

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_{\tau}$ における 崩壊分岐比とスペクトラル関数の測定

高エネルギー物理学研究室
M2 池田侑加



目次

1. 研究の背景

- i. τ 粒子について
- ii. τ 粒子の利点
- iii. $\alpha_s(M_\tau)$ の決め方
- iv. スペクトラル関数
- v. 4π 系のスペクトラル関数

2. Belle実験

- i. KEKB加速器
- ii. Belle検出器

3. 研究

- i. 研究の流れ
- ii. $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別
- iii. $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象選別
- iv. 崩壊分岐比の測定
- v. スペクトラル関数の測定

4. まとめ

1. 研究の背景

- i. τ 粒子について
- ii. τ 粒子の利点
- iii. $\alpha_s(M_\tau)$ の決め方
- iv. スペクトラル関数
- v. 4π 系のスペクトラル関数

i .研究の背景 τ 粒子について

τ 粒子

第3世代に属する最も重いレプトン
(質量 $1.777\text{GeV}/c^2$)

- 2つのレプトニック崩壊モードを持つ

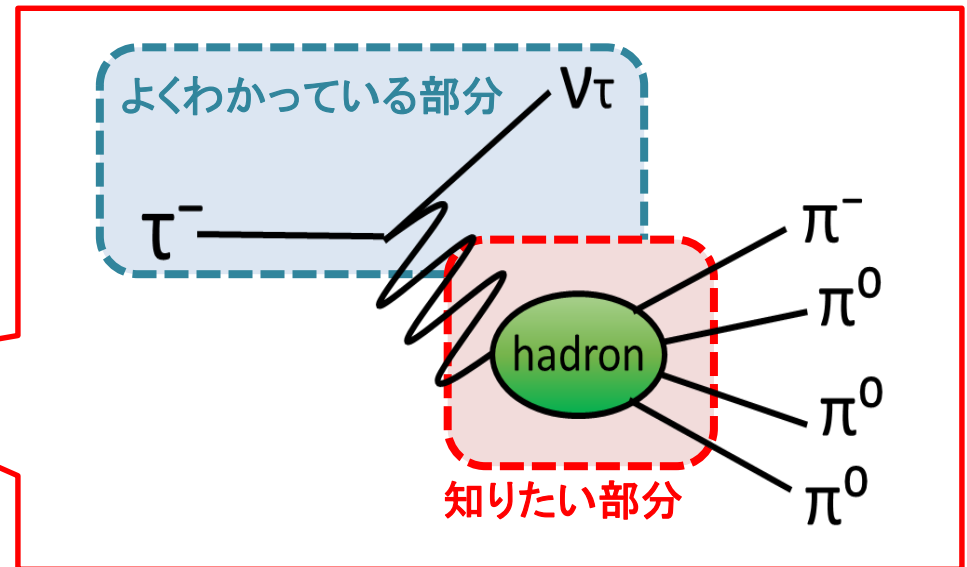
$$\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau$$

$$\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$$

- レプトンの中で唯一
ハドロニック崩壊をする。

$$\tau \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$$

	quark generation			lepton generation		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
2/3 charge	u up	c charm	t top	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tauon neutrino
-1/3 charge	d down	s strange	b bottom	e electron	μ muon	τ tauon

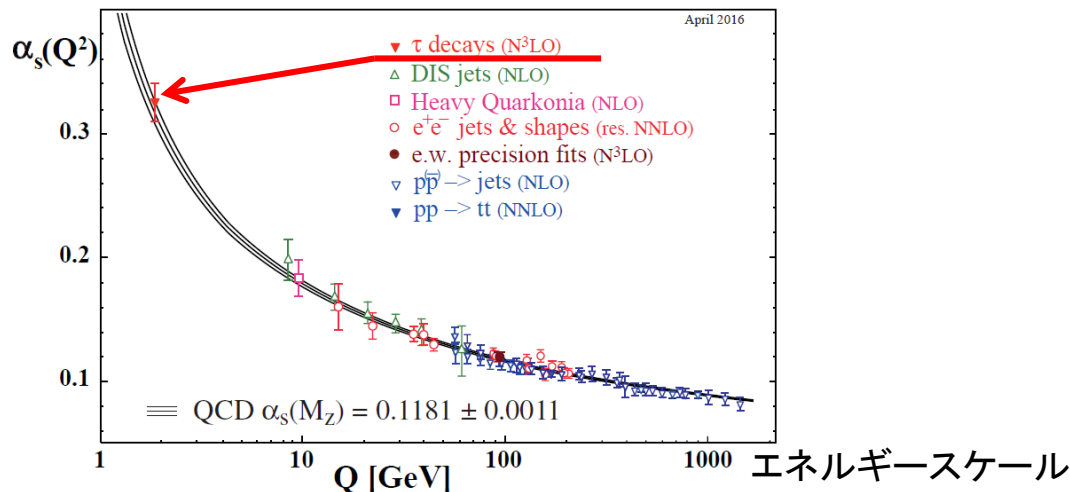


τ のハドロニック崩壊は、低エネルギーハドロニック状態を調べるクリーンな実験場を提供している。

以下、荷電共役反応(τ^+ 事象)も含む。

ii. τ 粒子の利点

- 実際、 τ のハドロン崩壊は、強い相互作用の結合定数 $\alpha_s(M_Z)$ のもっとも精密な値を決めている過程の一つである。
- 下図は様々な反応で測定された α_s の値を示している。 α_s のエネルギースケールの依存性はQCDの予言をよく再現している。
- $\alpha_s(M_Z)$ のもっとも精密な値は、 τ 崩壊・LatticeQCD・Zpeakから求められている。(精度は1~3%)
 - τ 崩壊 $\alpha_s(M_Z) = (0.1202 \pm 0.0019)$
 - Lattice $\alpha_s(M_Z) = (0.1192 \pm 0.0011)$
 - Zpeak $\alpha_s(M_Z) = (0.1224 \pm 0.0039)$
- τ のハドロン崩壊はエネルギースケールのもっとも小さい領域 ($Q=1.777\text{GeV}$)での α_s の値を与えている。強い相互作用の結合定数



出典:C.Patignani et al. (Particle Data Group), <http://pdg.lbl.gov/2017/reviews/rpp2017-rev-qcd.pdf>

iii. τ 粒子を用いた $\alpha_s(M_\tau)$ の決め方

- τ 粒子のハドロン崩壊幅 R_τ 定義

$$R_\tau \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow (\text{hadrons}|_{S=0})^- \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)}$$

- 測定値

$$R_\tau = 3.6380 \pm 0.08$$

- 理論の式

$$R_\tau = N_c |V_{ud}|^2 S_{EW} (1 + \delta_P + \delta_{NP}) \sim 3$$

- 摂動論的QCDの値 δ_P は τ の場合、 α_s^4 まで計算されている。

$$\delta_P = \frac{\alpha_s(M_\tau^2)}{\pi} + a_2 \frac{\alpha_s^2(M_\tau^2)}{\pi^2} + a_3 \frac{\alpha_s^3(M_\tau^2)}{\pi^3} + a_4 \frac{\alpha_s^4(M_\tau^2)}{\pi^4} + \mathcal{O}(\alpha_s^5(M_\tau^2))$$

- これより $\alpha_s(M_\tau)$ が決められている。
- α_s の不定性は、主に非摂動論的な効果(δ_{NP})の不定性から来ている。
- α_s の精度をさらに向上させるためには、 δ_{NP} に関する詳しい情報が必要。その情報は崩壊幅 R_τ のハドロン系の質量(s)依存性から得られる。
- その質量依存性を表す量が**スペクトラル関数**である。
- R_τ と**スペクトラル関数**の関係

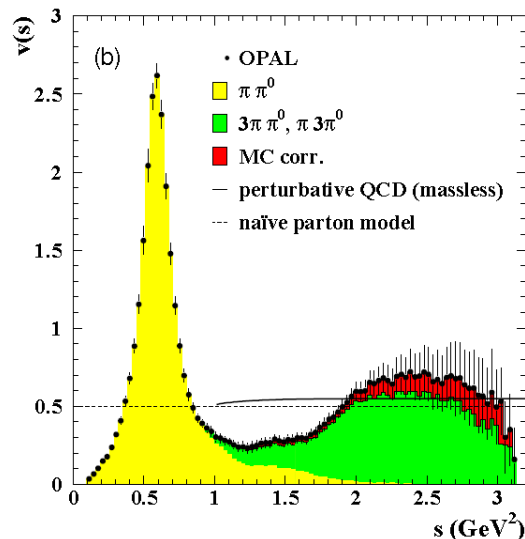
$$R_\tau = 6 \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{2}{M_\tau^2}\right) (v(s) + a(s)) \right] \quad s: \text{ハドロン質量}^2$$

- $v(s)$: 偶数個の π 中間子を含むベクター状態($J^P=1^-$)のスペクトラル関数
- $a(s)$: 奇数個の π 中間子を含む軸ベクター状態($J^P=1^+$)のスペクトラル関数

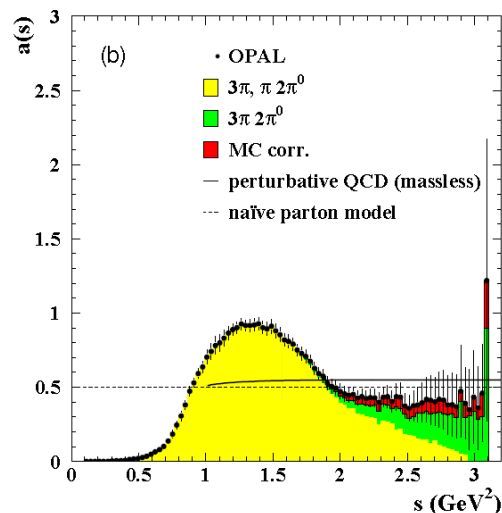
iv. スペクトラル関数

先行実験(OPAL)

ベクター状態のスペクトラル関数 $v(s)$



軸ベクター状態のスペクトラル関数 $v(s)$



Belle実験ではこの500倍の統計で 2GeV^2 の領域の精度を上げる。

出典: Eur. Phys. C7(1999)571

ベクター状態		
2π系	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	藤川
4π系	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$	田中
	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	池田

軸ベクター状態		
3π系	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	S.Ryu
	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	長谷川
5π系	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	

スペクトラル関数を測定するためには、すべてのモードを測る必要がある。

v. 4π系のスペクトラル関数の求め方

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{M_\tau^2}\right)} \frac{B_{4\pi}}{B_e} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

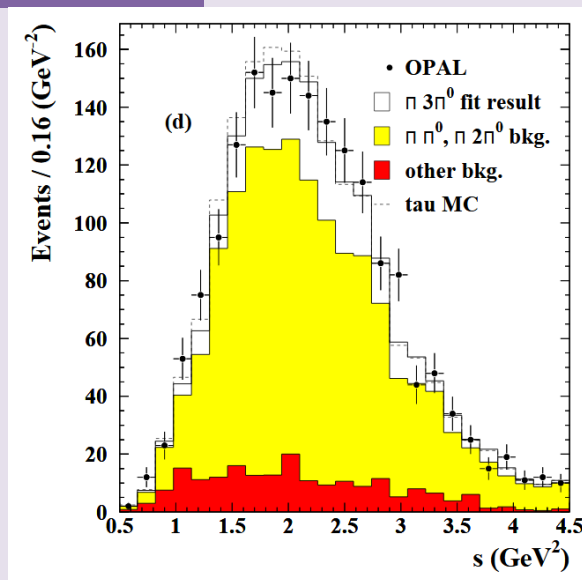
既知の量

s : $\pi 3\pi^0$ 系の不変質量の2乗
 M_τ : τ 粒子の質量
 $|V_{ud}|$: 小林益川行列のud成分
 S_{EW} : 電弱相互作用による補正係数
 $B_{4\pi}$: $\tau \rightarrow \pi 3\pi^0$ の崩壊分岐比
 B_e : $\tau \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比
 $1/N \cdot dN/ds$: $\pi 3\pi^0$ 質量²分布

スペクトラル関数 $v(s)$ の測定には

崩壊分岐比 $B_{4\pi}$ と質量分布 $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ の測定が必要

先行実験(OPAL)



$\pi 3\pi^0$ 系質量2乗分布

- データ
- 黄・赤 バックグラウンド
- 白 シグナル

→BGが多いデータになっている

出典: Eur. Phys. C7(1999)571

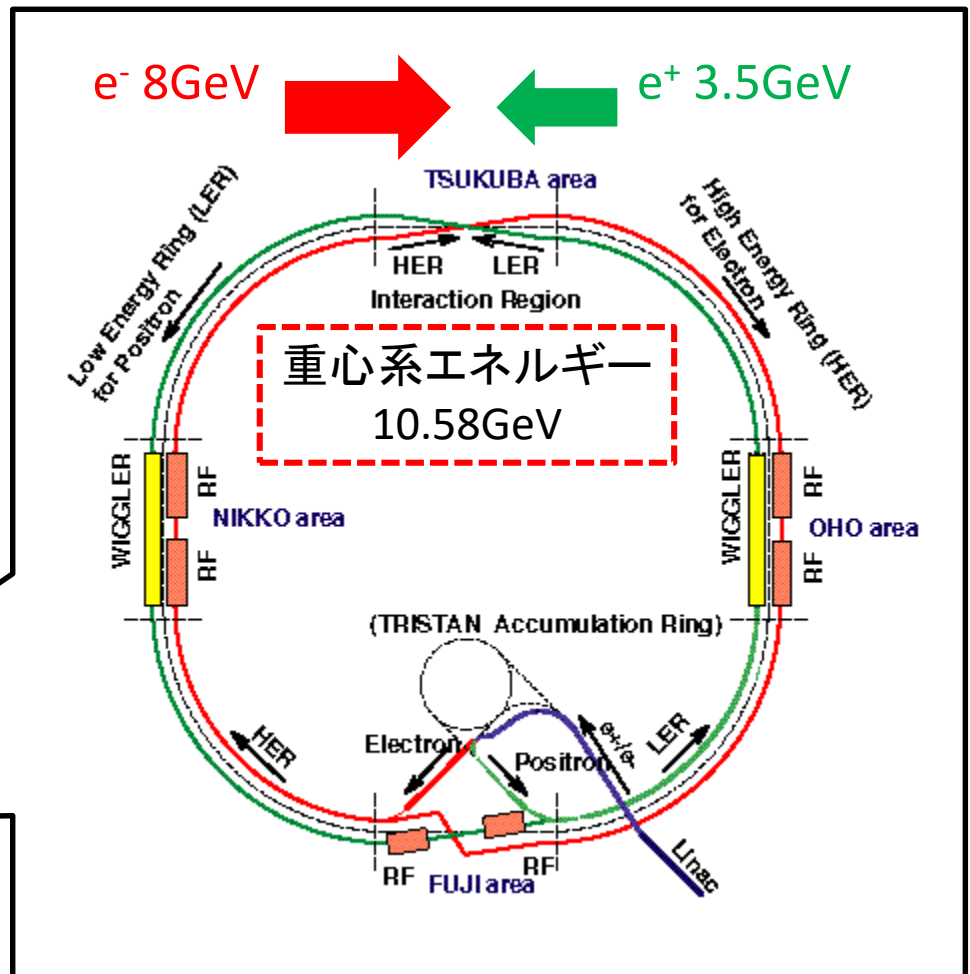
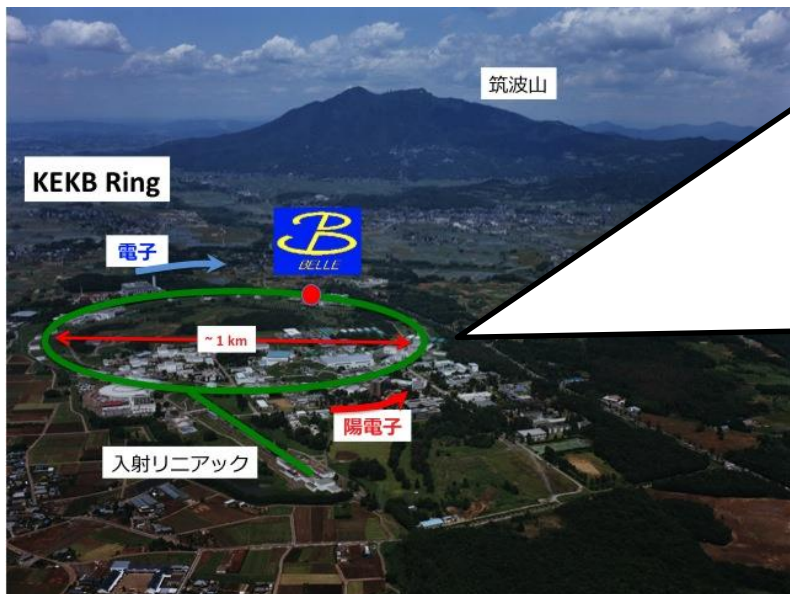
2. Belle実験

- i. KEKB加速器
- ii. Belle検出器

i .KEKB加速器

KEKB加速器

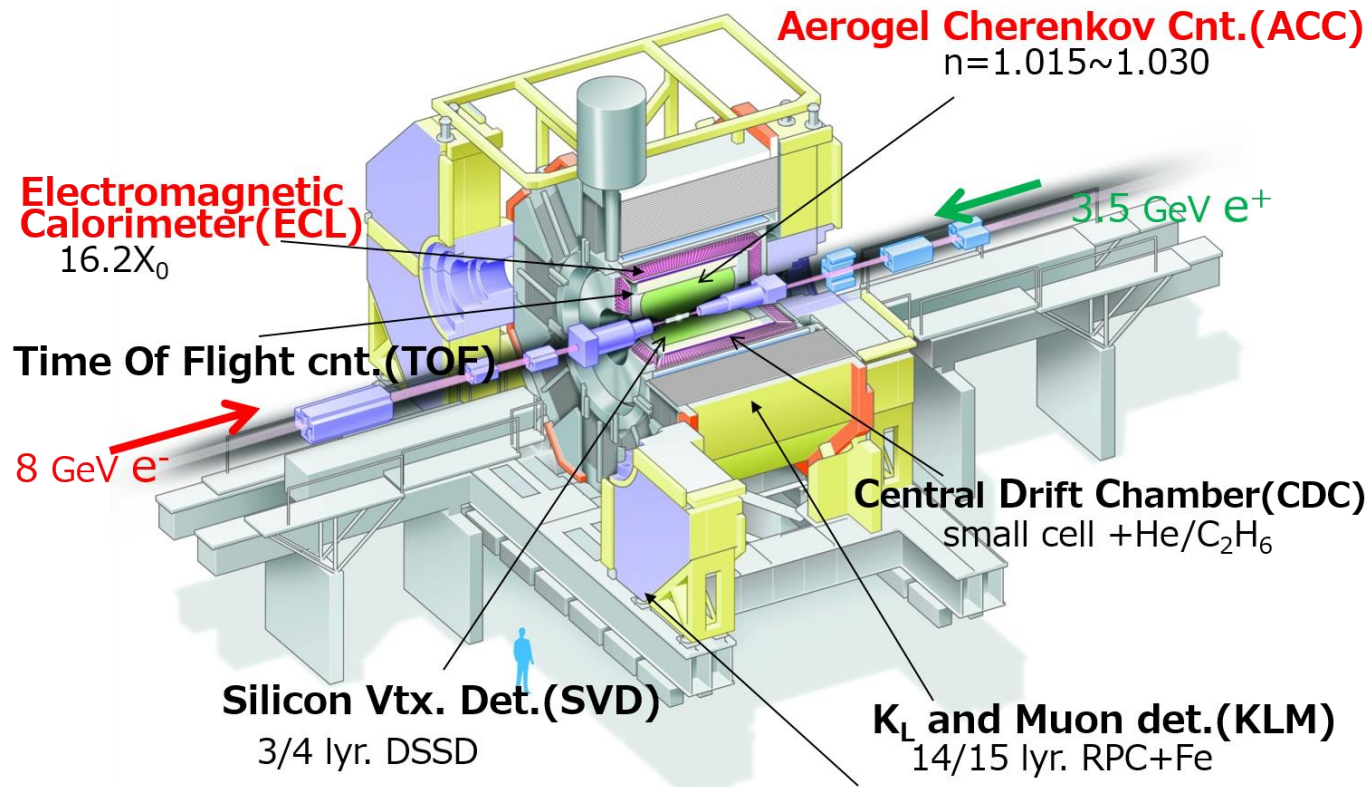
- 電子・陽電子衝突型
- 非対称エネルギー
- 高ルミノシティ
- B中間子を大量に生成するための設計(年間約 10^8 個)
- ほぼ同数の τ 粒子も生成



ii . Belle検出器

Belle検出器

- KEKB加速器で生成した粒子を検出する大型検出器。
- 複数の検出器から構成されている。



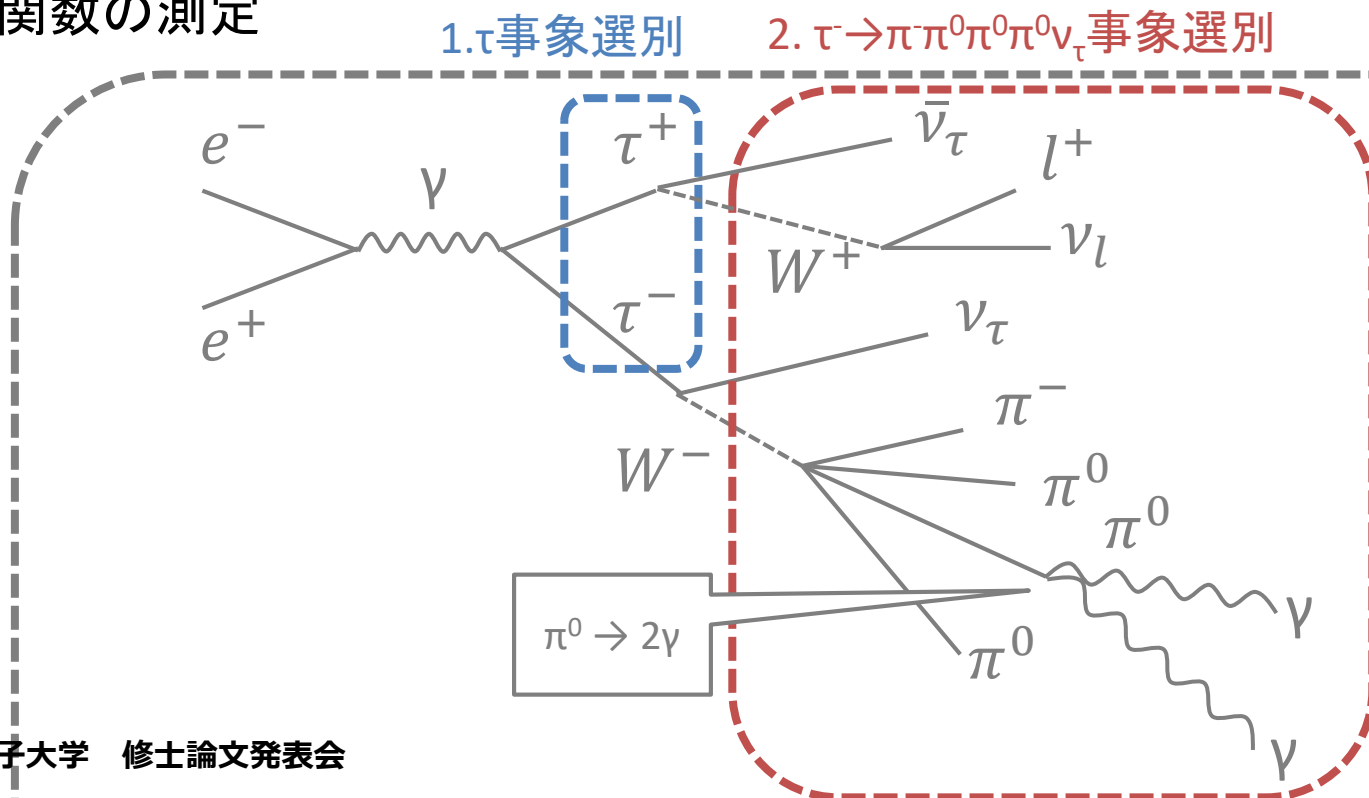
SVD: 粒子崩壊点検出器
CDC: 荷電粒子の飛跡・運動量測定
ACC: K/ π 識別
TOF: 荷電粒子の飛行時間測定
ECL: 電子・光子のエネルギー測定
KLM: K_L⁰と μ の測定

3. 研究

- i. 研究の流れ
- ii. τ 事象選別
- iii. $\tau \rightarrow n^- n^0 n^0 n^0 \nu_\tau$ 事象選別
- iv. 崩壊分岐比の測定
- v. スペクトラル関数の測定

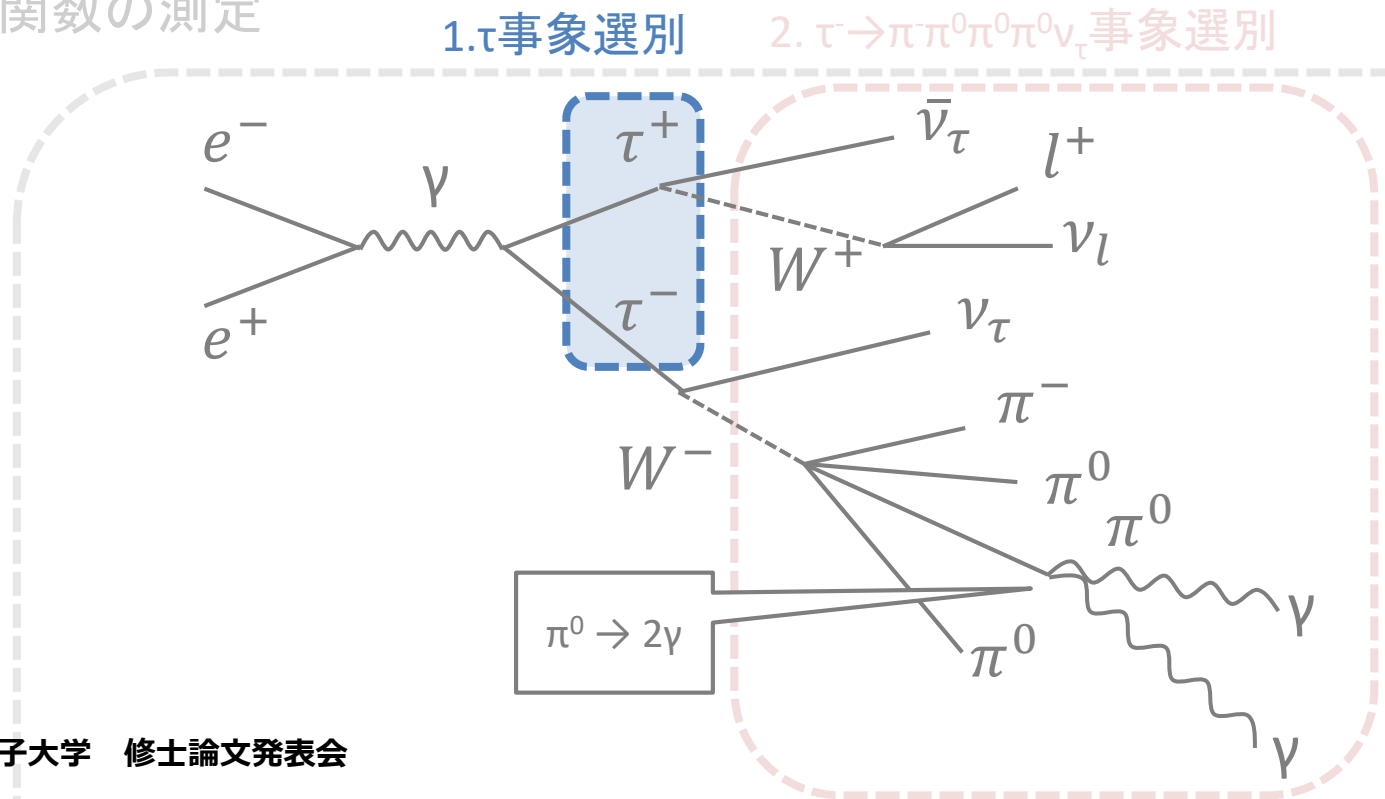
i. 研究の流れ

1. τ 事象選別
2. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
3. 系全体の質量2乗分布の測定
4. 崩壊分岐比の測定
5. 質量2乗分布のUnfold
6. スペクトラル関数の測定



i. 研究の流れ

1. τ 事象選別
2. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
3. 系全体の質量2乗分布の測定
4. 崩壊分岐比の測定
5. 質量2乗分布のUnfold
6. スペクトラル関数の測定



ii . $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

$ee \rightarrow \tau\tau$ 事象

特徴

荷電粒子の飛跡が少ない(2~4本)

2つのジェットがほぼ正反対を向き
一直線になる

ν_τ によるミッシングがある

バックグラウンド事象

特徴

バーバー散乱

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$$

ミッシングの運動量や
エネルギーがない

μ 粒子対生成

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$$

ミッシングの運動量や
エネルギーがない

ハドロン生成

$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$$

荷電粒子の飛跡が多い

B中間子対生成

$$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$$

荷電粒子の飛跡が多い
終状態の粒子が広い範囲に
分布する(分布が丸い)

二光子過程

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$$

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$$

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$$

ミッシングの運動量や
エネルギーが大きい

ii . $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

$ee \rightarrow \tau\tau$ 事象

特徴

荷電粒子の飛跡が少ない(2~4本)

2つのジェットがほぼ正反対を向き
一直線になる

ν_τ によるミッシングがある

条件1 電荷による条件

荷電粒子の本数...2本 or 4本

かつ、

電荷の合計...0

→全 τ 崩壊事象から85%を選ぶことができる。

バックグラウンド事象

特徴

バーバー散乱

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$$

ミッシングの運動量や
エネルギーがない

μ 粒子対生成

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$$

ミッシングの運動量や
エネルギーがない

ハドロン生成

$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$$

荷電粒子の飛跡が多い

B中間子対生成

$$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$$

荷電粒子の飛跡が多い
終状態の粒子が広い範囲に
分布する(分布が丸い)

二光子過程

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$$

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$$

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$$

ミッシングの運動量や
エネルギーが大きい

ii . $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

ee $\rightarrow\tau\tau$ 事象

特徴

荷電粒子の飛跡が少ない(2~4本)

2つのジェットがほぼ正反対を向き
一直線になる

ν_τ によるミッシングがある

バックグラウンド事象

特徴

バーバー散乱 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$	ミッシングの運動量や エネルギーがない
μ 粒子対生成 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$	ミッシングの運動量や エネルギーがない
ハドロン生成 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	荷電粒子の飛跡が多い
B中間子対生成 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$	荷電粒子の飛跡が多い 終状態の粒子が広い範囲に 分布する(分布が丸い)
二光子過程 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$	ミッシングの運動量や エネルギーが大きい

条件1 電荷による条件

荷電粒子の本数...2本 or 4本

かつ、

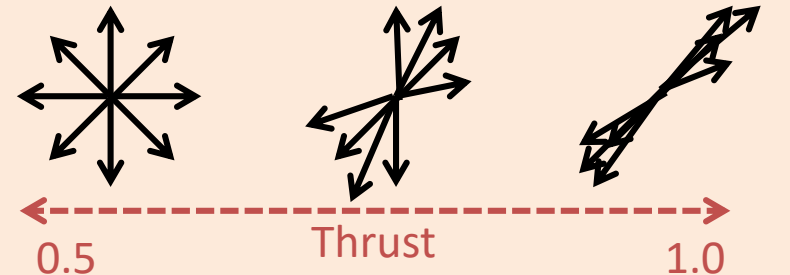
電荷の合計...0

\rightarrow 全 τ 崩壊事象から85%を選ぶことができる。

条件2 Thrustによる条件

$T > 0.9$

T ... Thrust: ジェットの方向・丸さを表す。



こちらの方が
 $\tau^+\tau^-$ らしい

$$T = \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

\vec{p}_i : 運動量

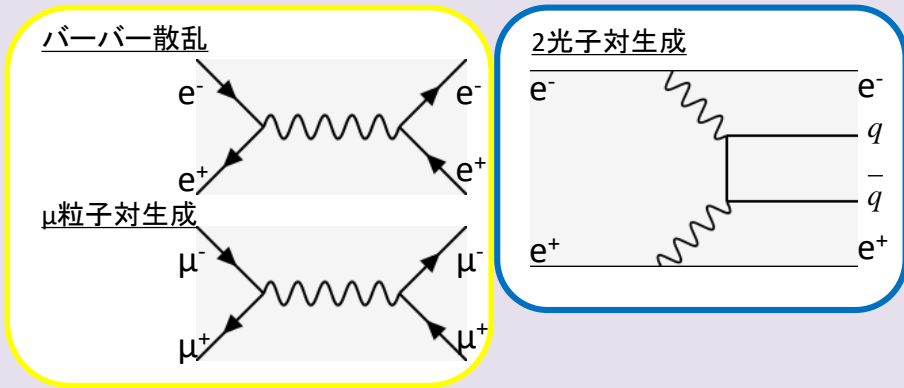
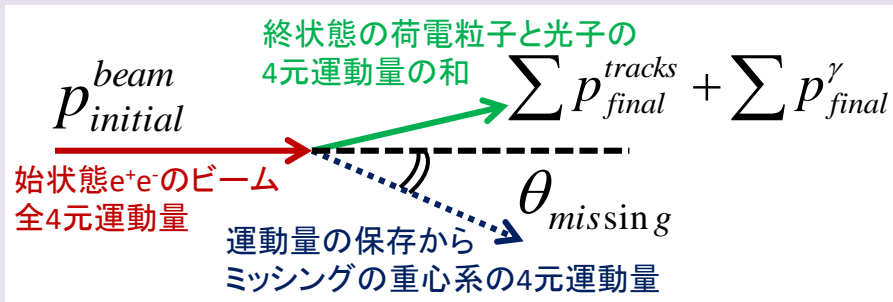
\vec{n} : T が最大になる
ようなベクトル

ii . $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

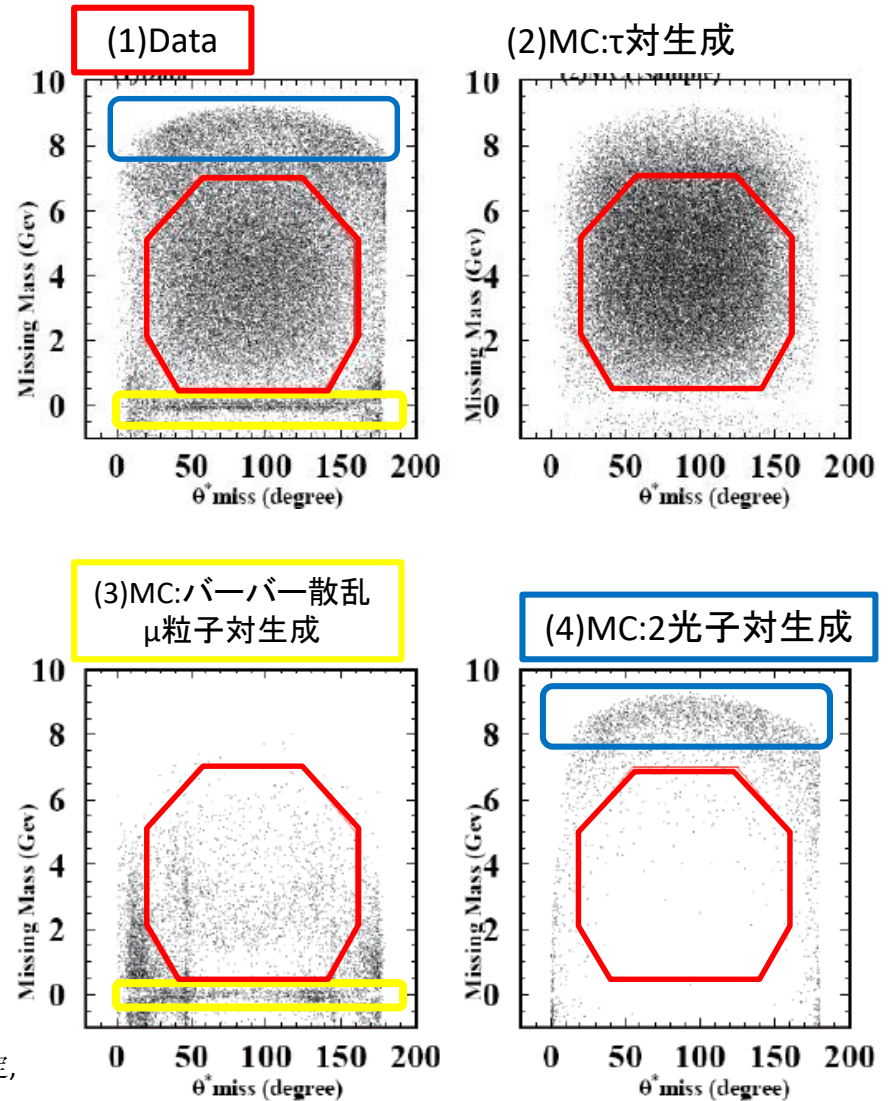
条件3 ミッシング角とミッシング質量による条件

赤い八角形の中にあること。

→バーバー散乱、 μ 粒子対生成、2光子対生成反応等のBGを除くため

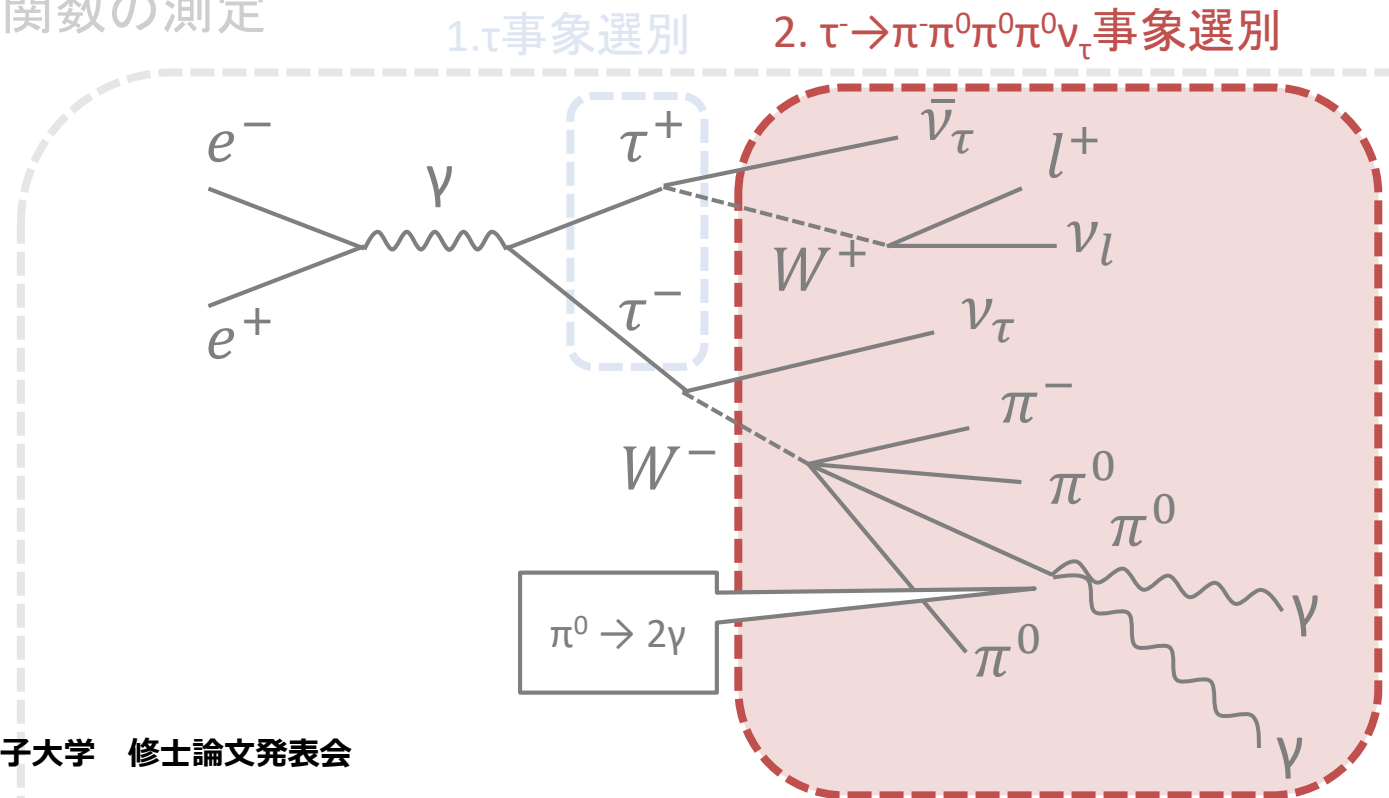


出典:田中恵梨香, $\tau \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における崩壊分岐比とスペクトル関数の測定, 奈良女子大学人間文化研究科物理科学専攻修士学位論文, 2015.



i. 研究の流れ

1. τ 事象選別
2. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
3. 系全体の質量2乗分布の測定
4. 崩壊分岐比の測定
5. 質量2乗分布のUnfold
6. スペクトラル関数の測定



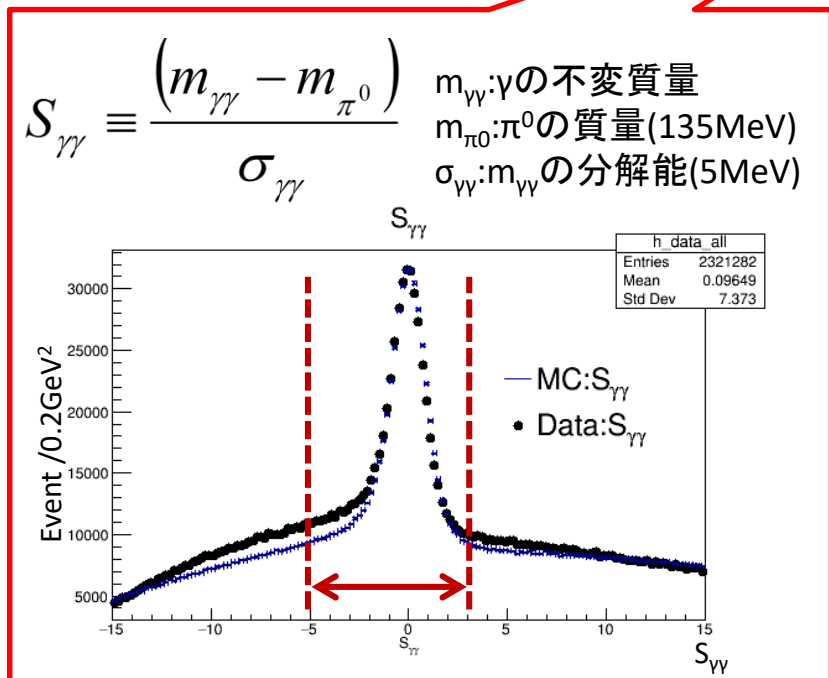
iii. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

π^0 再構成

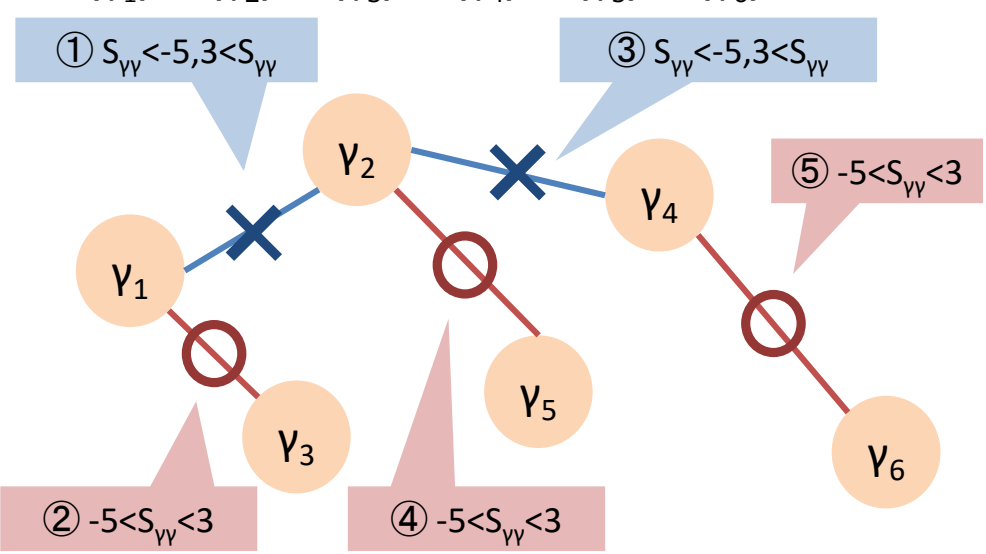
$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

- 3つの π^0 再構成は簡単ではない。
- π^0 はほぼ100%の確率で 2γ に崩壊する。

- 使用する γ の条件
 1. $E_{\gamma\text{低}} > 0.08\text{GeV}$ かつ $E_{\gamma\text{高}} > 0.08\text{GeV}$
 2. $E_{\gamma\text{高}} > 0.2\text{GeV}$
 3. トリガータイミングがON
- 2γ を組み合わせて π^0 候補を探す。
- シグナル領域は $-5 < S_{\gamma\gamma} < 3$
この領域内に入ると π^0 とみなす。
- 2γ の組は、エネルギーが高い順に重複を避けて選ぶ。
 - 多数のコンビネーションによるBGを減らすため



例: $E(\gamma_1) > E(\gamma_2) > E(\gamma_3) > E(\gamma_4) > E(\gamma_5) > E(\gamma_6)$



iii. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

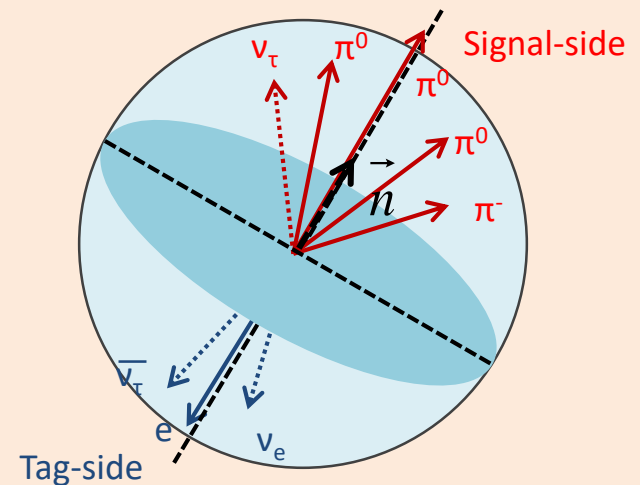
$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別条件

	選別条件	領域	Efficiency[%] byシミュレーション
	本物の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ $\tau^+ \rightarrow l^+ \nu_l \nu_\tau$		-
1.	荷電粒子が1つ	Tag side	36.4
2.	荷電粒子がeまたは μ		31.7
3.	荷電粒子が1つ	Signal side	30.3
4.	γ が6つ以上		10.6
5.	π^0 が3つ		2.2
6.	荷電粒子が π		2.1

事象選別



$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の e^+e^- 重心系のイメージ



- Signal side... $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$
- Tag side ... $\tau^- \rightarrow e$ or μ

以上の条件で選別した事象サンプルから、崩壊分岐比やスペクトラル関数を得る。

3. 研究

- i. 研究の流れ
- ii. τ 事象選別
- iii. $\tau \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
- iv. 崩壊分岐比の測定
 1. 崩壊分岐比
 2. $\pi^3 \pi^0$ 質量2乗分布
 3. $e-\mu$ 質量2乗分布
 4. 崩壊分岐比 結果
- v. スペクトラル関数の測定

崩壊分岐比

4π系の崩壊分岐比 $B_{4\pi}$ の導出

4π系の崩壊分岐比を $B_{4\pi}$

電子または μ 粒子への崩壊分岐比を B_l

$\tau^+\tau^-$ 事象の事象数を $N_{\tau\tau}$

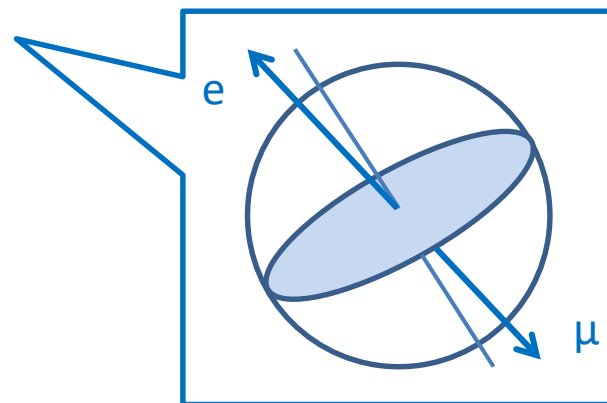
$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_{\tau}$ ($\tau^+ \rightarrow l^+\nu_l\nu_{\tau}$) の事象数を $N_{4\pi-l}$ とする。

$$N_{4\pi-l} = 2 \times N_{\tau\tau} \times B_{4\pi} \times B_l \quad (B_l = B_e + B_{\mu})$$

このとき、 $N_{\tau\tau}$ を求めるため

同時に $e-\mu$ 事象の事象数 $N_{e-\mu}$ を測定する。

$$N_{e-\mu} = 2 \times N_{\tau\tau} \times B_e \times B_{\mu}$$



崩壊分岐比

4π系の崩壊分岐比 $B_{4\pi}$ の導出

$$\begin{aligned} N_{4\pi-l} &= 2 \times N_{\tau\tau} \times B_{4\pi} \times B_l \\ N_{e-\mu} &= 2 \times N_{\tau\tau} \times B_e \times B_\mu \end{aligned} \quad \rightarrow N_{\tau\tau} \text{を消去}$$

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{TRUE}}{N_{e-\mu}^{TRUE}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

$$B_{4\pi} = \frac{\underbrace{N_{4\pi-l}^{obs}}_{\text{Data}} \underbrace{(1-b_{4\pi-l}) \eta_{e-\mu}}_{\text{MC}}}{\underbrace{N_{e-\mu}^{obs}}_{\text{Data}} \underbrace{(1-b_{e-\mu}) \eta_{4\pi-l}}_{\text{MC}}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}} \frac{(1-b_{4\pi-l}) \eta_{e-\mu}}{(1-b_{e-\mu}) \eta_{4\pi-l}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

- $N_{4\pi-l}^{obs}$... 実際に観測した $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象の数
- $N_{e-\mu}^{obs}$... 実際に観測した $e-l$ 事象の数
- $b_{4\pi-l}$... 観測した $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象に含まれる BG の割合
- $b_{e-\mu}$... 観測した $e-l$ 事象に含まれる BG の割合
- $\eta_{4\pi-l}$... $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象の検出効率
- $\eta_{e-\mu}$... $e-l$ 事象の検出効率
- B_e ... $\tau^- \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比
- B_μ ... $\tau^- \rightarrow e \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比

$\pi^3\pi^0$ 事象数・質量2乗分布

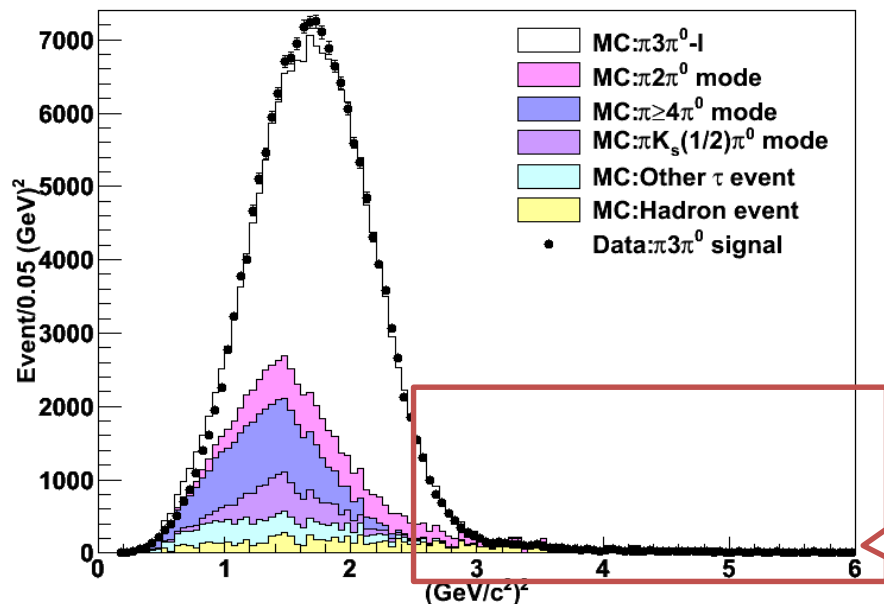
$\tau \rightarrow \pi\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の事象数

$N_{4\pi-l}^{obs} = 56977$ 事象

バックグラウンドの割合

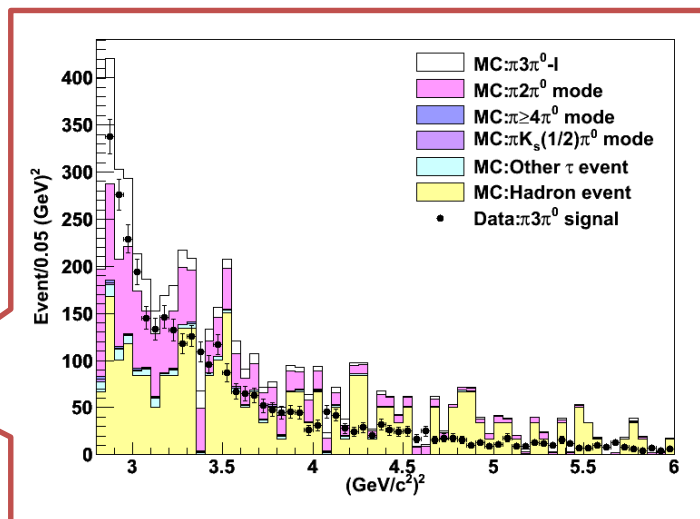
$b_{4\pi-l} = 34.5$ [%]

● 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション



BG Source	Fractions[%]
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	7.7
$\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0 \nu_\tau$	9.9
$\tau \rightarrow \pi K_S(1/2)\pi^0 \nu_\tau$	4.4
$\tau \rightarrow \pi K_S K_S(0/1)\pi^0 \nu_\tau$	0.88
$\tau \rightarrow \pi \pi^0 \nu_\tau$	0.62
No lepton in Tag side	1.23
Other τ decay	3.2
Hadron Event $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	6.6
Total	34.5

量は多くないが、高質量領域で $q\bar{q}$ のBGが重要となる。
このBGは τ 崩壊ではありえない高い領域でのデータを用いて $q\bar{q}$ の寄与を評価した。



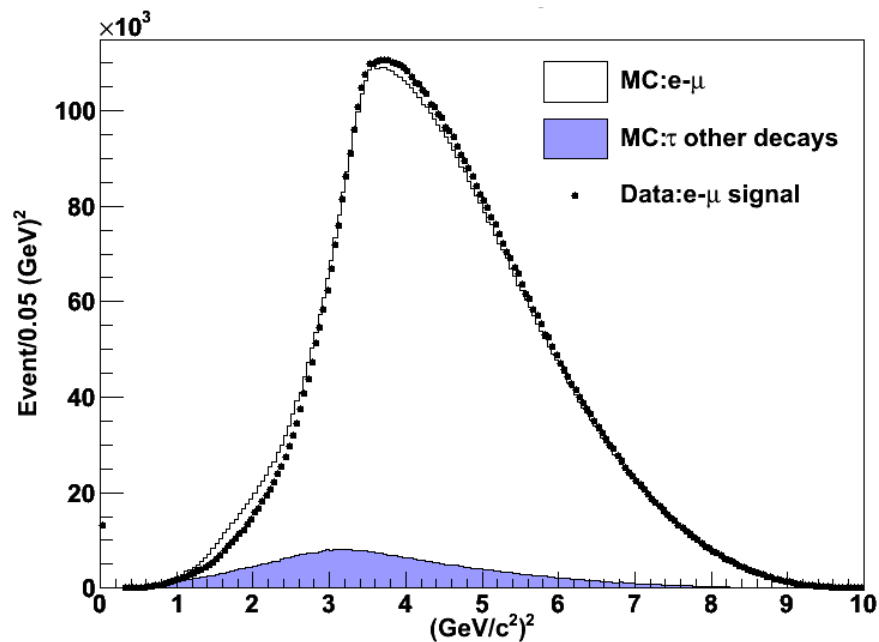
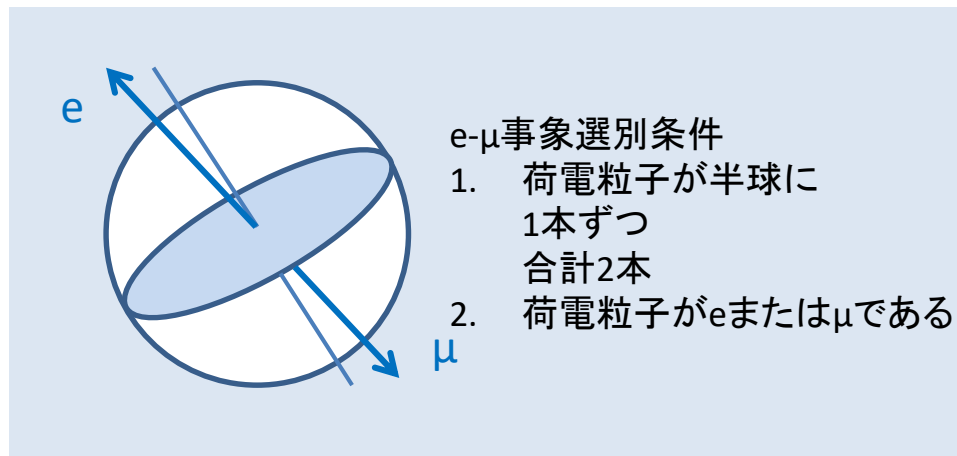
e- μ 事象数・質量分布

e- μ 事象の事象数

$$N_{e-\mu}^{obs} = 201615 \text{ 事象}$$

バックグラウンドの割合

$$b_{e-\mu} = 2.4[\%]$$



● 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション

BG Source	Fractions[%]
π -e	1.54
ρ -e	0.38
K-e	0.15
π - μ	0.14
Other τ decay	0.19
Total	2.4

崩壊分岐比 結果

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{obs} (1 - b_{4\pi-l}) \eta_{e-\mu} B_e \times B_\mu}{N_{e-\mu}^{obs} (1 - b_{e-\mu}) \eta_{4\pi-l} B_e + B_\mu}$$

$$B_{4\pi} = (1.25 \pm 0.01 \pm 0.16)\%$$

系統誤差の要因	$\Delta B/B[\%]$
τ 崩壊のBG	10.30
ハドロン崩壊のBG	0.04
e- μ 事象のBG	0.28
π^0 の検出効率の不定性	7.63
π ,レプトン識別の不定性	0.42
トラックの検出効率の不定性	0.35
ハドロン崩壊モデルの不定性	0.70
電子識別の不定性	0.41
μ 粒子識別の不定性	0.41
トリガー効率の不定性	0.80
レプトニック崩壊の崩壊分岐比の不定性	0.10
Total	12.89

参考

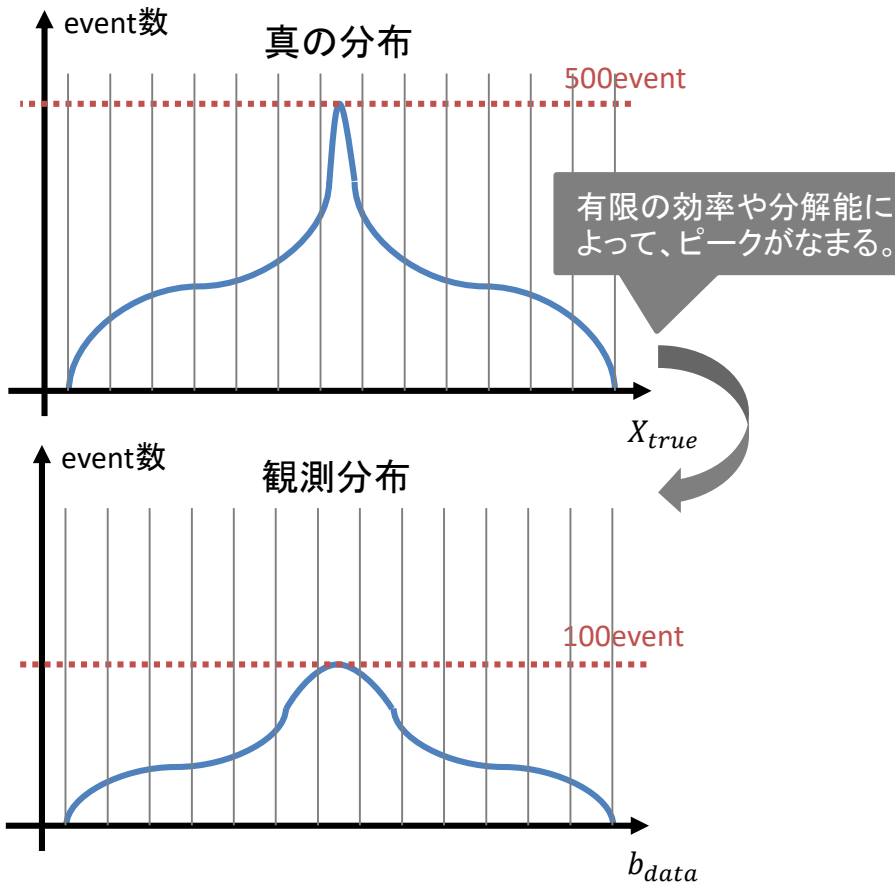
ALEPH実験	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	$B = (0.977 \pm 0.069 \pm 0.058)\%$
CLEO実験	$\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	$B = (1.15 \pm 0.08 \pm 0.13)\%$

3. 研究

- i. 研究の流れ
- ii. τ 事象選別
- iii. $\tau \rightarrow n^- n^0 n^0 n^0 \nu_\tau$ 事象選別
- iv. 崩壊分岐比の測定
- v. スペクトラル関数の測定
 - 1. Unfold
 - 2. スペクトラル関数

Unfold

- **Unfold**…検出効率と分解能の補正をすること。
- 観測分布は、検出器の効率や分解能によって、真の分布からズレている。



観測分布のベクター
 $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

検出器の効率と分解能の
効果が入った行列

真の分布のベクター
 $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$\vec{b} = \underline{A} \vec{x}$$

MCから決める

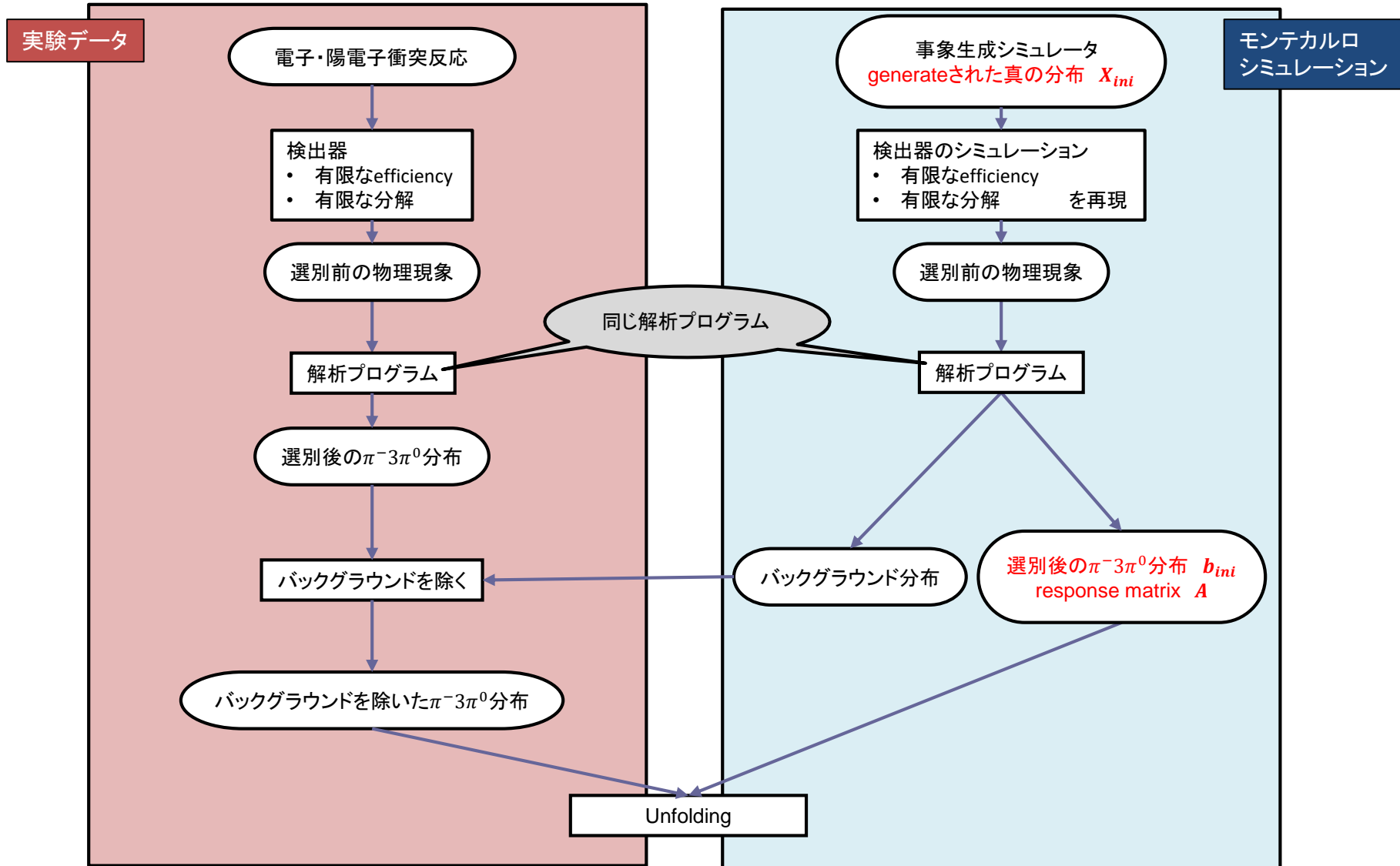
$$\underline{\vec{x}} = \underline{A}^{-1} \vec{b}$$

求めるには工夫が必要

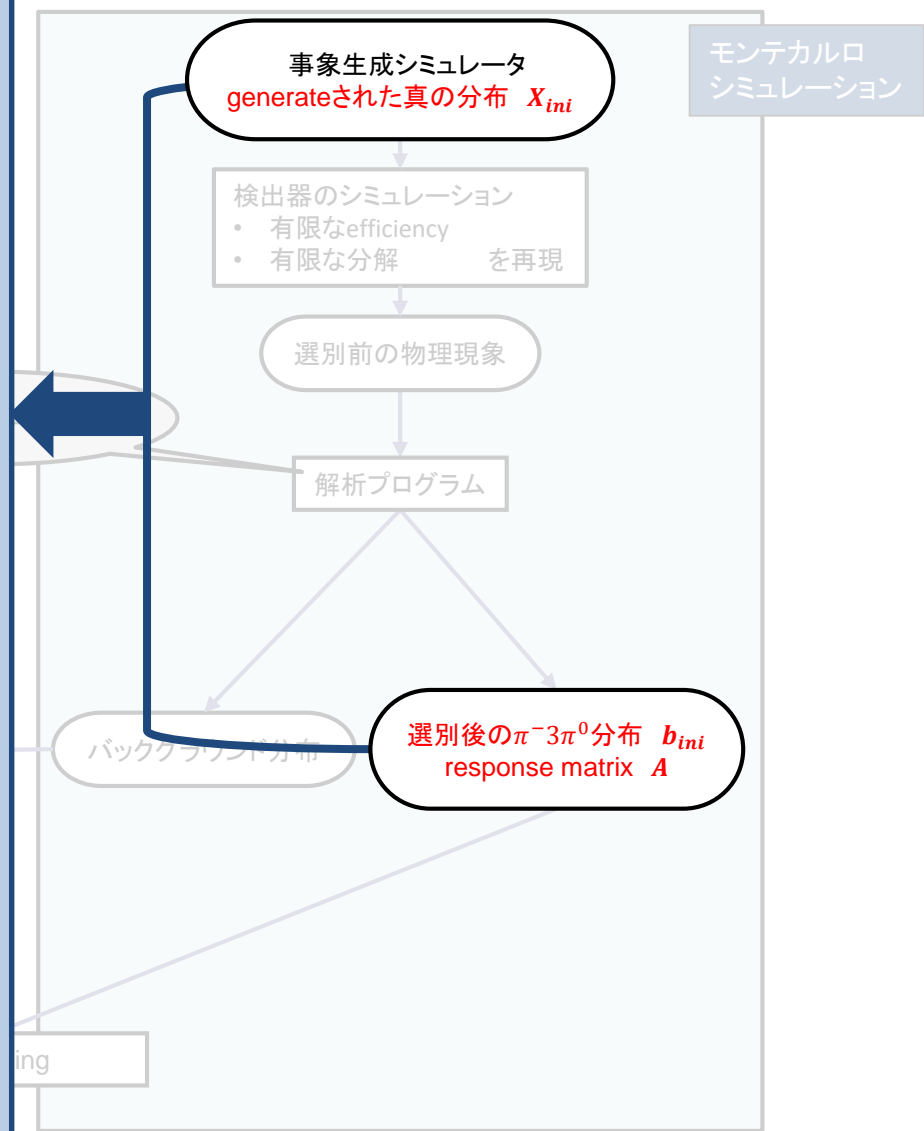
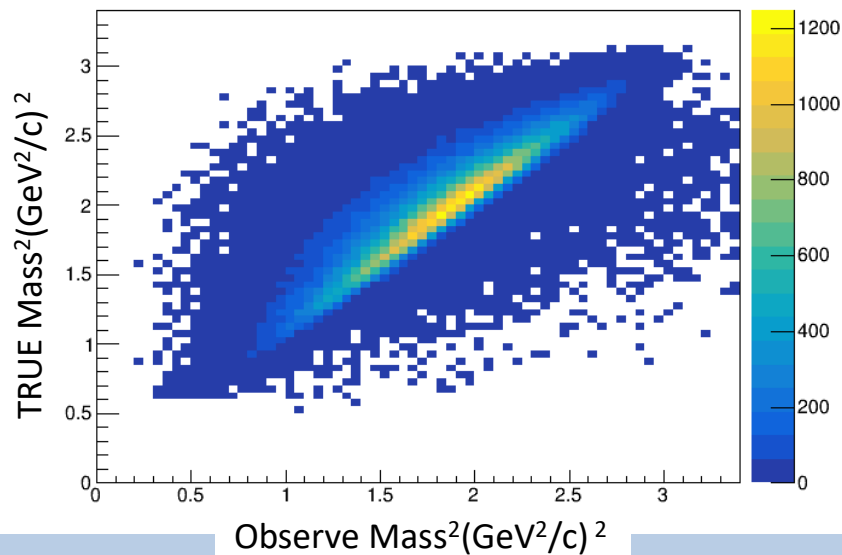
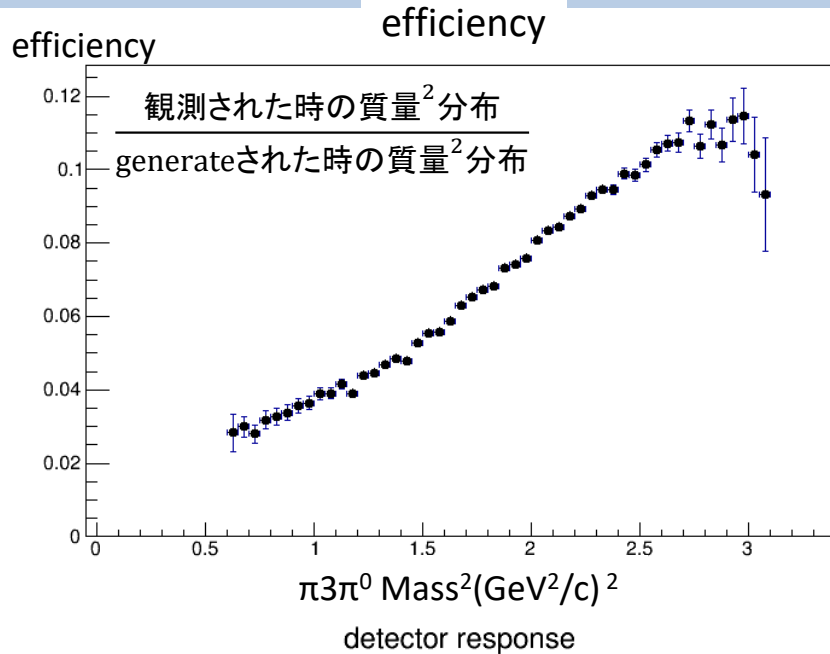
$\vec{b} = A\vec{x}$ の行列式から求めたい \vec{x} は、数学的には行列 A の逆行列 A^{-1} を求めれば、 $\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ から求まる。しかし、ビン数が多い時に、単純に A の逆行列 A^{-1} を計算するだけでは、行列 A に含まれる統計的な誤差が拡大され、意味のある \vec{x} を求める事ができないことが知られている。

この問題を解決する方法として、現在いくつかの unfolding の方法が使われているが、今回はその方法の一つである SVD (singular value decomposition) 法を用いて、データの unfolding を実行する。

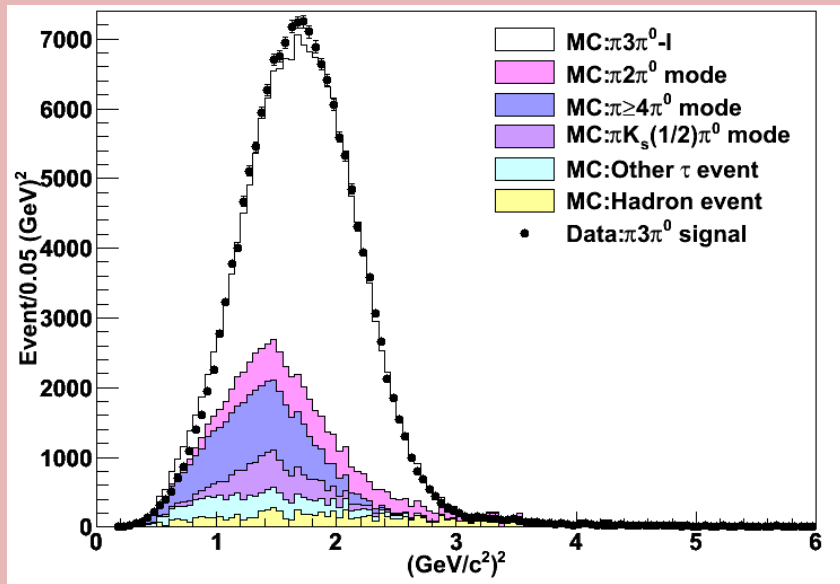
Unfoldの流れ



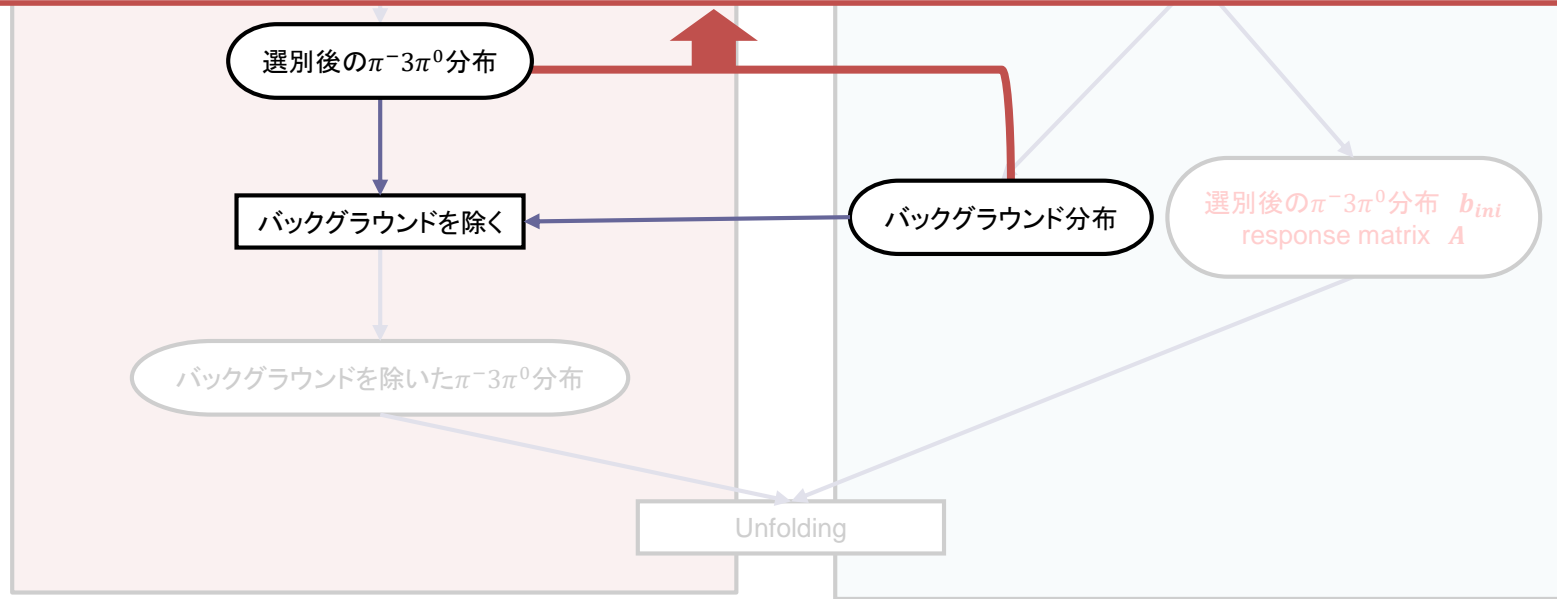
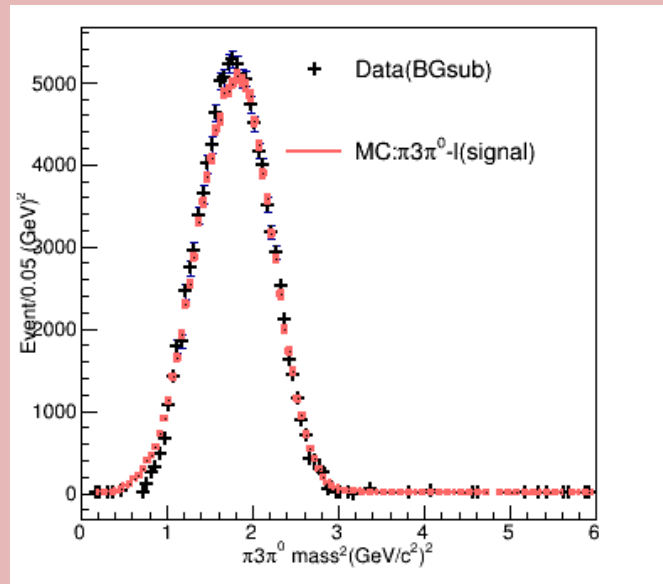
Unfoldに必要な補正係数を得る



質量2乗分布からバックグラウンドを取り除いた分布を作る

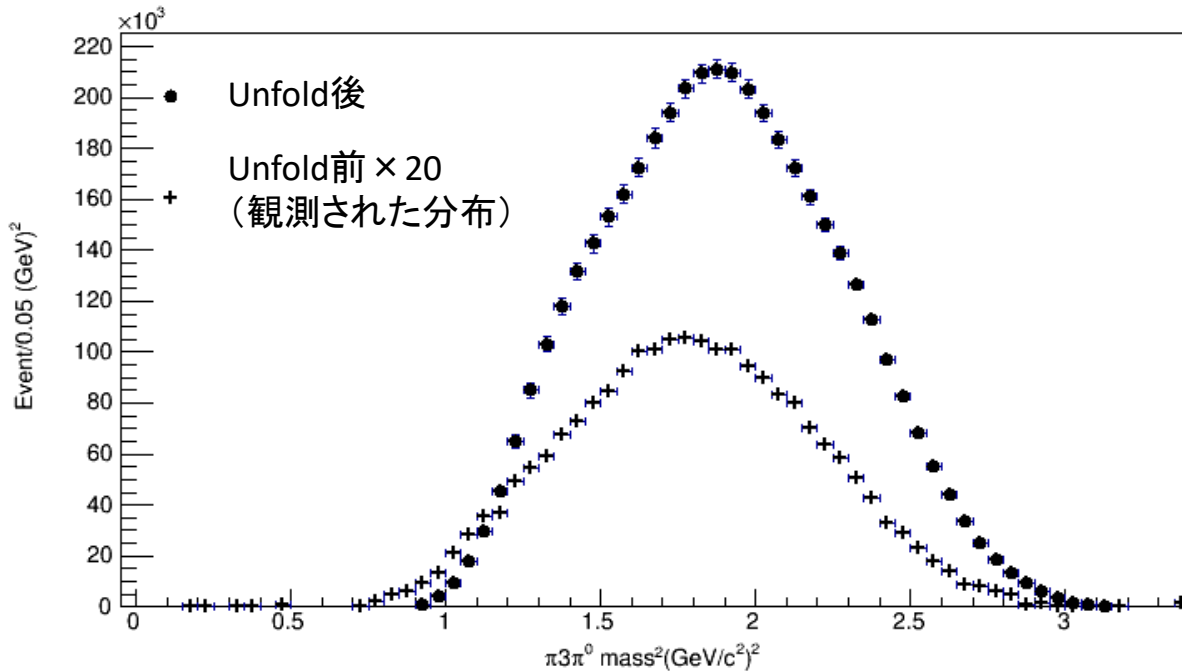


黒丸-BG →

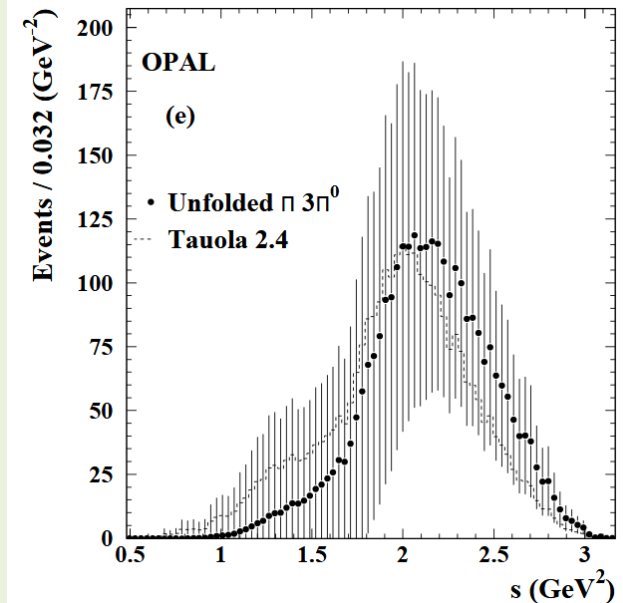


Unfold結果... $\pi^+\pi^-\pi^0$ 質量2乗分布

Unfold結果



先行実験(OPAL)



スペクトラル関数

Unfoldした $\pi^-\pi^+\pi^0$ 質量2乗分布を用いてスペクトラル関数を求める。

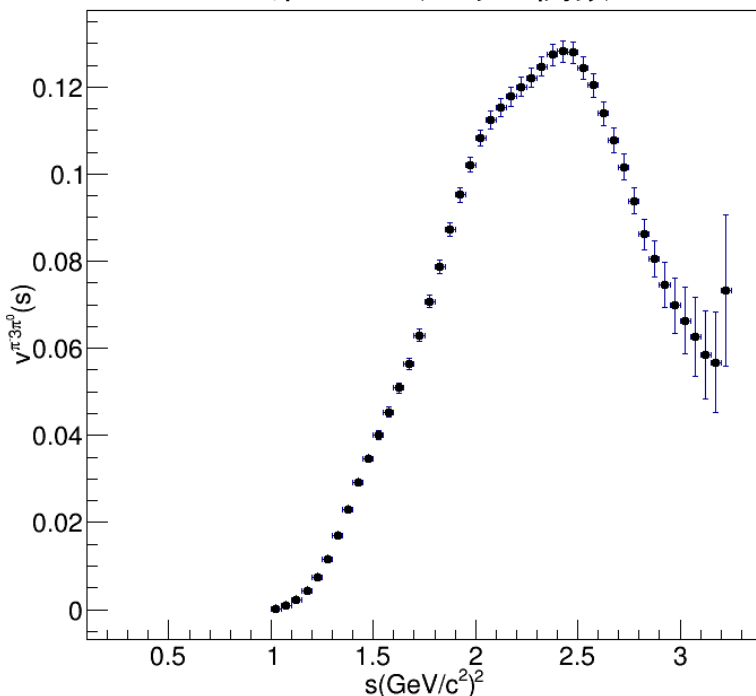
$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{M_\tau^2}\right)} \frac{B_{4\pi}}{B_e} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

崩壊分岐比

質量2乗分布

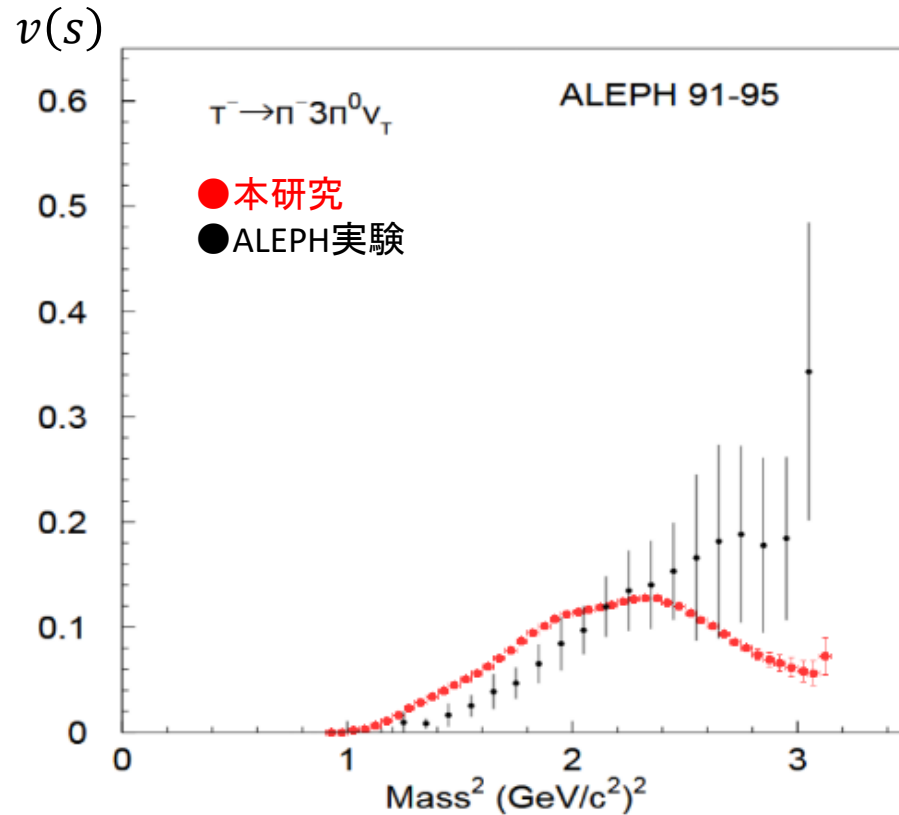


$\pi^-\pi^+\pi^0$ 系のスペクトラル関数



- M_τ : τ 粒子の質量 ($M_\tau = 1.777 \text{ GeV}$)
- $|V_{ud}|$: カビボ小林益川の成分 ($|V_{ud}| = 0.97425$)
- S_{EW} : 電弱相互作用による補正係数 ($S_{EW} = 1.0198$)
- $B_{4\pi}$: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^+\pi^0$ 事象の崩壊分岐比
- B_e : $\tau^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比 (PDG2017 より $B_e = 4.52\%$)
- $N_{4\pi}$: Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^0}^2$ 分布の事象数の総和
- $dN_{4\pi}$: Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^0}^2$ 分布
- s : $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗
- ds : bin 幅 ($0.05 \text{ GeV}^2/\text{bin}$)

先行研究との比較 $\pi^3\pi^0$ 系のスペクトラル関数



本研究の方が誤差が小さい。
高質量領域の構造が見えた。

出典:Phys.Rep.421(2005)191-284

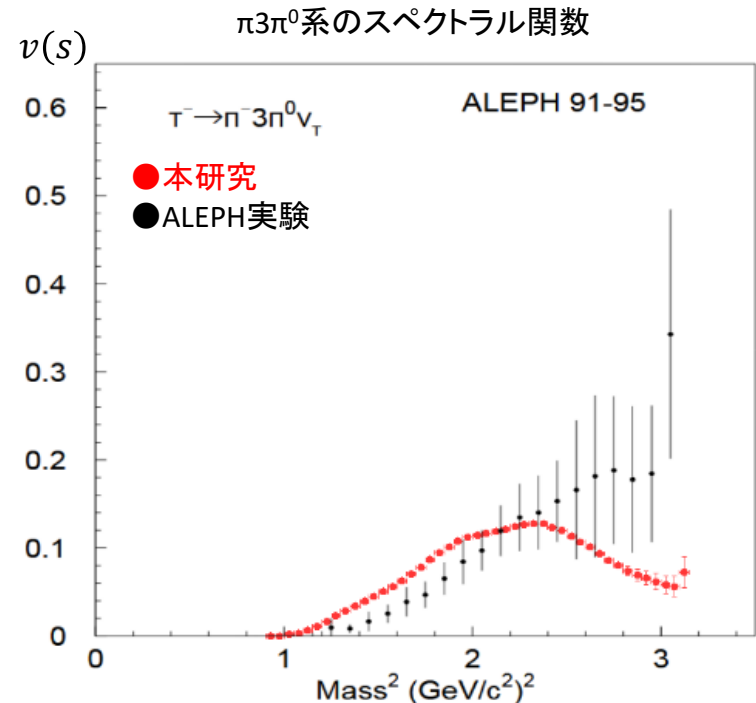
4. まとめ

まとめ

- τ の解析により、低エネルギー領域でのハドロンのダイナミクスについて様々な情報を得ることができる。
- Belle実験で収集したデータから $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を**56977事象**観測した。
- 同時に $e-\mu$ 事象を**201615事象**観測した。
- 両者の比から、 $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比は

$$B_{4\pi} = (1.25 \pm 0.01 \pm 0.16)\%$$
と測定された。
- SVD法を用いてUnfoldした $\pi 3\pi^0$ 質量2乗分布から、 $\pi 3\pi^0$ 系のスペクトラル関数を測定した。
これは、現在もっとも高精度の測定結果である。
- τ 崩壊について、ベクター状態・軸ベクター状態の様々なモードの情報が得られている。

ベクター状態			軸ベクター状態		
2 π 系	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	藤川	3 π 系	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	S.Ryu
4 π 系	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$	田中		$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	長谷川
	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	池田	5 π 系	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	



ご清聴ありがとうございました。

Back Up

iii. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

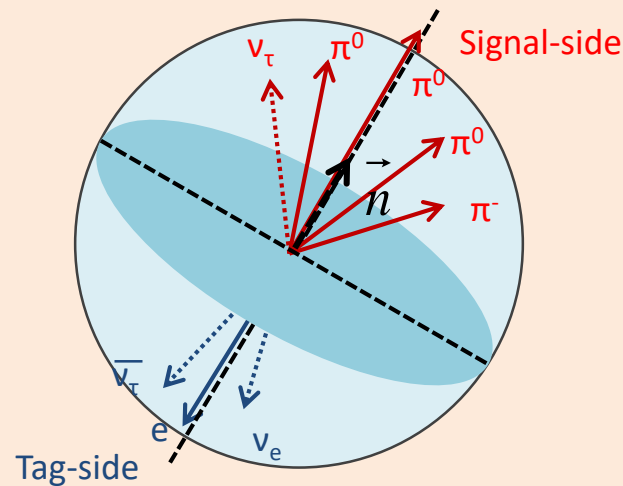
$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別条件

	選別条件	領域	Efficiency[%] byシミュレーション
0.	本物の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ $\tau^+ \rightarrow l^+ \nu_l \nu_\tau$		100
1.	荷電粒子が1つ	Tag side	36.4
2.	荷電粒子がeまたは μ		31.7
3.	荷電粒子が1つ	Signal side	30.3
4.	γ が6つ以上		10.6
5.	π^0 が3つ		2.2
6.	荷電粒子が π		2.1

以上の条件で選別した事象サンプルから、崩壊分岐比やスペクトラル関数を得る。

事象選別

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の e^+e^- 重心系のイメージ

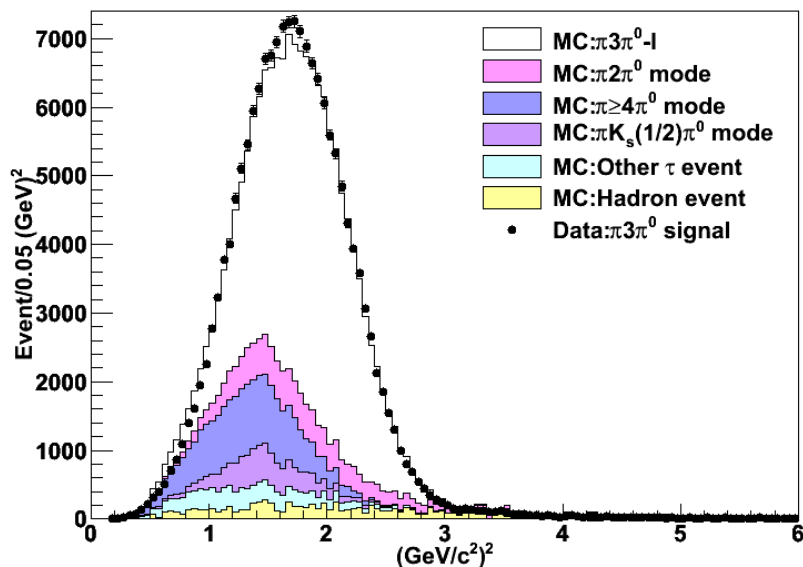


- Thrustの \vec{n} に垂直な事象平面を決めて、事象を半球に分けて考える。
- Signal side... $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$
- Tag side ... $\tau^- \rightarrow e$ or μ

$$T = \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

\vec{p}_i : 運動量
 \vec{n} : Tが最大になるようなベクトル

$\pi^+\pi^-\pi^0$ 質量分布…規格化定数



● 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション

MC: Hadron event
高エネルギー領域 (3.0GeV^2 以上) の
面積で規格化

$$f_{MC\text{Hadron}} = \frac{N_{\geq 3.0\text{GeV}^2}^{\text{data}}}{N_{\geq 3.0\text{GeV}^2}^{\text{MCHadron}}}$$

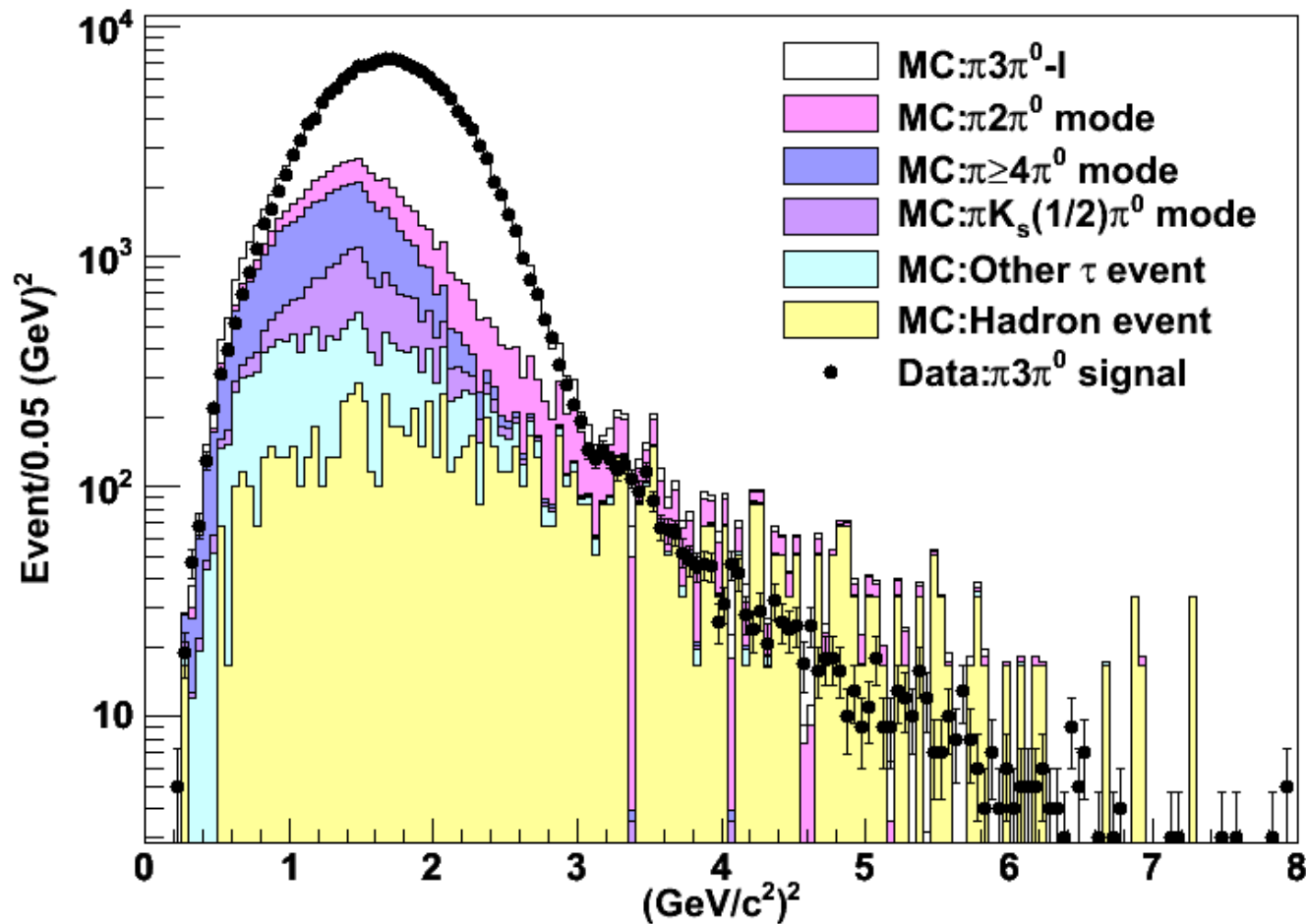
MC: τ event
低エネルギー領域 (3.0GeV^2 未満) の
面積で規格化

$$f_{MC\tau} = \frac{N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{\text{data}} - N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{\text{MCHadron}} \cdot f_{MC\text{Hadron}}}{N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{\text{MC}\tau}}$$

$\pi^3\pi^0$ 質量2乗分布

$\pi^3\pi^0$ mass²

● 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション



崩壊分岐比 結果

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{obs} (1 - b_{4\pi-l}) \eta_{e-\mu} B_e \times B_\mu}{N_{e-\mu}^{obs} (1 - b_{e-\mu}) \eta_{4\pi-l} B_e + B_\mu}$$

$$B_{4\pi} = (1.402 \pm 0.006 \pm 0.124)\%$$

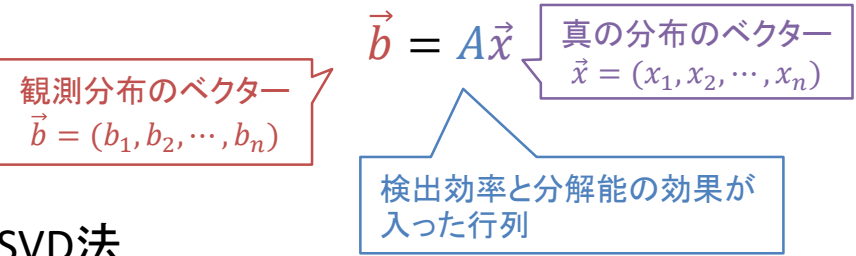
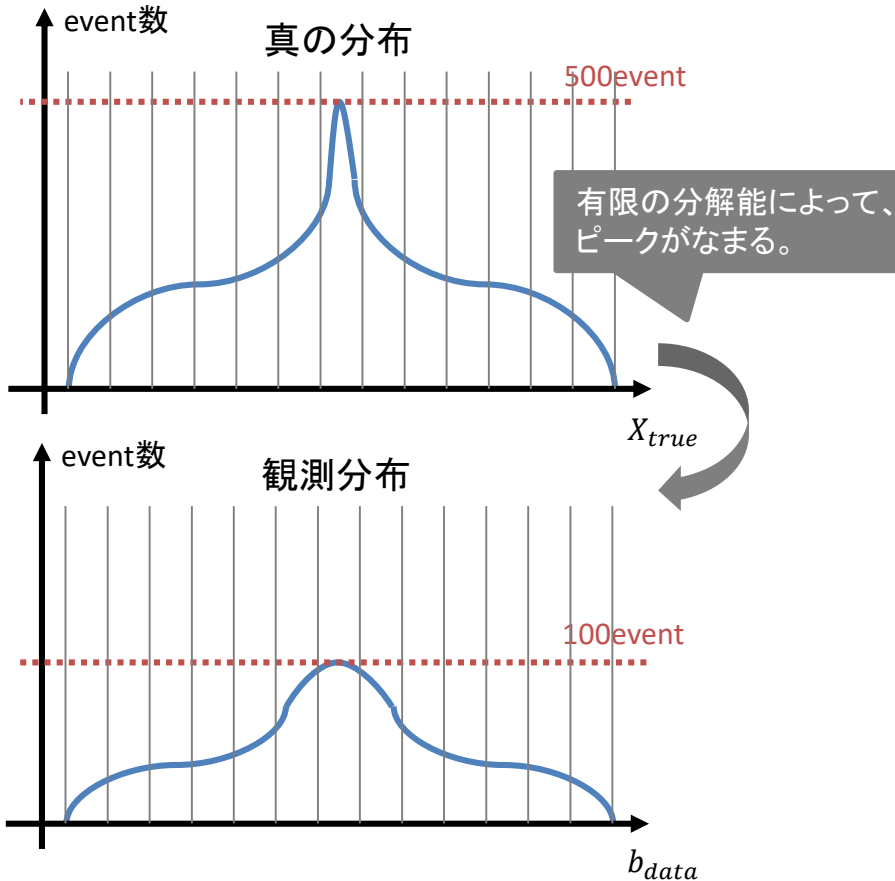
参考:ALEPH実験

$$B = (0.977 \pm 0.069 \pm 0.058)\%$$

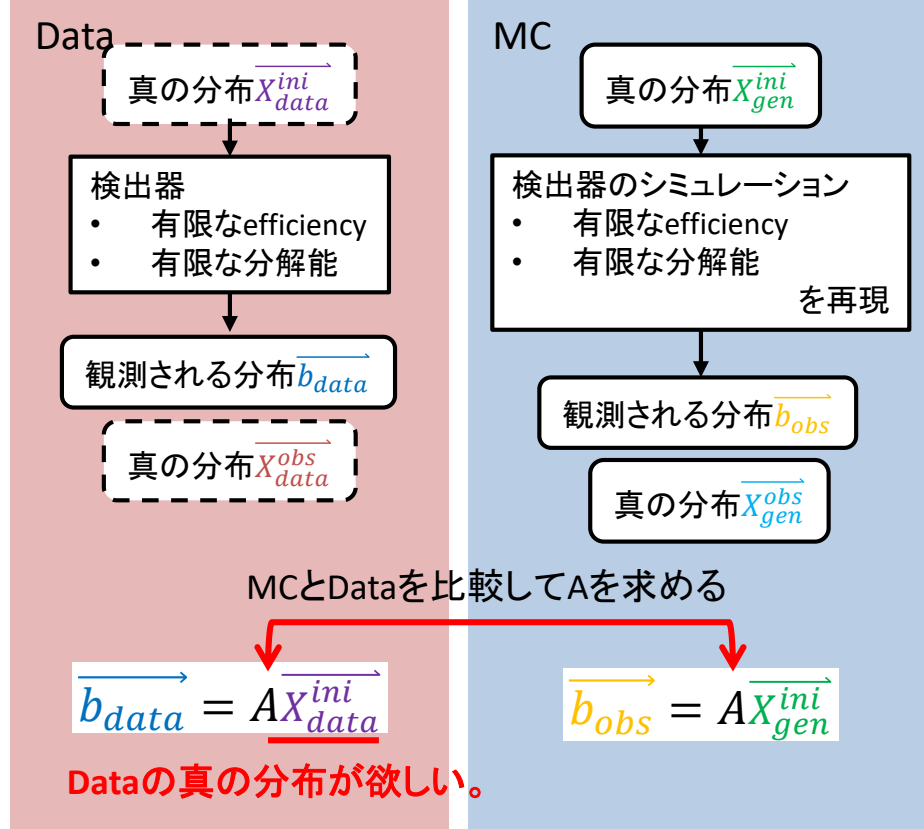
系統誤差の要因	$\Delta B/B[\%]$
τ 崩壊のBG	4.32
ハドロン崩壊のBG	0.04
e- μ 事象のBG	0.28
π^0 の検出効率の不定性	7.63
π ,レプトン識別の不定性	0.42
トラックの検出効率の不定性	0.35
ハドロン崩壊モデルの不定性	0.70
電子識別の不定性	0.41
μ 粒子識別の不定性	0.41
トリガー効率の不定性	0.80
レプトニック崩壊の崩壊分岐比の不定性	0.10
Total	8.87

Unfold...SVD法

- Unfold...検出効率と分解能の補正をすること。
- 観測分布は、検出器の効率や分解能によって、真の分布からズレている。



SVD法



Unfold...2×2行列の場合

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon & 1 - \varepsilon \\ 1 - \varepsilon & 1 + \varepsilon \end{pmatrix}$$

しみ出しを表す。

i. $\varepsilon = 1$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : \text{理想的な検出器 } \vec{b} = \vec{x}$$

ii. $\varepsilon = 0.5$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix} \quad \text{現実の検出器は } 0 < \varepsilon < 1$$

iii. $\varepsilon = 0$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} : \text{最悪の検出器}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

固有値は2つ。

$n \times n$ 行列だと、固有値が n 個出てくる。

SVD法とは、行列の固有値を求めてUnfoldする方法。

$$\vec{b} = A\vec{x}$$

$$A = USV^T$$

$$= U \begin{pmatrix} s_1 & & & \\ & s_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & s_{n-1} & & \\ & & & & & s_n \end{pmatrix} V^T$$

ε が大きい部分

どのあたりまで有効かを調べてCutする。
kregはこのとき使う固有値の数。

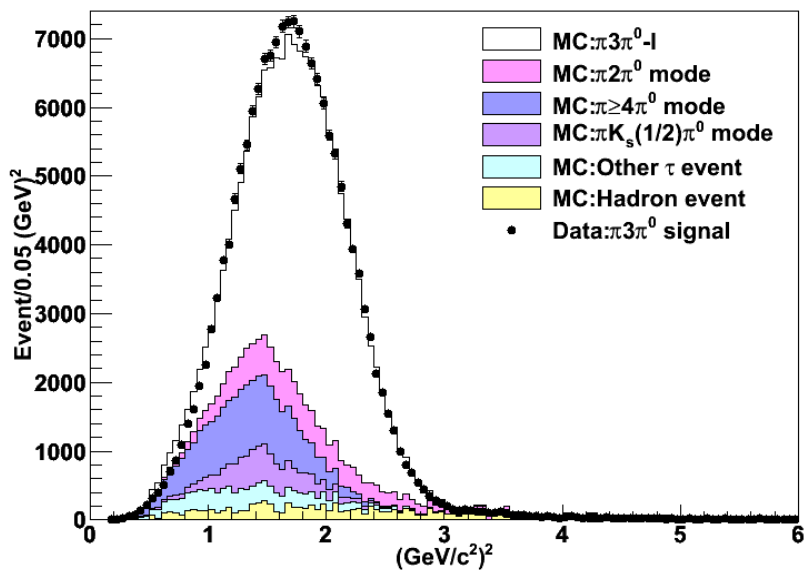
U, V: 直交行列

S : 対角要素にAの固有値 s_i を持つ対角行列

Unfold準備

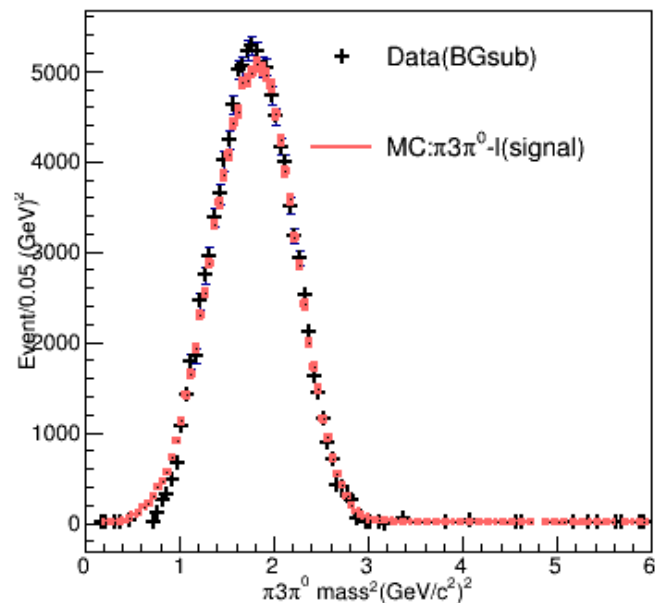
質量2乗分布からバックグラウンドを取り除いた分布を作る

●, + 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション

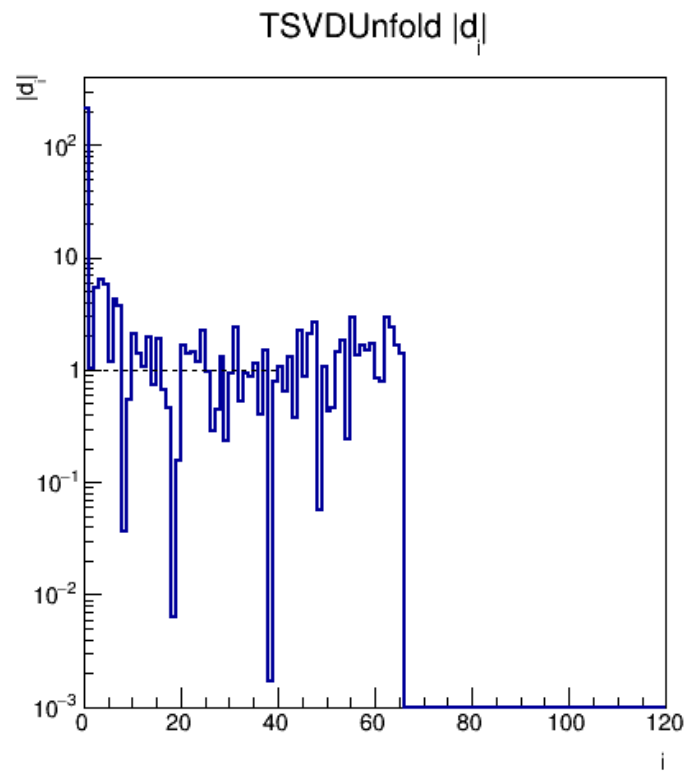
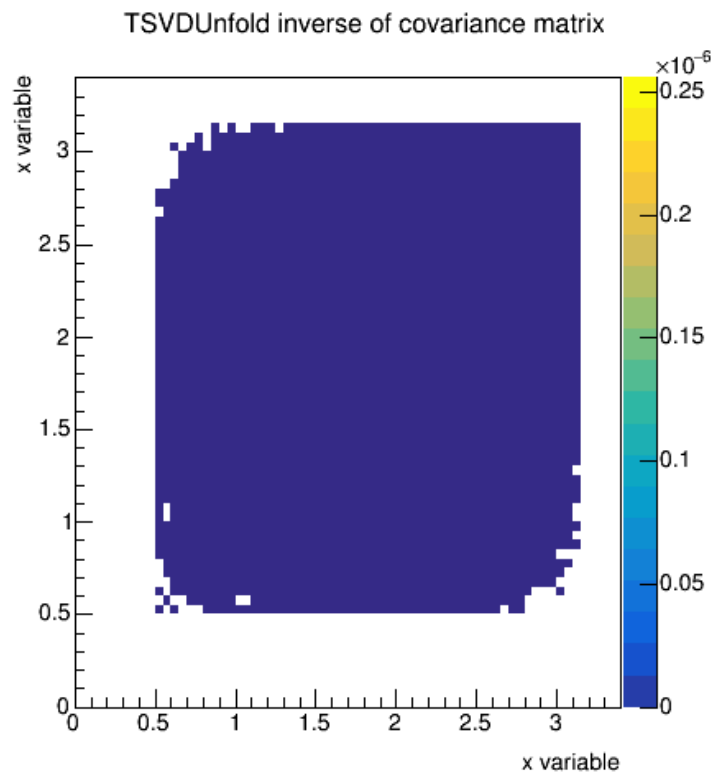


17.5×10^4 事象

黒丸-BG

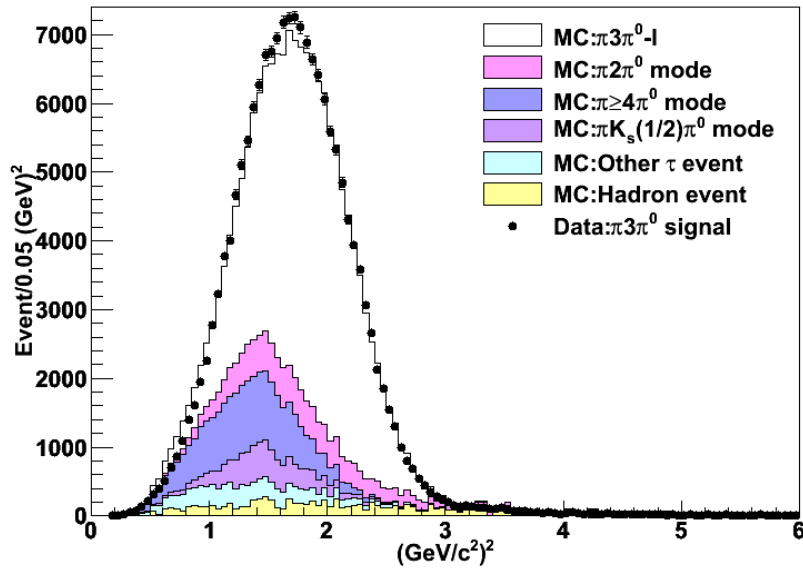


11.1×10^4 事象

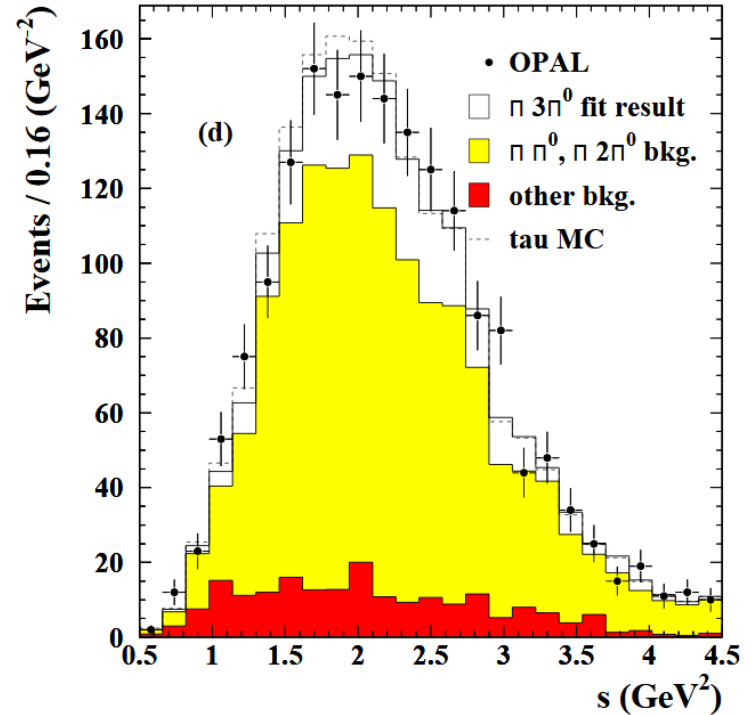


● 実験データ
色ヒストグラム シミュレーション

本研究



OPAL実験



本研究の方が誤差が小さく、バックグラウンドが少ない。

2. τ の物理

- i. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理
- ii. スペクトラル関数

i . $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

τ 粒子

第3世代に属する最も重い
レプトン

(質量 $1.777 \text{ GeV}/c^2$)

レプトンの中で唯一

ハドロニック崩壊をする。

	quark generation			lepton generation		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
charge	2/3			0		
	u up	c charm	t top	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tauon neutrino
	-1/3			-1		
	d down	s strange	b bottom	e electron	μ muon	τ tauon

•レプトニック崩壊

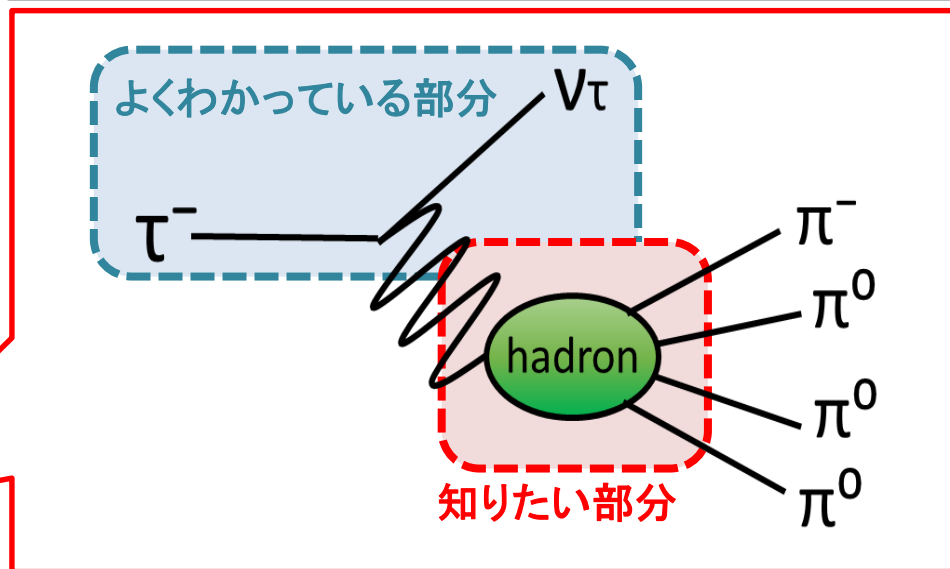
$$\tau \rightarrow e \nu_e \nu_\tau$$

$$\tau \rightarrow \mu \nu_\mu \nu_\tau$$

•ハドロニック崩壊

$$\tau \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$$

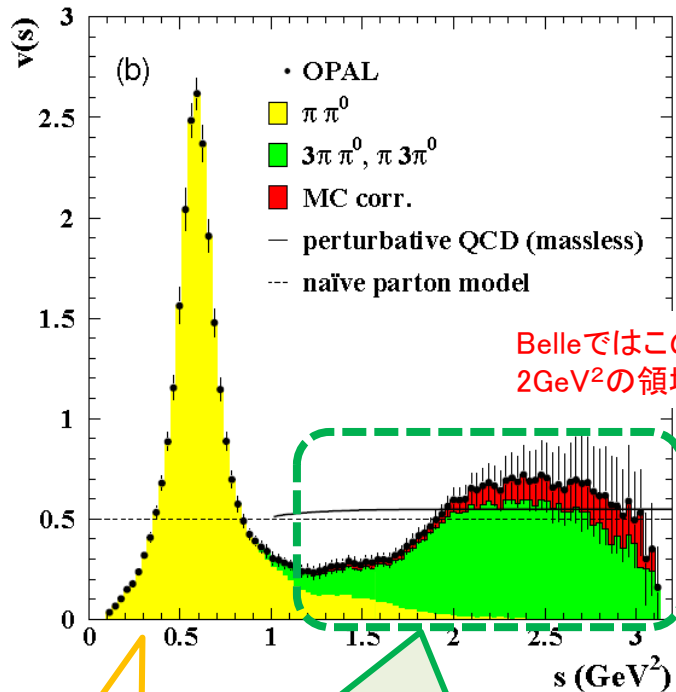
$$\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$$



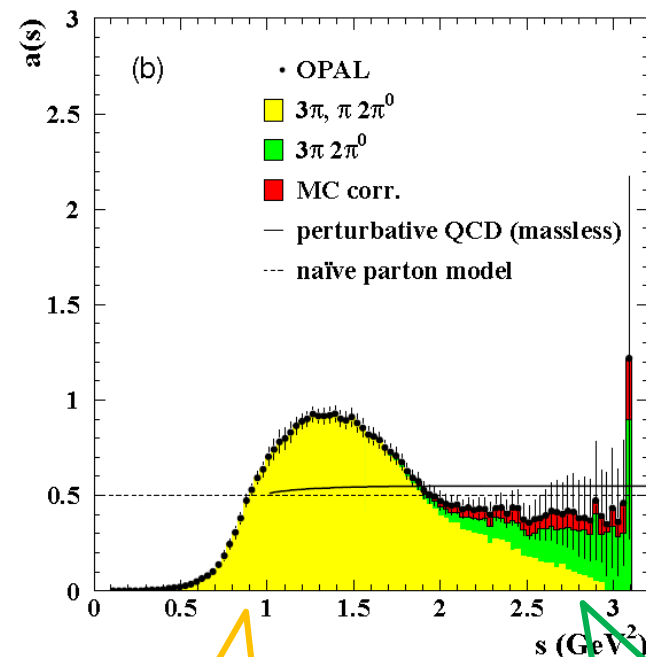
$\tau \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比とスペクトラル関数以下、荷電共役反応 (τ^+ 事象) も含む。
の測定。

iv. スペクトラル関数

ベクター状態のスペクトラル関数 $v(s)$



軸ベクター状態のスペクトラル関数 $v(s)$



2 π 系

1. $\pi^- \pi^0$

4 π 系

1. $\pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$
2. $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ ← 今回の研究

3 π 系

1. $\pi^+ \pi^- \pi^-$
2. $\pi^- \pi^0 \pi^0$

5 π 系

1. $\pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0$

スペクトラル関数を測定するためには、すべてのモードを測る必要がある。

出典: Eur. Phys. C7(1999)571

ii . 4π系のスペクトラル関数

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{M_\tau^2}\right)} \frac{B_{4\pi}}{B_e} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

s : $\pi 3\pi^0$ 系の不変質量の2乗
 M_τ : τ 粒子の質量
 $|V_{ud}|$: 小林益川行列のud成分
 S_{EW} : 電弱相互作用による補正係数
 $B_{4\pi}$: $\tau \rightarrow \pi 3\pi^0$ の崩壊分岐比
 B_e : $\tau \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比
 $1/N \cdot dN/ds$: $\pi 3\pi^0$ 質量²分布

• 実験的に決まる:

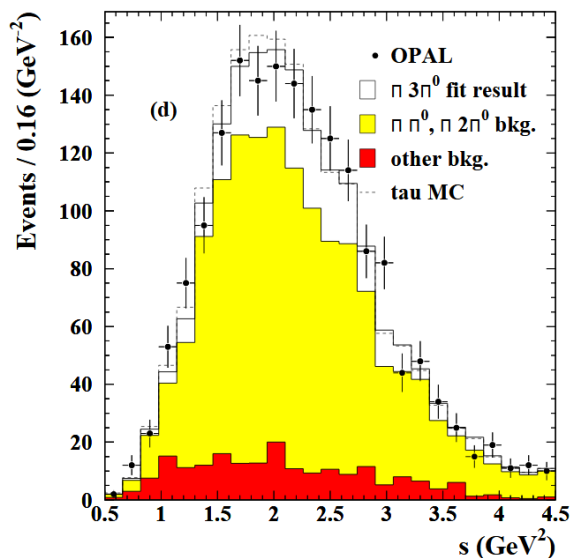
崩壊分岐比・質量分布

• 計算で決まる

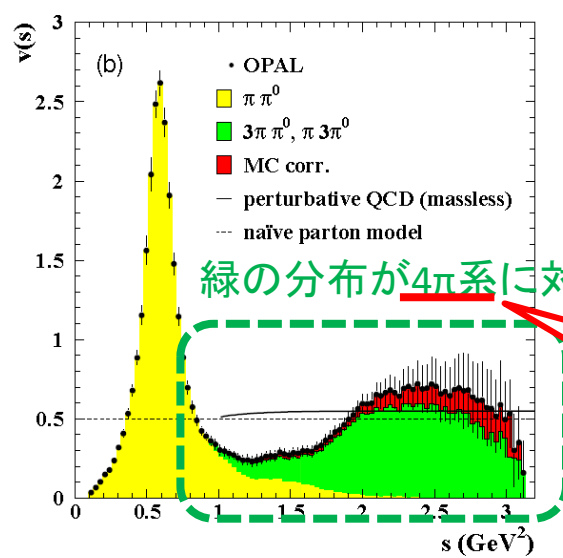
→ **スペクトラル関数 $v(s)$ を求める**

先行実験(OPAL)

$\pi 3\pi^0$ 系質量2乗分布



ベクター状態のスペクトラル関数



緑の分布が4π系に対応

1. $\pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$
2. $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ ← 今回の研究

Belleではこの500倍の統計で
2GeV²の領域の精度を上げる