用する。よって、 $0.2 \leq E/p \leq 0.8$  を用いる。

## 付録C セントラリティ、 $N_{patr}$ 、 $\varepsilon$ の関係

表 C.1: セントラリティ、 $N_{patr}$ [19]、 $\varepsilon$ [20]の関係

セントラリティ	$N_{patr}$	$40 N_{patr}$ Error	$\varepsilon$	$\varepsilon$ Error
0 ~ 10 %	325.2	3.3	0.1030	0.0027
10 ~ 20 %	234.6	4.7	0.1996	0.0049
20 ~ 30 %	166.6	5.4	0.2841	0.0060
30 ~ 40 %	114.2	4.4	0.3564	0.0061
40 ~ 50 %	74.4	3.8	0.4220	0.0061
50 ~ 60 %	45.5	3.3	0.4905	0.0055
60 ~ 70 %	25.7	3.8	0.5666	0.0037
70 ~ 80 %	13.4	3.0	0.6664	0.0077
80 ~ 90 %	0.0	0.0	0.7262	0.0205
90 ~ 100 %	0.0	0.0	0.0	0.0

## 参考文献

- [1] 秋葉康之 『クォーク・グルーオン・プラズマの物理』 共立出版
- [2] 池田侑加 (奈良女子大学 高エネルギー物理学研究室)
- [3] PHENIX 実験 Physical Review C71.034908 (2005)
- [4] PHENIX 実験 Physical Review C92.034913
- [5] PHENIX 実験 Phys. Rev. Lett. 98, 162301 (2007)
- [6] R.J.Fries, B.Mller, C.Nonaka, and S.A.Bass Phys. Rev. C68, 044902 (2003)
- [7] Rainer J Fries <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/9/1/055/pdf>
- [8] RHIC 加速器の絵 <https://www.bnl.gov/RHIC/images/RHIC-complex-w2.gif>
- [9] PHENIX 実験の検出器の紹介ページ <http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/intro/detectors/index.html>
- [10] PHENIX 実験 NIM A499 469-479 (2003)  
[http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/0\\_overview/nim\\_4\\_overview.pdf](http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/0_overview/nim_4_overview.pdf)
- [11] PHENIX 実験 NIM A499 549-559 (2003)  
[http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/f\\_inner/nim\\_4f\\_inner.pdf](http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/f_inner/nim_4f_inner.pdf)
- [12] PHENIX 実験 NIM A499 489-507 (2003)  
[http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/b\\_tracking/nim\\_4b\\_cent\\_arm\\_track.pdf](http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/b_tracking/nim_4b_cent_arm_track.pdf)
- [13] PHENIX 実験 NIM A499 521-536 (2003)  
[http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/d\\_emcal/nim\\_4d\\_emcal.pdf](http://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/pub/phenixnim/d_emcal/nim_4d_emcal.pdf)
- [14] PHENIX 実験 Physical Review C93.034904
- [15] PHENIX 実験 10.1016/j.nima.2014.04.017
- [16] PHENIX 実験 Phys. Rev. Lett.91.182301
- [17] PHENIX 実験 Physical Review C69.034909 (2004)
- [18] ALICE 実験 Phys. Lett. B 719 (2013) 18
- [19] PHENIX 実験 グラウバーモンテカルロ計算によるパラメータについてのオフィシャルページ  
<https://www.phenix.bnl.gov/WWW/p/draft/reyersers/glauber/>
- [20] 下村真弥 筑波大学大学院 博士論文  
Systematic Study of Azimuthal Anisotropy  
for Charged Hadron in Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions at RHIC-PHENIX
- [21] PHENIX 実験 Phys. Rev. Lett. 103, 142301 (2009)
- [22] K. Reyersers [http://www.phenix.bnl.gov/enterria/tmp/glauber/glauber\\_aauu.200gev.pdf](http://www.phenix.bnl.gov/enterria/tmp/glauber/glauber_aauu.200gev.pdf)