

2017年度 修士学位論文

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の
崩壊分岐比とスペクトラル関数の
測定

奈良女子大学大学院 人間文化研究科
博士前期課程物理学専攻

学籍番号 16810010
池田 侑加

2018年3月27日

概要

本研究では、高エネルギー加速器研究機構（KEK）の高強度電子・陽電子衝突型加速器において生成された τ 粒子対生成反応 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ を用いて、 τ 粒子が 3 つの中性パイ中間子 π^0 粒子を含む 4 つの π 中間子へ崩壊する過程 ($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$) の解析を行った。使用したデータは Belle 検出器で 2003 年 10 月から 2008 年 6 月までに収集したもので、632/fb の루미ノシティに相当する。観測した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象は 281,307,410 事象で、ここから $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象を 6,493,717 事象観測した。同時に、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象から $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)(\mu^+)\bar{\nu}_\tau\nu_\mu$ 事象 (e - μ 事象) の選別を行い、6,466,049 事象を観測した。

両者の崩壊レートの比から得られた $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比は

$$\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau) = (1.17 \pm 0.01 \pm 0.15) \%$$

である。また、測定した $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数は図 1 に示す。これは現在もっとも高精度な 4π 系のスペクトラル関数である。

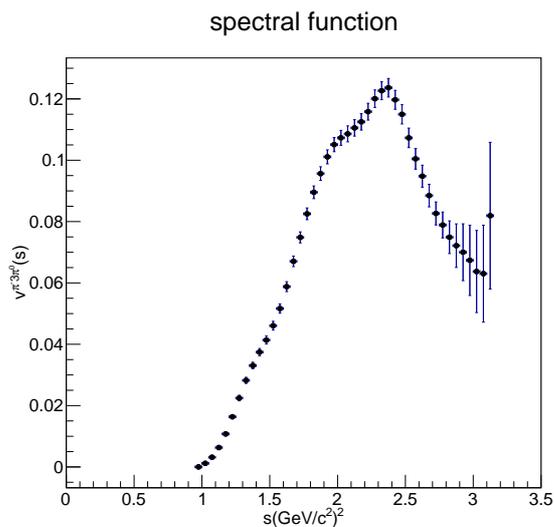


図 1: 本実験で得た $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数の分布

目次

概要		i
はじめに		1
第 1 章	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理	3
1.1	素粒子	3
1.2	ハドロンと量子色力学 (QCD)	3
1.3	タウの物理	7
1.4	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理	11
1.5	スペクトラル関数の測定方法	14
第 2 章	実験装置	15
2.1	KEKB 加速器	15
2.2	Belle 検出器	17
第 3 章	事象選別	27
3.1	電子・陽電子衝突	28
3.2	$e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 事象選別	30
3.3	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別	38
3.4	$e-\mu$ 事象選別	43
第 4 章	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定	46
4.1	崩壊分岐比の測定方法	46
4.2	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比	47
4.3	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊	47
4.4	$e-\mu$ 事象	50
4.5	検出効率と観測値の評価	51
4.6	系統誤差	52
4.7	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定結果	55
第 5 章	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定	56
5.1	Unfold	56

5.2	SVD 法による Unfold の原理	56
5.3	Unfold のテスト	59
5.4	実データを用いた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗分布の Unfold	62
5.5	スペクトラル関数の導出	69
5.6	先行実験の結果との比較	71
第 6 章	まとめ	76
参考文献		77

目次

1	本実験で得た $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の分布	i
1.1	クォーク・レプトンの世代	3
1.2	強い相互作用の結合定数 α_s の分布	5
1.3	低いエネルギー領域の強い相互作用の結合定数 α_s の分布 (g_1 スキーム)	6
1.4	$\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊	9
1.5	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊	12
1.6	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験)	12
1.7	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)	12
1.8	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験)	13
1.9	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)	13
2.1	KEKB 加速器の概略図	16
2.2	Belle 検出器の全体図	18
2.3	SVD の全体図	19
2.4	CDC の断面図	20
2.5	ACC の配置図	21
2.6	ACC のカウンターモジュール	22
2.7	TOF/TSC モジュール	23
2.8	ECL の断面図	24
2.9	Belle トリガーシステム	25
3.1	本研究での解析の流れ	28
3.2	重心系における事象の半球図	33
3.3	Thrust の概念図	33
3.4	Thrust 分布	34
3.5	ミッシング質量とミッシング角	35
3.6	ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット	36
3.7	アコプナリティ角 ϕ_{acop}	37
3.8	π^0 のシグナル分布。データを黒、モンテカルロ事象を青でプロットした。	40

3.9	2つの光子を組み合わせたときの概念図	40
3.10	トリガータイミング分布	40
4.1	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	48
4.2	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	48
4.3	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	49
4.4	$e-\mu$ 系の不変質量 2 乗分布	50
5.1	実データを用いる Unfold とスペクトラル関数の計算の流れ	59
5.2	Unfold の動作テストで得られた $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布	61
5.3	Unfold の動作テストでの $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $	61
5.4	補正前の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	62
5.5	補正後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	63
5.6	補正後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	63
5.7	補正後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布	64
5.8	$M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2 _{\text{generate}}$ と $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2 _{\text{observed}}$ の 2 次元プロット (detector response)	65
5.9	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 生成と選別間のアクセプタンス	66
5.10	バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布	67
5.11	Unfold 後の $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布	68
5.12	Unfold の $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} _0$	69
5.13	Unfold 後の $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布を全事象数 3.58×10^6 で規格化した分布	70
5.14	$M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布	70
5.15	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (本研究)	71
5.16	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (OPAL 実験)	72
5.17	Unfold 後の $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布を全事象数 3.58×10^6 で規格化した分布	73
5.18	Unfold 後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (OPAL 実験)	74
5.19	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の比較	75
6.1	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の分布	76

表目次

1.1	ボソン一覧	4
1.2	タウ粒子の崩壊モードの一例	8
1.3	$\alpha_s(M_Z)$ のもっとも精密な測定過程とその値 [7]	11
2.1	KEKB 加速器の各パラメータの設定値	17
2.2	各検出機の名称と主な役割	18
2.3	ECL と粒子の相互作用	24
2.4	ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における各事象の断面積とトリガーレート	26
3.1	信号事象とバックグラウンドの反応	30
3.2	実験番号ごとの収集時期とルミノシティ	38
3.3	各実験ごとの選別された $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の数とルミノシティ \mathcal{L}	41
3.4	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別によるモンテカルロシミュレーションの事象数の変化	42
3.5	各トリガーの名称と定義	44
3.6	トリガーを定義する主な変数とその意味	44
3.7	各実験ごとの選別された $e-\mu$ 事象の数とルミノシティ \mathcal{L}	45
3.8	$e-\mu$ 事象選別によるモンテカルロシミュレーションの事象数の変化	45
4.1	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象選別におけるバックグラウンドの評価	49
4.2	$e-\mu$ 崩壊事象選別におけるバックグラウンドの評価	51
4.3	各実験番号における事象数、バックグラウンドの割合、及び検出効率	52
4.4	各実験番号における検出効率の補正係数	52
4.5	崩壊分岐比の系統誤差	53
4.6	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象のモンテカルロシミュレーションの補正	54
4.7	$e-\mu$ 事象のモンテカルロシミュレーションの補正	54
4.8	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比	55

はじめに

現在、様々な素粒子現象を記述する理論として「素粒子の標準理論」が大きな成功をおさめている。標準理論は、素粒子として知られているクォークやレプトン間に働く、重力以外の3つの力、強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の記述をもとにしており、素粒子間に起こる多くの反応を精度よく説明する理論として知られている。しかしながら、標準理論ではゼロとされていたニュートリノが有限の質量を持つことが観測されたり、宇宙には多くの見えない物質が存在する証拠が最近の宇宙の観測で見つかるなど、標準理論を超える現象が近年報告されている。また、理論的にも、標準理論が究極の理論になり得ない不自然さを持つことも多く知られており、いろいろな新しい理論的な試み（超対称性理論や超弦理論）が提案されている。標準理論の精密な検証と標準理論を超える物理の探求は現代素粒子物理学の重要な課題である。

同時に標準理論の大きなミッシングリンクの問題として残っている課題が、低エネルギーのハドロン現象をクォーク間の強い相互作用を記述する量子色力学（QCD）で理解することである。強い相互作用の結合定数が弱くなる高エネルギーの現象はQCDの予言が実験をよく再現し、比較的よく理解されているが、約1GeV以下のエネルギー領域の現象はQCDで定量的な予言ができるレベルには達していない。そのより深い理解には、理論と実験の両方からのさらなるアプローチが不可欠である。

当研究で扱うタウ・レプトン（ τ 粒子）は、このようなハドロンの研究において理想的な実験場を提供している。 τ 粒子はレプトンの中で最も質量が大きく、ハドロンに崩壊する唯一のものである。初期状態がレプトンで強い力を感じないため、初状態にハドロンを含む反応に見られる複雑さが無い。故に、真空から生成される比較的低エネルギーのハドロンの生成機構を研究することができ、理想的な実験場と言える。

τ 粒子のハドロン崩壊における実験で求めるべき基本的な測定量は、崩壊分岐比と質量分布である。それらを様々な崩壊モードで測定することにより、決まった量子数（ベクター状態 $J^P = 1^-$ や軸ベクター状態 $J^P = 1^+$ ）に対応するスペクトラル関数を実験的に求めることができる。スペクトラル関数とは低エネルギーのハドロン状態の情報を記述しているもので、これを用いて τ 粒子で測定されたQCDの結合定数 α_s の測定や、QCDの低エネルギーパラメータ（クォーク凝縮パラメータ等）の決定が可能となる。

ベクター状態のスペクトラル関数には、偶数個の π 中間子の系（ $\pi^+\pi^-$, 4π , 6π ）の寄

与がある。本論文ではこれらのうち 4 個の π 中間子の状態である

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$$

崩壊のスペクトラル関数を Belle 実験のデータを用いて測定した結果について報告する。4 個の π 中間子の状態は 2 個の π 中間子の状態とともに、ベクタースペクトラル関数の主要な部分を占めている。

Belle 実験は従来の電子・陽電子衝突実験（LEP 実験や CLEO 実験）の 100 倍以上のデータを持っており、高精度のスペクトラル関数の精密な測定が可能である。

本論文の構成は以下の通りである。1 章では理論的な背景として、標準理論と τ 粒子の関わり、 τ 粒子のハドロン崩壊の一般論、スペクトラル関数の定義および $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の測定の意義について述べる。2 章では本研究のデータ収集に用いた実験装置である KEKB 加速器、Belle 検出器の仕様と、Belle 検出器を構成する各検出器の機能について説明する。3 章では、事象選別について述べる。まず一般的な $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の選別について説明し、次に $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象および $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+) \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$ 事象の選別について説明する。4 章では $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定結果と、誤差の評価について述べる。5 章ではスペクトラル関数を測定する手順と結果について説明する。観測された $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の質量分布には、 τ 粒子の目的以外の崩壊モード等から来るバックグラウンドや、検出器の有限な効率や分解能の効果が乗っており、真の質量分布とは言えない。観測された分布を真の分布へ補正する方法（Unfold）も併せて記述する。また、本研究の結果と、先行研究の結果の比較検討をする。最後に、6 章にて本研究のまとめを行う。

第 1 章

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

1.1 素粒子

物質を構成する基本的な粒子を素粒子と呼ぶ。素粒子にはクォークとレプトンの 2 種類がある。両者は共にフェルミオンであり、スピン 1/2 である。クォーク、レプトンの電荷と世代は図 1.1 の通りであり、3 世代クォークと同じく 3 世代レプトンが存在する。また、それぞれには逆の電荷を持つ反粒子が存在する。

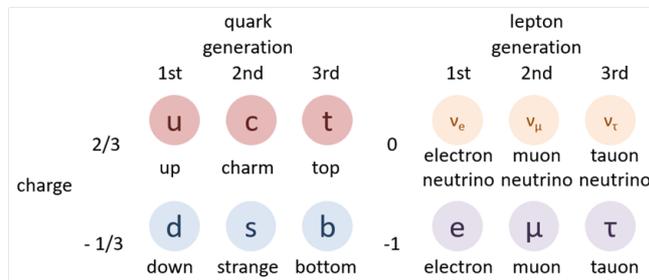


図 1.1: クォーク・レプトンの世代

クォークとレプトンの相互作用はゲージ理論によって導かれ、ゲージボソンが相互作用の媒介を担う。ボソンの種類や相互作用を表 1.1 にまとめた。2013 年頃発見されたヒッグス粒子もボソンであり、粒子と相互作用することで素粒子に質量を与える。

1.2 ハドロンと量子色力学 (QCD)

クォークは 1963 年にマレー・ゲルマンによりその頃数多く発見されたハドロンを統一的に説明するために、ハドロンの構成要素として導入された。その後、クォークは 3 つの色荷 (カラー) を持つことが判明し、その色荷をスピン 1 のグルーオンが媒介する「強い力」を説明する量子色力学 (QCD: Quatum Chromoy Dynamics) が作られた。現在、QCD は強い相互作用が関与する素粒子現象、特に高いエネルギー領域における素粒子現

表 1.1: ボソン一覧

ボソン	質量 [GeV]	相互作用	スピン	到達距離 [m]	力を感じる量子数
グルーオン	0	強い相互作用	1	$\leq 10^{-15}$	色荷
W^\pm ボソン	80	弱い相互作用	1	10^{-18}	弱電荷
Z^0 ボソン	90	弱い相互作用	1	10^{-18}	弱電荷
光子 γ	0	電磁相互作用	1	∞	電荷
ヒッグス	125	質量を与える	0		

象を非常に良く記述することが知られている。

QCD のラグランジアンは下式で与えられる。

$$\mathcal{L} = \sum_q \bar{\Psi}_{q,a} (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{ab} - g_s t_{ab}^C A_\mu^C - m_q \delta_{ab}) \Psi_{q,b} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} \quad (1.1)$$

ここで、 γ^μ はディラックの γ 行列、 m_q はクォークの質量、 $\Psi_{q,a}$ はクォークのフレーバー q 、色 a 、質量 m_q を持つクォークの場、 a, b はクォークの色荷 $a = 1, 2, 3$ (赤、青、緑)、 A_μ^c はグルーオンの場で、 A, B, C は 1 から $8 = (3^2 - 1)$ までの値をとる (8 種類のグルーオンが存在する)。 t_{ab}^c は SU(3) 群の生成子で、8 個の 3 行列であり、 g_s は QCD の結合定数である。また、 μ, ν はローレンツのインデックス、 a, b はカラーのインデックスであり、同じインデックスの繰り返しは和を取ることを意味している。 t_{ab}^C は次の SU(3) の交換関係を満たす。

$$[t^A, t^B] = if_{ABC} t^C \quad (1.2)$$

f_{ABC} は SU(3) の構造関数である。また、テンソル場 $F_{\mu\nu}^A$ は

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - g_s f_{ABC} A_\mu^B A_\nu^C \quad (1.3)$$

で与えられる。クォークもグルーオンもどちらも単独で自由粒子として観測されることはなく、ハドロンとして観測される。ハドロンは、クォーク、反クォーク、グルーオンの複合状態であり、無色 (色について singlet) な状態である。^{*1}QCD の基礎的なパラメータは結合定数 g_s (または $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$) とクォークの質量 m_q である。場の理論の大きな特徴は、結合定数がエネルギースケール μ_R に依存することである。QCD の場合、その依存性は次の繰り込み群方程式

$$\mu_R^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu_R^2} = \beta(\alpha_s) = -(b_0 \alpha_s^2 + b_1 \alpha_s^3 + b_2 \alpha_s^5 + \dots) \quad (1.4)$$

で与えられる。ここで、 $b_0 = (33 - 2n_f)/(12\pi)$ が 1-ループの β 関数の係数であり、以下、 $b_1 = (153 - 19n_f)/(24\pi^2)$, $b_2 = (2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2)/(128\pi^3)$ である。また、 n_f

^{*1} これをクォークを閉じ込めと言うが、QCD のラグランジアンがクォークの閉じ込めの機構を含んでいることは確認されていない。

はそのエネルギースケールで関与するクォークのフレーバーの数である。現在、 b_3 まで計算されている。式 1.4 で右辺が負であることは、QCD の結合定数 α_s は、エネルギーが大きくなると α_s は小さくなることを意味している。これは QCD の大きな特徴であり、漸近的自由性 (Asymptotic Freedom) と呼ばれている。

図 1.2 に、実験で得られた様々なエネルギースケールにおける α_s と、QCD の理論予測の比較を示す。実験で求められている最もエネルギーの低い点 ($Q=1.8\text{GeV}$) は、 τ 粒子の崩壊から決められている (1.3.2 にて詳述)。図 1.2 からわかるように、エネルギーが大きくなるほど α_s は小さくなり、QCD の予言である漸近的自由性を明確に示している。また、QCD の予言 (実線) は、多くの過程において測定された実験結果とよく一致している。

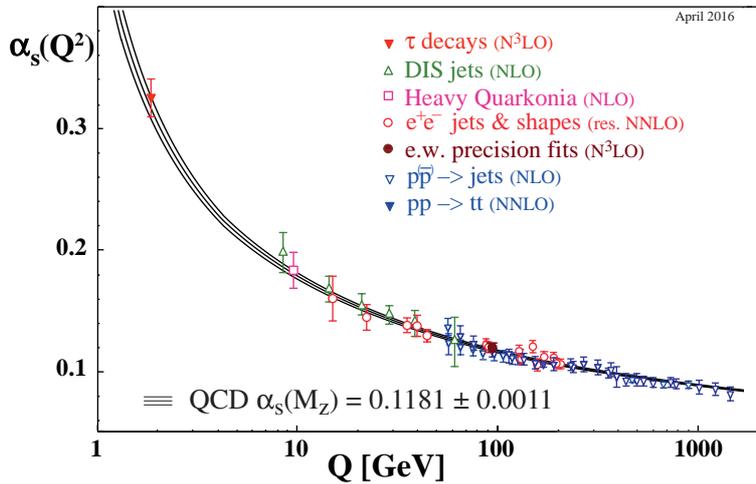


図 1.2: 様々な物理過程により決められた強い相互作用の結合定数 α_s の分布 (\overline{MS} スキーム)。明らかなエネルギースケール Q 依存性を示す。 $Q = 1.777\text{ GeV}$ の点が τ 崩壊から決定した値で、このとき $\alpha_s(M_\tau) = 0.334 \pm 0.014$ である。実線は QCD の予言を表しており、3 本線は QCD の不定性を表す。 [7]

図 1.2 から、 α_s の値は 100GeV から 1TeV の領域で $\alpha_s \sim 0.1$ となる。また、 $Q = \mu_R = 1\text{ GeV}$ あたりから小さい領域では α_s は 1 以上となり、強結合領域と呼ばれており、摂動論では取り扱うことができない。この強結合領域の問題が、標準理論の大きなミッシングリンクの問題として残っている。すなわち、低エネルギーのハドロン現象をクォーク間の強い相互作用を記述する QCD で理解すること、クォークの閉じ込め機構の理解が重要な課題である。近年、計算機による Lattice の方法による計算により、ハドロン の質量等のいくつかの課題は、QCD の第一原理から説明できるようになってきた。しかし、ハドロン の励起状態である共鳴状態、ハドロン の構造関数はまだ扱うことができない。ま

た、実験的には最も基本的な過程であるエクスクルーシブ反応、例えば、最も基礎的な陽子・陽子弾性散乱や $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ 散乱の断面積も扱うことができない。

これと相対的なアプローチとして近年、弦理論からの予言が注目されている。超高エネルギーの理論的枠組みとされていた弦理論において、AdS/CFT 対応（より一般的には重力/ゲージ (QCD) 対応とも呼ばれる）と呼ばれる対応関係が 2000 年の初頭に発見された。それによれば、ある種の 5 次元重力理論の弱結合領域と 4 次元ゲージ理論 (QCD) の強結合領域に対応関係があることが予想される。まだ、現実の QCD にそのまま対応するゲージ理論が見つけれられたわけではないが、非常に活発に研究が進んでいる領域である。この弦理論の対応関係に刺激されて、S.Brodsky らによって提案されている AdS/QCD から予言される低エネルギー領域の α_s のふるまい $\alpha_s/\pi = e^{-\frac{Q^2}{4\kappa^2}}$ と、実験値との比較を図 1.3 に示す [16, 18]。図には、スピン構造関数の測定結果、 τ の実験で求めた値、Lattice QCD の結果等がプロットされている。実線は 5 次元の反ド・ジッター重力理論と Light-Front QCD との対応関係を用いた理論からの予言である [17, 18]。

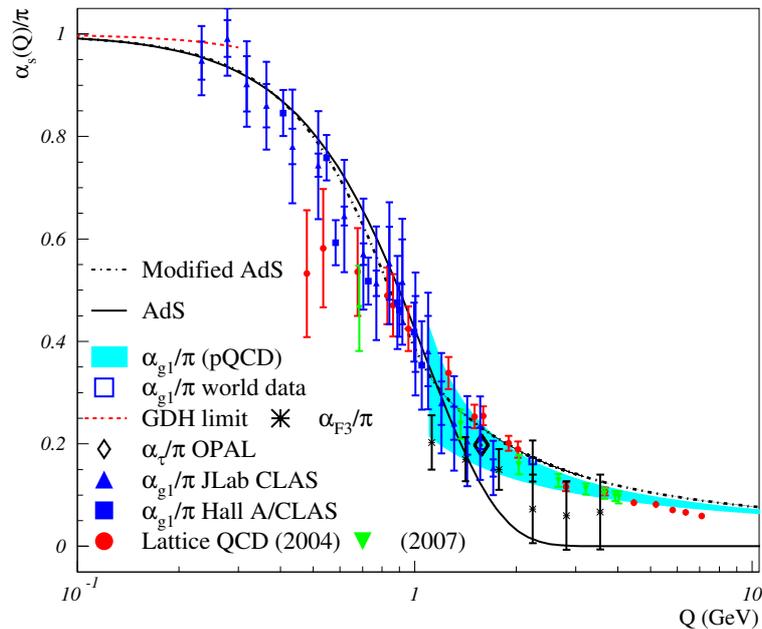


図 1.3: 低いエネルギー領域の強い相互作用の結合定数 α_s の分布 (g_1 スキーム)。ダイヤモンドが τ のデータである。 [16, 18]

このように、ハドロンが関与する低エネルギーの領域は、標準理論の課題として重要かつ理論的にも興味深い領域である。ハドロン現象のより深い理解には、さらなる実験と理論からのアプローチが不可欠である。特に、ハドロンの共鳴状態は、実験的には現象論的な Breit-Wigner 方程式の形でデータを Fit しそこから質量や強い相互作用の位相を決定

しているが、理論的にはこの位相を QCD からどのように導出するかが問題になっている。しかし、ハドロンが関与する多くの過程で測定された、誰もが使える形で提供された実験的なデータは不足している。そこで、実験家から理論家が使える形でデータを提供することが重要である。

1.3 タウの物理

タウ粒子は第三世代のレプトンであり、レプトンの中で最も重い質量 1.777GeV を持つ。 τ 粒子の生成には、電子・陽電子衝突型加速器での τ 粒子対生成が最も簡単な方法である ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$)。重心系エネルギー $\sqrt{s} = 10.58\text{GeV}$ の KEKB 加速器における $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の生成断面積は

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)) = (0.919 \pm 0.003) \text{ nb} \quad (1.5)$$

である。これは輻射補正を含んだ結果である。また、これは B 中間子対生成とほぼ同じ断面積であり、一年間で B 中間子対とほぼ同じ量 (10^8 個) の τ 粒子が生成される。生成された τ 粒子は平均 $240\mu\text{m}$ 飛んだのち、様々な終状態へ崩壊する。 τ 粒子の崩壊モードの例を表 1.2 に示す。 τ 粒子の崩壊モードのうち、終状態に軽いレプトン (e, μ) のみを含むものをレプトニック崩壊。ハドロン (π, K 及びハドロンの共鳴状態) を含むものをハドロニック崩壊もしくはセミ・レプトニック崩壊と呼ぶ。ハドロニック崩壊は、ハドロン系のストレンジネス $S = 0$ のノンストレンジ状態と、 $|S| = 1$ のストレンジ状態に分類できる。

1.3.1 レプトニック崩壊

タウ粒子が $e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ や $\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊する、レプトニック崩壊の崩壊分岐比は 35.2% である。この値は理論的には電弱相互作用のループレベルの放射補正までよく理解されており、崩壊幅は式 1.6 で得られる。

$$\Gamma = 1\tau \rightarrow \ell \equiv \Gamma(\tau^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau) = \frac{G_\mu^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_\ell^2}{m_\tau^2}\right) \left(1 + \frac{3}{5} \frac{m_\ell^2}{m_w^2}\right) \left(1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi} \left[\frac{25}{4} - \pi^2\right]\right) \quad (1.6)$$

ここで、 ℓ は e または μ 、 G_μ はフェルミ結合定数、 m_ℓ は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、 $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ ($x = \frac{m_\ell^2}{m_\tau^2}$) である。電子に崩壊する場合は電子の質量は τ 粒子の質量に比べて非常に小さいため、 $f(x) \simeq 1$ となる。

式 (1.6) の崩壊幅を用いて、レプトニック崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\tau \rightarrow \ell}$ は

$$\mathcal{B}_{\tau \rightarrow \ell} = \frac{\Gamma_{\tau \rightarrow \ell}}{\Gamma_{tot}} \quad (1.7)$$

で表される。ここで、 ℓ は e または μ 、 Γ_{tot} は τ 粒子が崩壊する全てのモードの崩壊幅の和である。

表 1.2: タウ粒子の崩壊モードの一例。V はベクター状態 ($J^P = 1^-$)、A は軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$)、S はストレンジネス状態を表す。崩壊分岐比は PDG による。 [7]

崩壊モード	崩壊過程	崩壊分岐比 (%)
レプトニック崩壊		
	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	17.82 ± 0.04
	$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	17.39 ± 0.04
ハドロニック崩壊		
A	$\pi^- \nu_\tau$	10.82 ± 0.05
V	$\pi^- \pi^0 \nu_\tau$	25.49 ± 0.09
A	$\pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$	9.26 ± 0.10
V	$\pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$	1.04 ± 0.07
A	$\pi^- \pi^- \pi^+ \nu_\tau$	9.02 ± 0.05
V	$\pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$	4.49 ± 0.05
S	$K^- \nu_\tau$	6.96 ± 0.10
S	$K^- \pi^0 \nu_\tau$	0.433 ± 0.015
S	$\bar{K}^0 \pi^- \nu_\tau$	0.84 ± 0.014
S	$K^- 2\pi^0 \nu_\tau$	0.065 ± 0.022
S	$K^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$	0.345 ± 0.007
S	$\bar{K}^0 \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	0.382 ± 0.013

Γ_{tot} は τ 粒子の寿命 τ_τ と

$$\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$$

の関係なので、 Γ_{tot} は τ_τ を測定することで求めることができる。

1.3.2 ハドロニック崩壊

タウ粒子のハドロニック崩壊 $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ のファインマン図を図 1.4 に示す。図 1.4 にも示したように、 τ 粒子のハドロニック崩壊では強い相互作用を受けないレプトンだけのバーテックス部分と、弱い相互作用を経てハドロンへ崩壊するハドロニックな部分から構成されている。前者のレプトン側のバーテックス部分の構造はよく研究されており、V-A 型 ($\gamma^\mu(1-\gamma^5)$) で与えられる。後者のハドロン側のバーテックス部分も、ベクター γ^5 に比例する項と、軸ベクター $\gamma^\mu \gamma^5$ に比例する項からなるが、比例係数は 1 ではなく、一般的にその係数はスペクトラル関数 $v_J(s)$ と $a_J(s)$ で与えられる。ここで、J はハドロン系のスピンである。一般的に J は 0 または 1 の値をとる。 τ 粒子の崩壊ではスピン $J = 1$ の状態が主要な成分である。J = 1 の状態では、ベクター状態 V (スピン・パリティ $J^P = 1^-$) と軸ベクター状態 A ($J^P = 1^+$) をとることができる。 τ 粒子の場合

は両者への崩壊が可能であり、終状態の π 中間子が偶数個のときはベクター状態、奇数個のときは軸ベクター状態となる。これ以外では、 K 中間子を奇数個含むストレンジネス S を持つ状態がある。ストレンジネスを持つ状態への崩壊はカビボ角 $\sin\theta_c = V_{us}$ の 2 乗がかかるため、 $S = 0$ への崩壊と比べ $1/20$ 程度に抑制される。

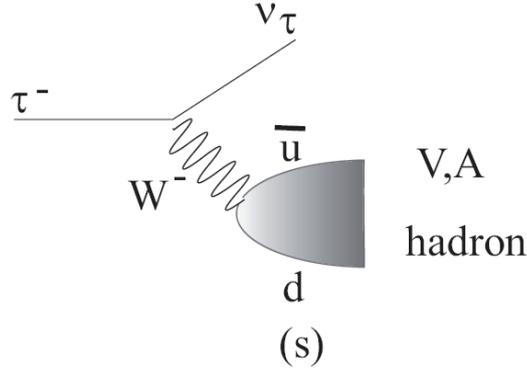


図 1.4: $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊

タウ粒子のハドロン崩壊幅とレプトン崩壊幅の比 (R 比) は

$$R \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = R_{\tau,V} + R_{\tau,A} + R_{\tau,S} \quad (1.8)$$

のように定義されている。ここで $R_{\tau,V}$ はハドロンがベクター状態の R 比、 $R_{\tau,A}$ はハドロンが軸ベクター状態の R 比、 $R_{\tau,S}$ はハドロンのストレンジネスが $S = \pm 1$ のときの R 比である。理論的には R 比は 2 点相関関数 $\Pi^J(s)$ の s に関する積分として与えられる。

$$R = 12\pi \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right) \text{Im}\Pi^{(1)}(s) + \text{Im}\Pi^{(0)}(s)\right] \quad (1.9)$$

ここで、 s はハドロン系全体の質量の 2 乗、 J はハドロン状態の角運動量である。上記の相関関数は以下のように個々の寄与に分解される。

$$\Pi^J(s) \equiv |V_{ud}|^2 [\Pi_{ud}^{V,J}(s) + \Pi_{ud}^{A,J}(s)] + |V_{us}|^2 [\Pi_{us}^{V,J}(s) + \Pi_{us}^{A,J}(s)] \quad (1.10)$$

ここで、 V_{ij} は小林益川行列の要素である。上の標識中に現れる 2 点相関関数はハドロンカレント $J_\mu^{V/A}$ を用いて以下のように定義されている。この定義式は理論の計算に便利である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(q) \equiv i \int dx e^{ipx} \langle 0 | T(J_\mu^{V/A}(x) J_\nu^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle \quad (1.11)$$

$\langle 0 | T(J_\mu^{V/A}(x) J_\nu^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle$ は真空期待値を意味し、 T は時間積分を表す。また、ハドロンのベクターカレント $J_\mu^V = \bar{q}_j \gamma_\mu q_i$ 、ハドロンの軸ベクターカレント $J_\mu^A = \bar{q}_j \gamma_\mu \gamma^5 q_i$

である。 i, j はクォークのフレーバー u, d, s である。相関関数はハドロン静止系の角運動量 $J = 0, 1$ により、 Π^0 と Π^1 の成分に分解することが可能である。

$$\Pi_{\mu\nu, ij}^{V/A}(p) = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2) \Pi_{i,j}^{V/A,1}(p^2) + p_\mu p_\nu \Pi_{i,j}^{V/A,0}(p^2) \quad (1.12)$$

相関関数の虚数部がハドロンのスペクトラル関数 v_1 (ノンストレンジのベクター状態)、 a_1 (ノンストレンジの軸ベクター状態)、 v_0 (ノンストレンジのスカラー状態) に対応する。

$$\text{Im}\Pi_{\bar{u}d(s)}^{(1),V/A}(s) = \frac{1}{2\pi} v_1/a_1(s) \quad (1.13)$$

$$\text{Im}\Pi_{\bar{u}d(s)}^{(0),A}(s) = \frac{1}{2\pi} a_0(s) \quad (1.14)$$

相関関数を第一原理である QCD からすべての s の領域について求めることは今のところではできない。しかしながら、 s の大きな領域 $s = M_\tau^2$ においては相関関数の解析性と摂動論的 QCD を用いて求めることが可能である。そこでは強い相互作用の結合定数 α_s とクォークの質量および小林益川の行列要素がパラメータとなる。 τ 粒子のストレンジネスを持たない ($S = 0$) ハドロニック崩壊の崩壊幅の比 $R_{\tau,S,V+A}$ から τ 粒子の質量領域における $\alpha_s(m_\tau^2)$ の値が決定されている。

$$R_{\tau,V+A} = N_c |V_{ud}|^2 S_{EW} (1 + \delta_P + \delta_{NP}) \quad (1.15)$$

ここで N_c はクォークカラーの数 ($N_c = 3$)、 $|V_{ud}|$ はカビボ小林益川の成分、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数、 δ_P は摂動論的 QCD の補正項であり α_s^4 までよく知られている [19, 20, 21]。

$$\delta_P = \frac{\alpha_s(m_\tau^2)}{\pi} + 5.2023 \frac{\alpha_s^2(m_\tau^2)}{\pi^2} + 26.366 \frac{\alpha_s^3(m_\tau^2)}{\pi^3} + (78.003 + K_4) \frac{\alpha_s^4(m_\tau^2)}{\pi^4} + O(\alpha_s^5(m_\tau^2)) \quad (1.16)$$

δ_{NP} は非摂動論的 QCD の補正項である。理論的にはこの項の不定性が一番大きい。 τ 粒子のスペクトラル関数は、この項の見積もりのために重要である [22, 23]。ハドロニック崩壊の崩壊率の比 $R_{\tau,S,V+A}$ の測定値は τ 粒子のレプトン崩壊から決まり、

$$R_{\tau,S,V+A} = 3.6380 \pm 0.0083 \quad (1.17)$$

である。一方、QCD の 0 次のオーダーである電弱相互作用の寄与のみのクォークモデルでは

$$R_{\tau,S,V+A} = N_c \times (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2) = 2.9997 \pm 0.0010 \quad (1.18)$$

が期待される。ここで、 $V_{ud} = 0.974 \pm 0.0010$, $V_{us} = 0.2246 \pm 0.00012$ である。このように電弱相互作用に基づいた理論計算と観測値の間には差があり、両者の差は QCD 補正 ($\delta_P + \delta_{NP}$) に起因する。この差から $\alpha_s(m_\tau^2) = 0.334 \pm 0.014$ が決まる。図 1.2 にこのように τ 粒子から決まった $\alpha_s(m_\tau^2)$ の値と α_s のエネルギー依存を示す。現在、 Z ボソン質量における α_s の値 $\alpha_s(M_Z)$ のもっとも精密な値は τ 崩壊・LatticeQCD・Zpeak から求められている (表 1.3)。精度はそれぞれ 1~3% である。 τ 粒子のハドロン崩壊はエネルギースケールの最も小さい領域 ($Q=1.777 \text{ GeV}$) での α_s の値を与えている。

表 1.3: $\alpha_s(M_Z)$ のもっとも精密な測定過程とその値 [7]

測定過程	$\alpha_s(M_Z)$
τ 崩壊	0.1202 ± 0.0019
LatticeQCD	0.1192 ± 0.0011
Zpeak	0.1224 ± 0.0039

図 1.2 にて 3 本の実線で表されている QCD による α_s の不定性は、主に非摂動的な効果 (δ_{NP}) の不定性から来ている。 α_s の精度をさらに向上させるためには、崩壊幅 $R_{\tau,S,V+A}$ のハドロン系の質量 (s) 依存性から得られる δ_{NP} に関する詳しい情報が必要で、そのためにはその質量依存性を表す量がスペクトラル関数が重要である。

タウ粒子のハドロニック崩壊は崩壊率 R を実験的に決めることが出来るという利点を持っている。特にハドロニック崩壊のベクター状態と軸ベクター状態に分けた質量分布は非摂動的 QCD によるハドロン理解に必須の情報となる。スペクトラル関数は重心系エネルギーで $0.5 \sim 2 \text{ GeV}$ にあたる領域のハドロン情報を持っていて、この低エネルギー領域は QCD 理論では計算することができないため、実験からスペクトラル関数を求めることは非常に重要である。これにより α_s を求めるほか、QCD 和則などの理論と比較することで、クォーク凝縮状態 ($\langle 0|q\bar{q}|0 \rangle$) などの非摂動効果に関する情報を得ることができる。

1.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

過去、OPAL 実験と ALEPH 実験から $\tau \rightarrow 4\pi$ のスペクトラル関数についての結果が報告されている。ALEPH 実験でのベクター状態のスペクトラル関数を図 1.6、軸ベクター状態のスペクトラル関数を図 1.8、OPAL 実験でのベクター状態のスペクトラル関数を図 1.7、軸ベクター状態のスペクトラル関数を図 1.9 に示す。ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (図 1.6、図 1.7) では、高い質量領域は 4π 系のスペクトラル関数が占めている。 2 GeV^2 以上の高い質量領域の誤差が大きいが、Belle 実験は OPAL 実験及び ALEPH 実験より 2 桁多い実験データを持っているのでスペクトラル関数の研究に大きな貢献ができると考えられる。

本論文では、 τ 粒子のハドロニック崩壊のうち $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ モードについて、Belle 検出器で収集したデータを用いて研究した結果を報告する。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図を図 1.5 に示す。

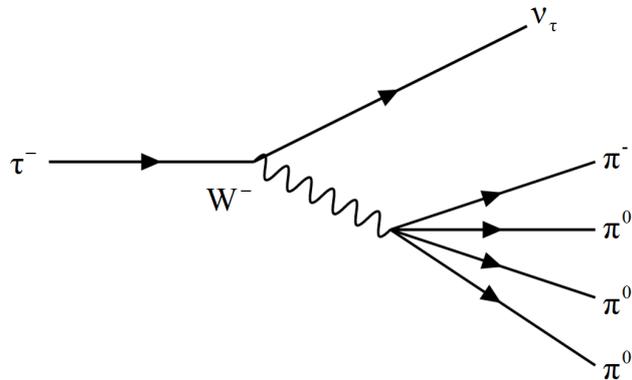


図 1.5: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊は 4π 系のベクター状態であり、先述の通りこの状態のスペクトラル関数の測定は QCD 理論との比較において非常に重要である。

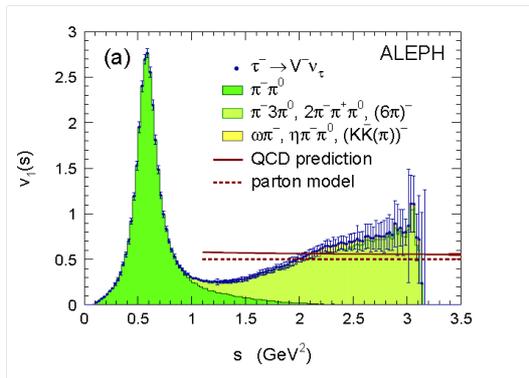


図 1.6: ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験)。緑色のヒストグラムが 4π 系の分布を表しており、 $v(s) = 0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]

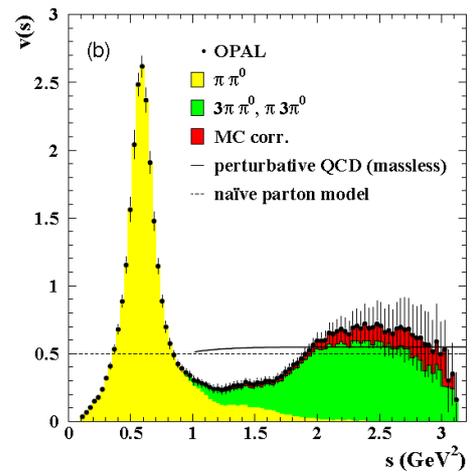


図 1.7: ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)。緑色のヒストグラムが 4π 系の分布を表しており、 $v(s) = 0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [3]

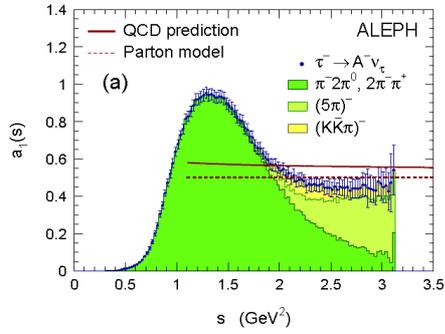


図 1.8: 軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験)。 $a(s) = 0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]

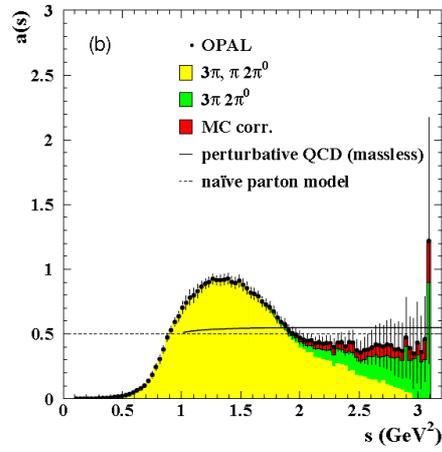


図 1.9: 軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)。 $a(s) = 0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [3]

1.5 スペクトラル関数の測定方法

スペクトラル関数は実験から測定した値から導出することができる。4 π 系でのスペクトラル関数は式 1.19 となる。

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{CKM}|^2 S_{EW}} \frac{1}{\left(1 - \frac{2s}{M_\tau^2}\right)} \frac{B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds} \quad (1.19)$$

ここで s は不変質量の 2 乗、 M_τ は τ 粒子の質量、 $|V_{CKM}|$ はカビボ-小林益川行列の成分、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数で、 $S_{EW} = 1.0198$ である。また $B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比、 $B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比、 $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ は $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の質量分布である。本実験では $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比と $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の質量分布 $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ を測定し、その結果を元にスペクトラル関数を求める。

第 2 章

実験装置

2.1 KEKB 加速器

KEKB 加速器は、茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構（KEK）に建設された、電子・陽電子衝突型加速器である。KEKB 加速器は以下のような特徴がある。

- 重心系エネルギーを $\Upsilon(4S)$ の不変質量と同じ 10.58GeV に設定することで、 $\Upsilon(4S)$ を生成する。 $\Upsilon(4S)$ はほぼ 100% の確率で $B\bar{B}$ に崩壊するため、B 中間子を大量に生成することができる。また、B 中間子以外からくるバックグラウンドを抑えることができる。こうして B 中間子と反 B 中間子の崩壊の違いを測定することにより、CP 対称性の破れの測定に理想的な実験場を提供している。
- B 中間子の崩壊時間を高精度で測定するために、KEKB 加速器は電子・陽電子の重心系エネルギーが非対称の 2 リング型衝突型加速器になっている。重心系エネルギーを非対称にすることにより生成された B 中間子はローレンツブーストされ飛行距離が伸びるため、崩壊の時間依存性も含め高精度の測定が可能となる。
- CP 対称性の破れの測定に重要な B 中間子の崩壊モードの崩壊分岐比は 10^{-5} から 10^{-6} と小さいため、大量の $B\bar{B}$ の生成が必要となる。このため、KEKB 加速器の前身となる TRISTAN 加速器などの従来の加速器より 2 桁高いビーム強度 ($1 \times 10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) に設計されている。

KEKB 加速器のような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子を異なるリングに蓄積するために 2 リングが必要となる。KEKB 加速器の全体図を図 2.1 に示す。KEKB 加速器は、トリスタン実験で使用された既存の周長 3km のトンネルの中に、電子を蓄積する 8GeV のリングと、陽電子を蓄積する 3.5GeV のリングを並べて設置されている。電子と陽電子はそれぞれ反対方向にリングを周回し、リングの交差点で衝突する。リングの交差点は 2 ヶ所あるが、そのうち筑波実験棟内の 1 ヶ所で衝突し、衝突点を囲んで、大型検出器の Belle 検出器が設置されている。Belle 検出器については 2 節で詳述する。KEKB 加速器ではビーム強度（以下ルミノシティと呼ぶ）が最大となるように設計

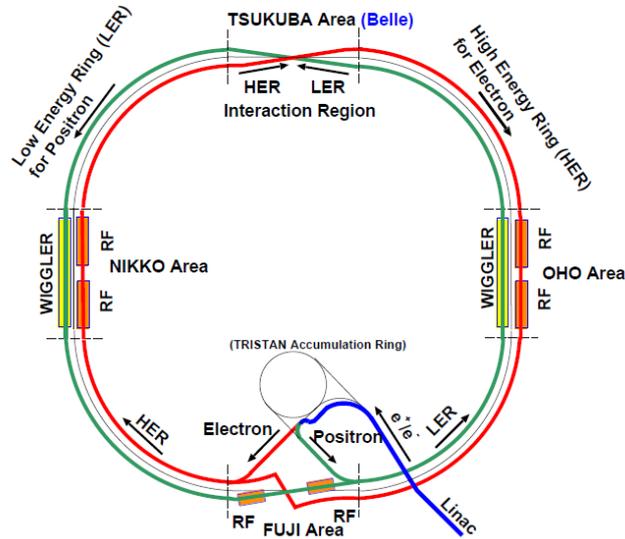


図 2.1: KEKB 加速器の概略図

されている。ルミノシティ \mathcal{L} と断面積 σ の反応の発生頻度 R との間には

$$R = \mathcal{L}\sigma \quad (2.1)$$

の関係が成り立つ。衝突型加速器におけるルミノシティは次式のように与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi (1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right)_{\pm} \quad (2.2)$$

- E : ビームエネルギー [GeV]
- I : 蓄積電流 [A]
- ξ : ビームビームチューンシフト (衝突時に働くビーム・ビーム力の強さを表す量)
- r : 衝突点における垂直方向のビームサイズを水平方向のビームサイズで割った値
- β_y^* : 衝突点で垂直方向のビームの絞りを表すパラメータ [cm]

ここでは $\xi \simeq 0.040$ である。式 2.2 から、ルミノシティを大きくするには、蓄積電流 A とビームビームチューンシフト ξ を大きくし、 β_y^* を小さくすれば良い。表 2.1 に、KEKB 加速器の各パラメータの設定値を示す。設定値のルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ に到達するためには、陽電子リングに 2.6A、電子リングに 1.1A の電流を蓄積し、 β_y^* を 0.01m にする必要がある。

KEKB 加速器では 2003 年 5 月に設定値であるルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ を達成した。その後も記録を更新し続け、2005 年 12 月には $1.6 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ に到達している。これは、電子・陽電子型加速器のみならず、全世界の衝突型加速器で実現された最も高いルミノシティである。

表 2.1: KEKB 加速器の各パラメータの設定値

リング	LER (陽電子リング)	HER (電子リング)	単位
ビームエネルギー	3.5	8.0	GeV
周長		3016.26	m
ルミノシティ		1×10^{34}	$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
ビーム交差角		± 11	mrاد
ビームビームチューンシフト		0.039/0.052	
Beta function at IP (β_x^*/β_y^*)		0.33/0.01	m
ビーム電流	2.6	1.1	A
バンチ間隔		0.59	m
バンチの数		5000	

2.2 Belle 検出器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対 ($e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$) が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個ずつ放出される。また、本実験の主題である $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成された $\tau^+\tau^-$ が崩壊すると、それぞれの終状態には 1 個、3 個または 5 個の荷電粒子と 0~3 個の π^0 が含まれている。解析においては、荷電粒子の運動量だけではなく、荷電粒子の種類 (電子・ μ 粒子・ π 中間子・K 中間子) の識別が非常に重要である。Belle 検出器はこれらの粒子を高効率で検出し、粒子の崩壊点や種類を識別する能力を持つように設計された、大型の高性能な検出器である。Belle 検出器の概念図を図 2.2 に、Belle 検出器を構成する各検出器の名称と主な役割を表 2.2 に示す。Belle 検出器では、ビームの衝突点を原点とし、電子ビームの方向を z 軸、鉛直上向きを y 軸、 $y-z$ から右手系になるように x 軸という座標軸をとっている。また、 z 軸周りの回転角を ϕ 、 z 軸からの偏角を θ 、 z 軸からの距離を $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ とする。

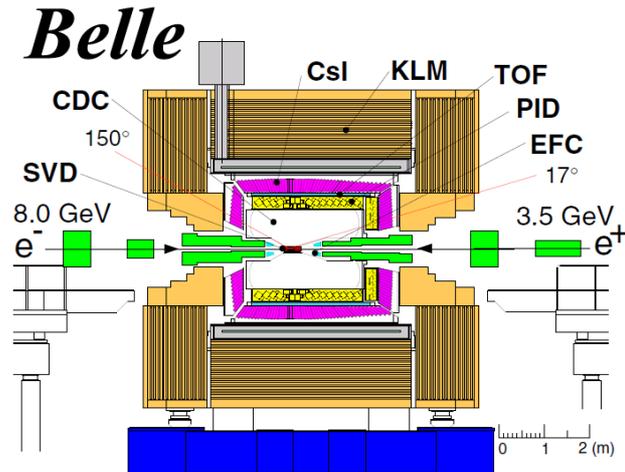


図 2.2: Belle 検出器の全体図

表 2.2: 各検出機の名称と主な役割

検出器	役割	
EFC	超前後方カロリメーター	ルミノシティのモニター
SVD	粒子崩壊点検出器	B 中間子の崩壊点測定
CDC	中央飛跡検出器	荷電粒子の運動量測定
ACC	エアロジェルチェレンコフカウンター	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
TOF	飛行時間測定器	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
ECL	CsI 電磁カロリメーター	光子の検出とエネルギー測定
KLM	K_L^0 粒子・ μ 粒子検出器	K_L^0 粒子と μ 粒子の検出

2.2.1 粒子崩壊点検出器 (SVD)

SVD (Silicon Vertex Detector) は、 $10^{-10} \sim 10^{-13}$ s 程度の短い寿命を持つ粒子の崩壊点を測定するためにビームパイプに直接設置された検出器である。実験を通して、直径 2cm と 1.5cm の 2 種類のビームパイプが使用された。粒子崩壊点の検出は B 中間子だけではなく、D 中間子や τ 粒子の研究を行う上でも重要である。SVD は崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 80 \mu\text{m}$ を持っている。また、SVD の外側に設置されている中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割も担っている。図 2.3 は SVD の断面図 (sideview, endview) である。3 層構造で、各層は、内側から半径 30mm、45mm、60.5mm の位置にあたる。また、ビーム軸との角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っており、これは全立体角の 86% に相当する。

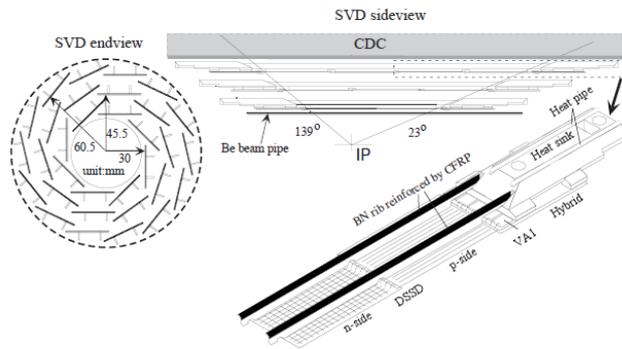


図 2.3: SVD の全体図。2003 年夏までの SVD1。

SVD は短冊形の半導体検出器である、両面シリコンストリップ検出器 (DSSD) からできている。DSSD とは、厚さ $300\ \mu\text{m}$ のシリコン板の両面に、幅 $6\ \mu\text{m}$ の電極を $25\ \mu\text{m}$ の間隔で構成されたものである。片面で ϕ 方向、もう片面で z 軸方向の位置を測定する。両面に逆バイアス電圧をかけることで、荷電粒子が通過したときに生成する電子とホール対を各電極に集めて信号を読み出し、位置を測定する。この DSSD を何層か重ねて多重はしご (ラダー) 構造にし、ビームラインを中心に隙間がないように円筒状に配置している。各層で検出された粒子の位置を組み合わせ、衝突点付近まで補間することで B 中間子の崩壊点を測定する。

位置分解能は約 $100\ \mu\text{m}$ である。位置分解能を向上させるため、最内層は可能な限り衝突点に近寄せ、検出器全体がビームパイプと一体になるような設計となっている。また、多重散乱を抑えるため、検出部の物質量を小さくし、読み出しのエレクトロニクスは検出器有感領域の外側に設置している。さらに、衝突点に最も近い検出器なので、ビームバックグラウンドを多く受ける。放射線に対して十分な耐性を持たせるために、最新のエレクトロニクスの半導体プロセスが用いられている。

2.2.2 中央飛跡検出器 (CDC)

CDC (Central Drift Chamber) は、荷電粒子の検出及びエネルギー損失 (dE/dx) の測定を行う多線型のドリフトチェンバーである。1.5T の磁場中に設置され、He: C₂H₆=1:1 の混合ガス中に多数の電極ワイヤーが張られている。荷電粒子が CDC を通過すると、ガス分子がイオン化される。このとき原子から分離した電子が陽極ワイヤーまで移動 (ドリフト) する時間から、粒子の通過位置を逆算する。磁場中を運動する荷電粒子は、ローレンツ力を受けて、運動量に応じた螺旋を描く。この飛跡を各ワイヤーから得た通過位置から再構成し、磁場の大きさと曲率半径から、荷電粒子の運動量を測定する。飛跡の xy 平面上での曲率半径を $R[\text{m}]$ とすると、荷電粒子の横運動量 $p_T[\text{GeV}/c]$ は

$$p_T[\text{GeV}/c] = 0.3B_{[\text{T}]}R_{[\text{m}]} \quad (2.3)$$

となる。ここで、運動量の z 成分は z 軸に対する傾きから求められる。また、ワイヤー 1 本の xy 平面内の位置分解能は $130\ \mu\text{m}$ 、運動量の分解能 σ_{p_T}/p_T は $0.5\sqrt{p_T^2 + 1}(\%)$ である。また、CDC では飛跡検出と同時に、荷電粒子が通過したときに生じる電子を集めて信号として読み出し、荷電粒子のガス中での電離損失 dE/dx を測定する。 dE/dx は運動量が同じでも荷電粒子の種類によって値が異なるので、粒子識別に用いることができる。 dE/dx の分解能は 6.0% である。

CDC の構造を図 2.4 に示す。外半径 88cm 、内半径 7.7cm 、長さ 235cm の円筒形で、SVD と同様に $17^\circ < \theta < 150^\circ$ の領域をカバーしている。また、電子ビームと陽電子ビームのエネルギーが異なることを考慮して、 z 方向に非対称な形をしている。内部のチェンバーは 50 層のアノードワイヤーと、3 層のフィールドワイヤーから構成される。陽極のアノードワイヤーは直径 $30\ \mu\text{m}$ の金メッキタンングステン製、陰極のフィールドワイヤーは直径 $120\ \mu\text{m}$ のアルミニウム合金製である。1 本のアノードワイヤーを 8 本のフィールドワイヤーで取り囲むように配置されており、ワイヤーの総本数は CDC 全体で 3 万本に及ぶ。荷電粒子の多重散乱を抑えるために、ガス、ワイヤーともに物質量の小さいものを使用している。

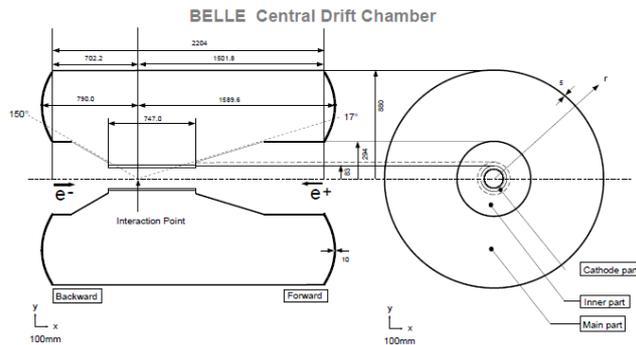


図 2.4: CDC の断面図

2.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター (ACC)

ACC (Aerogel Cerenkov Counter) は、 $1.2\sim 3.5\text{ GeV}/c$ の広い運動量領域において、 K 中間子と π 中間子の識別を行う閾値型チェレンコフカウンターである。質量 m の荷電粒子が屈折率 n の物質を速度 v で通過する際、式 2.4 の条件を満たすとチェレンコフ光を放射する。

$$n > \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2} \quad (2.4)$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

K 中間子と π 中間子が同じ運動量で放射体を通過しても、質量の違いから、 π 中間子のみがチェレンコフ光を放射する運動量領域が存在する。これを利用すると、放射体に適当な屈折率の物質を用いれば、チェレンコフ光の放射の有無で K 中間子と π 中間子を識別することができる。

Belle 検出器では、放射体に屈折率が非常に小さいシリカエアロジェル ($n = 1.01 \sim 1.03$) を使用し、ファインメッシュタイプの光電子増倍管でチェレンコフ光を検出している。ビームエネルギーが非対称のため、衝突で生成される粒子の運動量の大きさは z 軸方向からの角度 θ に依存する。そのため、広い運動量領域での高精度の K/ π 中間子識別を実現するため、図 2.5 に示すように θ によって異なる屈折率のエアロジェルを使用している。

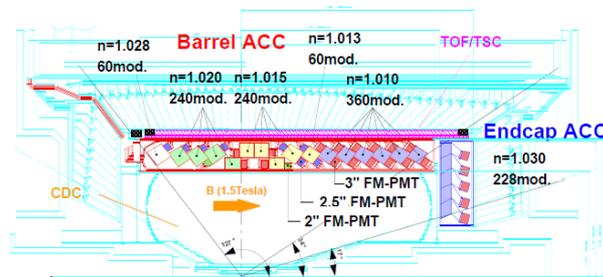


図 2.5: ACC の配置図

ACC のバレル領域は、 ϕ 方向に 60 セルに分割した 960 個のカウンターモジュールで、エンドキャップ領域は 5 層の同心円状に配置された 228 個のカウンターモジュールから構成されている。全てのカウンターモジュールは衝突点の方向に向けた状態で配置されており、ACC 全体で $17^\circ < \theta < 127.2^\circ$ の領域をカバーしている。ACC のカウンターモジュールを図 2.6 に示す。(a)、(b) はそれぞれバレル領域とエンドキャップ領域のモジュールである。5 枚のエアロジェルのタイルが、大きさ約 $12 \times 12 \times 12 \text{ m}^3$ 、板厚 0.2mm のアルミニウム製の箱の中に積み重ねられている。チェレンコフ光を効率的に検出するために、1 つまたは 2 つのファインメッシュ型光電子増倍管 (FM-PMT) をエアロジェルに直接取り付けられている。この FM-PMT は 1.5T の磁場中でも使用可能である。

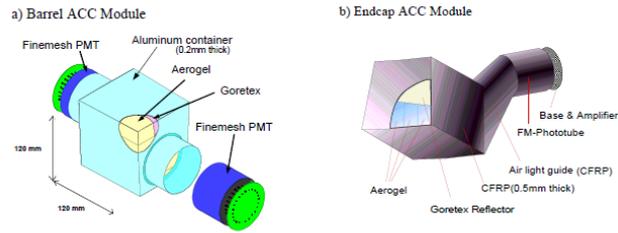


図 2.6: ACC のカウンターモジュール

2.2.4 飛行時間測定器 (TOF)

TOF (Time Of Flight counter) は、衝突点からの飛行時間を測定することで K 中間子と π 中間子の識別を主に行うプラスチックシンチレーションカウンターである。同じ運動量であっても、粒子の種類が違くと速度が異なるため、飛行時間から速度を求めることで K/ π 中間子を識別できる。TOF の荷電粒子の識別は、およそ 1.2GeV 以下の運動量領域で有効である。また、CDC と組み合わせて荷電粒子を検出し、事象が発生した時刻を得るためのトリガー信号を発する役割も持っている。TOF システムは、64 個のモジュールで構成される。モジュール 1 つは台形の TOF カウンター 1 つと TSC (トリガーシンチレータ) 2 つから成るので、システム全体は 128 個の TOF カウンターと、64 個の TSC で構成される。64 個の TOF/TSC モジュールで、衝突点から 1.2cm の位置で、 $34^\circ < \theta < 120^\circ$ の領域をカバーしている。このモジュール群は ECL の内壁に取り付けられている。また、TOF カウンターと TSC の間には 1.5cm の間隔が設けられている。これはビームバックグラウンドの光子が電子・陽電子対生成を起こしても、1.5T の磁場によって軌道を小さく旋回させ、生成された電子・陽電子を TOF に届かないようにするためである。粒子の飛行時間 T_{TOF} 、飛行距離 L_{path} 、運動量 p との間には以下の関係が成り立つ。

$$\beta = \frac{L_{\text{path}}}{c \cdot T_{\text{TOF}}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}}$$

$$T_{\text{TOF}} = \frac{L_{\text{path}}}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m^2}{p^2}\right)^2} \quad (2.5)$$

E : 粒子のエネルギー
 p : 粒子の運動量
 m : 粒子質量

式 2.5 から、TOF と CDC で測定された運動量を用いて粒子の質量を求めることで、粒子の種類を同定できる。飛行距離 1.2m、時間分解能 100psec を満たしていれば、

1.2 GeV/c 以下の K 中間子と π 中間子の識別が可能となる。これは $\Upsilon(4S)$ 崩壊で生成される粒子の 90% である。

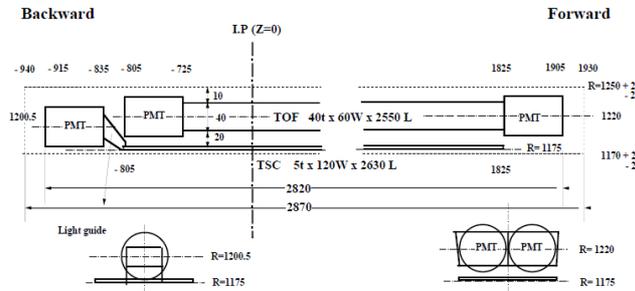


図 2.7: TOF/TSC モジュール

2.2.5 電磁カロリメーター (ECL)

ECL (Electromagnetic Calorimeter) は、光子や電子及び陽電子のエネルギーと入射位置を測定するシンチレーションカウンターである。高エネルギーの光子や電子及び陽電子が物質に入射すると、電磁シャワーを形成し、物質中の原子を励起させ自身はエネルギーを失う。このとき、物質の厚さが十分であれば、入射粒子はほとんどすべてのエネルギーを物質中で失う。このため、励起した原子が脱励起する際に発する、シンチレーション光の光量を電気信号に変換して読み出すことで、入射粒子のエネルギーを測定できる。

CDC で測定した運動量 p と、ECL で測定したエネルギー損失 E の比 E/p は、電子または陽電子を識別する上で重要な測定量である。表 2.3 に ECL と光子及び荷電粒子の相互作用を示す。表 2.3 から、電子・陽電子だけが ECL 中で電磁シャワーを形成しほとんどのエネルギーを失う。他の荷電粒子はエネルギーの一部を失うだけなので、電子・陽電子に比べて E/p は 1 よりずっと小さくなる。よって、 E/p から電子・陽電子と他の荷電粒子を高精度で識別することができる。また、光子のエネルギーと方向を高精度で測定することは、B 中間子を研究する上で非常に重要である。これは、B 中間子の崩壊過程のうち、約 1/3 は π^0 を含んでおり、 π^0 はほぼ 100% の確率で 2 つの光子に崩壊するためである。

表 2.3: ECL と粒子の相互作用

粒子	相互作用	エネルギー損失
e, γ	電磁シャワー	\sim 粒子のエネルギー
μ	イオン化	$\sim 200\text{MeV}$
π, K, p	イオン化、ハドロン相互作用	$\geq 200\text{MeV}$ $<$ 粒子のエネルギー

ECL では、高いエネルギー分解能を得るために、光量の多い CsI(Tl) 結晶を使用している。使用されている CsI カウンターは総数 8736 本、総重量 43t に及ぶ。また、ECL は、バレル部分・前方エンドキャップ・後方エンドキャップ部分から構成されている。バレル部分は外径 3.0m、内径 1.25m の円筒状である。前方エンドキャップは衝突点から 1.96m、後方エンドキャップは-1.02m に位置する。検出領域は $17.0^\circ < \theta < 150.0^\circ$ をカバーしている。衝突点で生成された光子がカウンターとカウンターの間をすり抜けるのを防ぐため、各結晶は、軸をほぼ衝突点に向けて配置されている。それぞれの傾きの大きさは、バレル部分では $r-\phi$ 平面上で約 1.3° 、前方エンドキャップ部分では θ 方向に約 1.5° 、後方エンドキャップ部分では約 1.5° である。ECL の断面図を図 2.8 に示す。

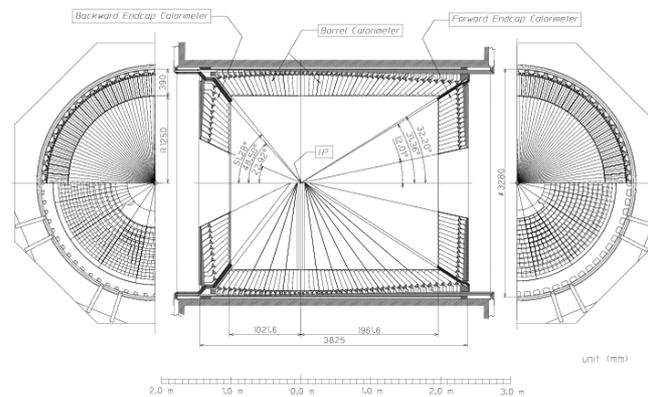


図 2.8: ECL の断面図

2.2.6 K_L^0 粒子・ μ 粒子検出器 (KLM)

KLM (K_L^0 and Muon detector) は、寿命の長い K_L^0 粒子と、 μ 粒子を検出する。KLM は超電導ソレノイドの外側に位置し、全体で 14 層になるように厚さ 4.7cm の鉄プレートと RPC (Resistiv Plate Counter) という検出器が交互に積み重ねられている。

K_L^0 は寿命の長い中性粒子なので、荷電粒子や光子を捉える内部の検出器では検出できない。このため、原子核と強い相互作用をして発生するハドロンシャワーの測定によ

り検出する。KLM は $600 \text{ MeV}/c$ 以上の K_L^0 を測定できる。 μ 粒子は高い貫通力を持つため、運動量がある程度高ければ ($\geq 600 \text{ MeV}/c$)、内側の検出器を通過し、KLM に到達する。 dE/dx 、TOF、ACC を用いた質量測定では μ 粒子 ($105 \text{ MeV}/c$) と π 中間子 ($140 \text{ MeV}/c$) を識別できない。ここで、KLM 中での荷電粒子の振る舞いに注目する。 π^\pm 、 K^\pm 等の荷電ハドロンは電磁相互作用と強い相互作用をするので、ほとんどが KLM に到達する前に止まる。しかし、 μ 粒子は電磁相互作用しかしないため、KLM を何層も貫き信号を残す。ここから、SVD、CDC で検出した飛跡を KLM へ外挿し、対応する場所で KLM を何層も貫いた飛跡があれば、 μ 粒子と識別することができる。 $1.5 \text{ MeV}/c$ の μ 粒子の検出効率は 95% 以上である。

2.2.7 トリガーシステム

トリガーとは、研究対象である物理現象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除くための仕組みである。収集すべき事象を有限なデータ収集システムの容量内に収めることを目的としている。トリガーには主に、飛跡トリガーとエネルギートリガーがある。飛跡トリガーは、TOF、CDC からの飛跡と時間情報を用いる。エネルギートリガーは、ECL で検出された全エネルギーと、信号を検出したカウンター群の総数の情報を用いる。図 2.9 に、Belle 実験でのトリガーシステムのブロックダイアグラムを示す。

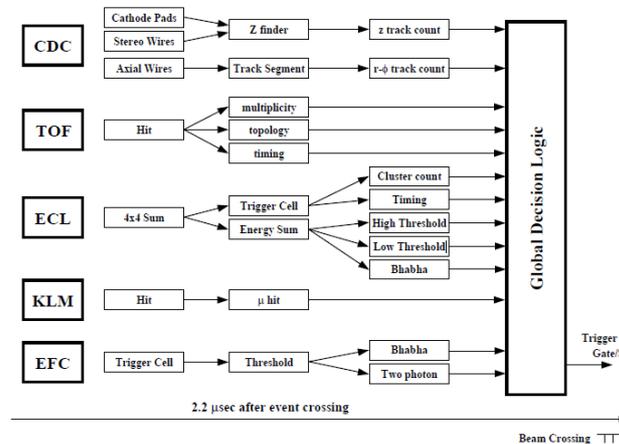


図 2.9: Belle トリガーシステム

これらの検出器サブシステムが発したトリガー信号は、グローバルデシジョンロジック (GDL) に送られる。GDL は、各検出器サブシステムが発したトリガー信号の情報を総合して、 $2.2 \mu\text{s}$ 以内に当該事象のデータを収集するかどうかを判断する。収集する場合、判断後 $0.35 \mu\text{s}$ 以内に各検出器に向けて最終トリガー信号を送る。GDL では最終トリガーを発する論理判断に、プログラマブルゲートアレイ (FPGA) を用いている。このため論理判断の条件を柔軟に調整できる。加速器の運転状況に応じて調整したことで最終

トリガーレートは 400Hz 程度に抑えられており、データ収集システムの処理と転送能力の許容範囲に収まっている。ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における各事象の断面積とトリガーレートを表 2.4 に示す。

表 2.4: ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における各事象の断面積とトリガーレート

物理過程	断面積 (nb)	トリガーレート (Hz)
$B\bar{B}$ 事象	1.2	12
$q\bar{q}$ 事象	2.8	28
$(\mu - \tau)$ 対生成	1.6	16
Bhabha 散乱	44	4.4*
光子対生成	2.4	0.24*
計	~ 67	~ 96

* 1/100 をかけた値を示す。Bhabha 散乱と光子対生成は、ルミノシティの測定や検出器の較正に用いられるが、断面積が大きすぎるため、100 事象あたり 1 事象のみ収集する。

第 3 章

事象選別

本研究の本題である $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象は、KEKB 加速器で $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 反応で生成された多量の τ 粒子の崩壊事象から、目的の事象を選別することで得られる。本章では、 $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 反応で生成された τ 粒子対のうち、 τ^- が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊し、他方の τ^+ がレプトニック崩壊 ($\tau^+ \rightarrow \ell^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\ell$) する事象を選別する方法を説明する。ここで、 ℓ は電子または μ 粒子を表す。 τ^+ にレプトニック崩壊を要求したのは、ハドロン生成 $e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$ でのバックグラウンドを減らし、S/N 比を向上させるためである。以下、特に断らない限り、荷電共役反応を含む。

本解析の流れを図 3.1 に示す。モンテカルロで発生させた事象もデータと同じ解析プログラムで処理することで、データ再構成のアルゴリズムや選別条件の影響が反映されるようになっている。本章では、まず実験で起こる電子・陽電子衝突反応の概要について説明する。次に図 3.1 の流れに沿って $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象の選別条件を述べ、最後に $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別について説明する。

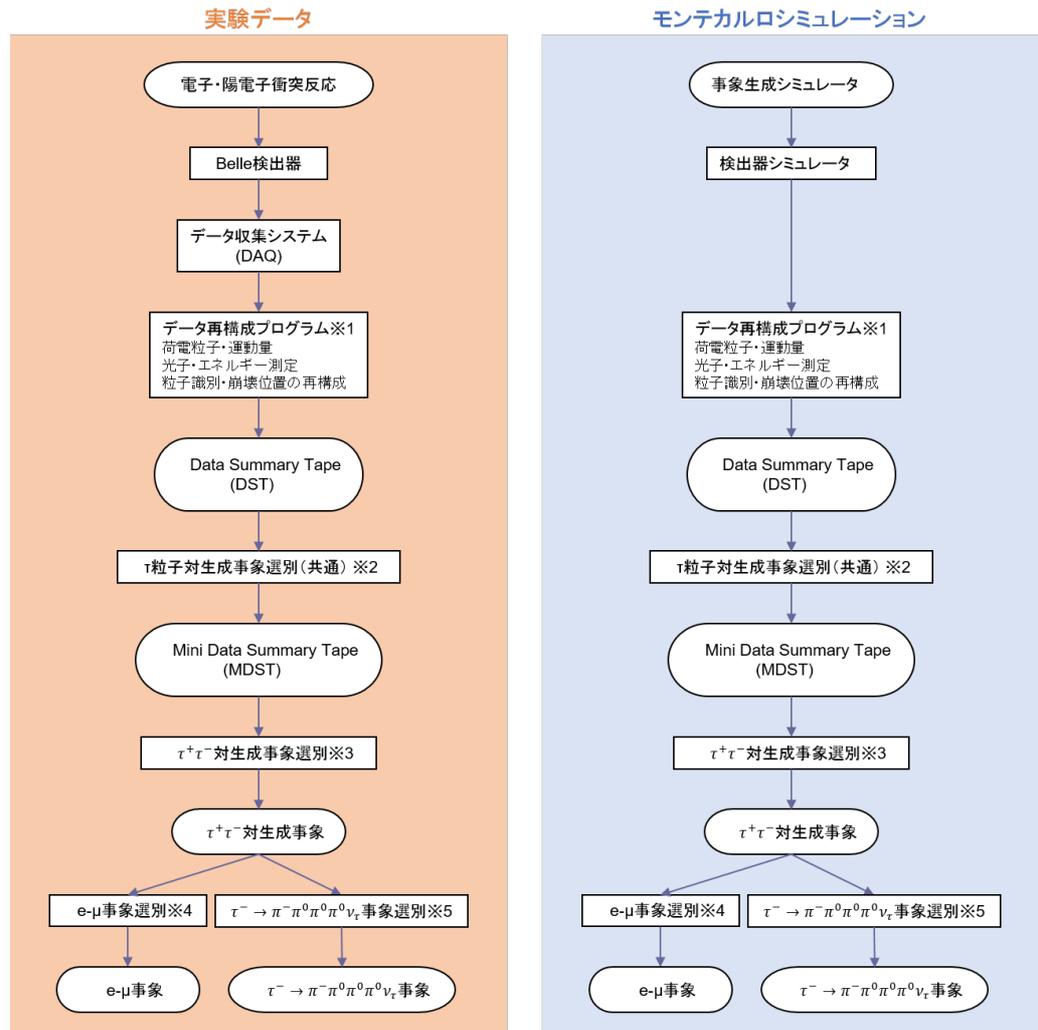


図 3.1: 本研究での解析の流れ。四角形は処理を、角丸四角形はデータを表す。実験データとモンテカルロデータで用いる※1～※5の解析プログラムはそれぞれ同一のものである。

3.1 電子・陽電子衝突

本研究で使用した実験データは、KEKB 加速器と Belle 検出器を用いて収集されたものである (2 章参照)。収集されたデータには、本研究の対象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外

にも、様々な事象が含まれる。解析の第一段階として、データから信号事象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外のバックグラウンド事象を取り除く。バックグラウンドとなりうる反応の特徴を以下と表 3.1 に示す。

1. バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$)

終状態の e^+e^- は重心系で back-to-back に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量やエネルギーに不足分がない。生成断面積が信号事象の 100 倍大きく、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ の過程で γ が検出されない場合や、終状態の電子または光子が衝突点周辺の物質と反応してシャワーを生成した場合、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と間違えやすい。

2. $\mu^+\mu^-$ 対生成 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$)

バーバー散乱と同じように、終状態の $\mu^+\mu^-$ は重心系で back-to-back に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量に不足分がない。

3. ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)

$q\bar{q}$ は back-to-back に生成される。ここでの q は、 u, d, s, c クォークを表す。観測されるハドロンは、クォークが生成した方向にジェット状に生成される。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ、荷電粒子の飛跡の本数や、光子の個数が多いことが特徴である。この事象は、事象の形状を表す量（スラスト）を用いて、容易に信号事象と区別できる。

4. B 中間子対生成 ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$)

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ、荷電粒子の飛跡の本数や、光子の個数が多いことが特徴である。終状態の粒子は $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ に比べ、広い範囲に分布する。

5. 二光子過程

二光子過程には、二光子レプトン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-, e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) と二光子ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$) の 2 つの反応がある。二光子過程は電子と陽電子が放出した仮想光子同士の散乱である。このとき、もとの電子と陽電子は高い運動量やエネルギーを持ち、ビームパイプに沿って進む。このため、この過程で検出される運動量やエネルギーは、散乱前と比べて不足分が大きい。 p_T 方向は比較的良好にバランスしているため、この特徴から信号事象と区別できる。

6. ビームガス（ビームパイプ）との反応

ビームとビームガス（ビームパイプ）の反応がバックグラウンドとなる。この反応はビームの軌道に沿って一様に発生するので、衝突点の領域に制限を加えることで、信号事象と区別できる。

信号の検出効率を高く保ちながらバックグラウンドを少なくするためには、信号やバックグラウンドの特徴を正確に知る必要がある。そのためには、計算機上で擬似事象を生成し、検出器の特徴をモンテカルロシミュレーションを用いて調べる方法が最も正確であ

る。事象選別条件の最適化や、実験データに含まれるバックグラウンドの見積もりや、検出効率を求めるために使用した事象生成プログラムを表 3.1 に示す。

これらのプログラムは高エネルギー実験で標準的に使用されてきたものである。各反応の微分断面積や終状態の各分布や粒子の多重度をモデル化し、現実を再現するように長年改良されてきた。粒子と検出器を較正する物質の相互作用のシミュレーションには、GEANT プログラムを使用した。ビームに付随して検出器に入るバックグラウンドの効果をとり入れるためにランダムなタイミングにデータを読み出し、それをシミュレーションの事象に含めて再構成プログラムで処理した。

表 3.1: 信号事象とバックグラウンドの反応の生成断面積及び、事象生成に使用したプログラム

	反応	反応のプロセス	生成断面積	事象生成プログラム	参照
信号	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0.92nb	KORALB	[8]
		$(\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau)$		TAUOLA	[9, 10, 11]
BG	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0.919nb	KORALB ^a	[8]
		$(\tau^+, \tau^- \rightarrow \text{generic})$		TAUOLA	[9, 10, 11]
	(1) バーバー散乱	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$	~100nb	BHLUMI ^a	[12]
	(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$	1nb	KKMC ^a	[13]
	(3) ハドロン生成	$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$	1.30nb	QQ	[14]
		$e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	2.09nb	QQ	[14]
		(4)B 中間子対生成	$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$	1.05nb	QQ
	(5) 二光子過程	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$	18.9nb	AAFHB	[15]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	40.9nb	AAFHB	[15]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-u\bar{u}/d\bar{d}$	12.50nb	AAFHB	[15]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-s\bar{s}$	0.227nb	AAFHB	[15]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-c\bar{c}$	0.03nb	AAFHB	[15]
	(6) ビームガスとの反応			データ ^b	
	宇宙線			データ ^b	

^a 現在までの知られている最も高次の輻射補正の効果が含まれている。

^b 見積もりをシミュレーションではなく実験データを用いて行った。

3.2 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

本節では、信号となる $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の選別に用いた条件について述べる。

3.2.1 荷電粒子・光子の条件

データ解析では、検出器で検出された荷電粒子や、カロリメーターで観測される光子の条件を明確にすることが重要である。そこで、荷電粒子や光子が間違いなく検出されたとみなす条件を、以下のように要求する。

荷電粒子の条件

1. CDC や SVD で観測した荷電粒子を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の xy 平面上での距離 dr が 0.5 cm 以内の範囲にあり ($|dr| \leq 0.5 \text{ cm}$)、かつ、衝突点に対する最接近点の z 座標 dz が $\pm 3 \text{ cm}$ 以内にあること ($|dz| \leq 0.3 \text{ cm}$)。
この条件の目的は、ビームガスや宇宙線からの飛跡を除くこと、及び、 π 中間子や K 中間子が CDC の途中で崩壊したときの生成物の飛跡を除くことである。
2. 横方向の運動量 p_T が 0.10 GeV 以下であること ($|p_T| \geq 0.10 \text{ GeV}$)。
 p_T が 0.10 GeV 以下の場合、荷電粒子の螺旋運動が CDC の中央付近で旋回し、正しく飛跡を測定できなくなる。この条件の目的は、これらの荷電粒子を除くことである。

光子の条件

1. 光子のエネルギーが ECL のバレル部分では 0.05 GeV 以上、エンドキャップ部分では 0.07 GeV 以上であること。
この条件の目的は、ビームバックグラウンド等のノイズと、真の光子を分別することである。
2. CSI(TI) カロリーメーターで観測されたクラスターの位置と、CDC で検出された飛跡をカロリーメーターの全面へ外挿した点との距離が 25 cm 以上離れていること。
この条件の目的は、荷電粒子がカロリーメーターの物質を通過することで生成されるクラスターと、光子のクラスターを分別することである。

3.2.2 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴

$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴は以下の通りである。

1. 荷電粒子の飛跡が 2~5 本と少ない
2. ニュートリノ (ν_τ) が検出されないため、運動量やエネルギーに不足分 (missing 以下、ミッシングと呼ぶ) がある

τ 粒子の全崩壊モードの中で、荷電飛跡が 1 本含まれるようなモードで崩壊するものは全体の 85%、3 本含まれるようなモードで崩壊するものは全体の 15% である。よって、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ から崩壊する事象の特徴は以下の通りである。

1. $\tau^+\tau^-$ の両方が荷電飛跡が 1 本のモードに崩壊する割合が 72% (崩壊後の荷電飛跡は計 2 本)

2. $\tau^+\tau^-$ の片方の荷電飛跡が 1 本、もう片方の荷電飛跡が 3 本のモードに崩壊する割合が 13% (崩壊後の荷電飛跡は計 4 本)

従って、荷電飛跡が 2 本～4 本の事象を選べば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のうち 85% を選ぶことができる。

3.2.3 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別

荷電粒子による条件

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象を選ぶ第一段階として、比較的ゆるい条件で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別する。この目的は、Belle 検出器で収集した多量のデータから、後に行う詳しい解析に使うためのデータを選別することである。要求した条件は、以下の通りである。

1. 荷電粒子の本数が 2～8 本であること。
 2. 荷電粒子が 2 本の場合、運動量の絶対値の和 $\Sigma|P|$ が 9.0 GeV 以下、かつ、カロリメーターで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 $\Sigma|E|$ が 9.0 GeV 以下であること ($\Sigma|P| \leq 9.0 \text{ GeV}/c$ かつ $\Sigma|E| \leq 9.0 \text{ GeV}/c$)。
 3. 荷電粒子が 3～8 本の場合、運動量の絶対値の和 $\Sigma|P|$ が 10.0 GeV 以下、かつ、カロリメーターで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 $\Sigma|E|$ が 10.0 GeV 以下であること ($\Sigma|P| \leq 10.0 \text{ GeV}/c$ かつ $\Sigma|E| \leq 10.0 \text{ GeV}/c$)。
- これらは、明白なバーバー散乱や、 $\mu^+\mu^-$ 対生成事象を除くためである。
4. 少なくとも 1 本の荷電粒子の横方向の運動量 p_T が 0.5 GeV 以上であること ($p_T \geq 0.5 \text{ GeV}$)。

これは、トリガーが確実にかかっていることを保証するためである。

以上の条件を課しても、まだ多くのバーバー散乱、ハドロン対生成、二光子過程がバックグラウンドが残っている。これらを除くために、さらに以下のような条件を要求した。

Thrust による選別

まず、Thrust (スラスト) T による選別を行う。これまでに選別した事象を、図 3.2 のように、 e^+e^- の重心系で半球ずつに分ける。このとき、Thrust T を以下のように定義する。

$$T = \frac{\Sigma_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\Sigma_i |\vec{p}_i|} \quad (3.1)$$

ここで、Thrust 軸 (事象軸) \vec{n} は T が最大になるように選び、 \vec{p}_i はその事象中の i 番目の粒子が持つ運動量である。Thrust は事象の形状を表す量で、ジェットが完全に一直線になるときは $T = 1$ 、球状になるときは $T = 0.5$ となる (図 3.3)。 $\tau^+\tau^-$ 事象は運動量保存から $\tau^+\tau^-$ が back-to-back に生成されるので、2 つのジェットはほぼ正反対を向き一直線状になる。一方、ハドロン生成事象では発生する粒子の数が多く、粒子は広い範囲に

分布するので Thrust の値は低めになる。このため、 $T > 0.9$ を要求することで、ハドロン事象のバックグラウンドを減らすことができる (図 3.4)。

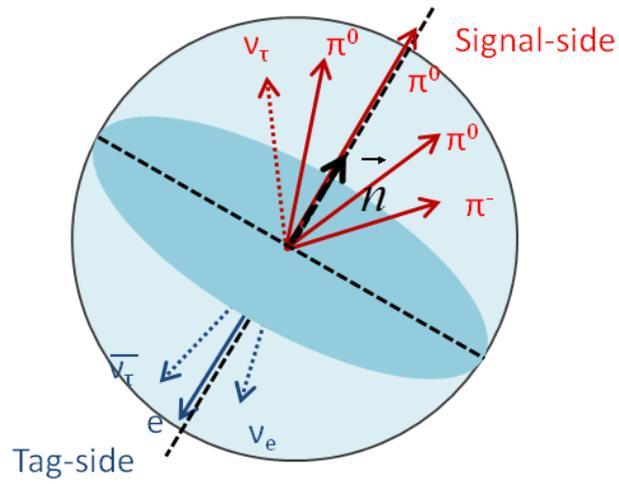


図 3.2: 重心系における事象の半球図

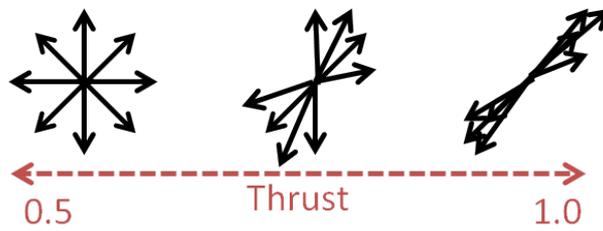


図 3.3: Thrust の概念図

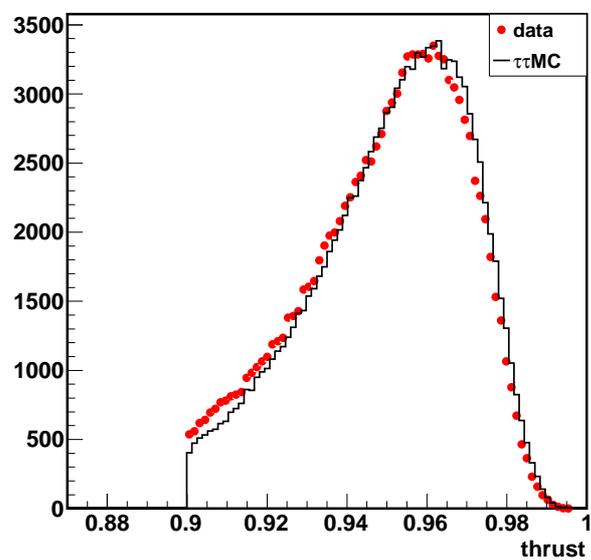


図 3.4: Thrust 分布。0.9 以上の領域では τ 粒子対生成事象以外のバックグラウンドは少なく、 τ 事象のモンテカルロシミュレーションが実験データを比較的よく再現する。 [1]

ミッシング質量による選別

次に、残りのバックグラウンドを除去するために、ミッシング質量 (Missing Mass) およびミッシング角による条件を課す。 τ 粒子が崩壊するとき、 ν_τ ぶんのミッシングがあり、ミッシング質量は以下の式から求められる。

$$M_{\text{miss}} = \sqrt{(p_{\text{initial}}^{\text{beam}} - \Sigma p_{\text{final}}^{\text{track}} - \Sigma p_{\text{final}}^{\gamma})^2} \quad (3.2)$$

- $p_{\text{initial}}^{\text{beam}}$: 始状態の e^+e^- ビームの全 4 元運動量
- $\Sigma p_{\text{final}}^{\text{track}}$: 終状態で観測された荷電粒子の全 4 元運動量
- $\Sigma p_{\text{final}}^{\gamma}$: 終状態で観測された光子の全 4 元運動量

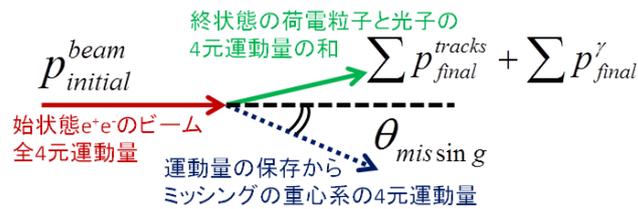


図 3.5: ミッシング質量とミッシング角

式 3.2 の模式図を図 3.5 に示す。このとき、運動量保存から決まる重心系におけるミッシング運動量ベクトルとビーム軸がなす角を、ミッシング角 θ_{miss}^* と呼ぶ。 M_{miss} と θ_{miss}^* の 2 次元プロットを図 3.6 に示す。

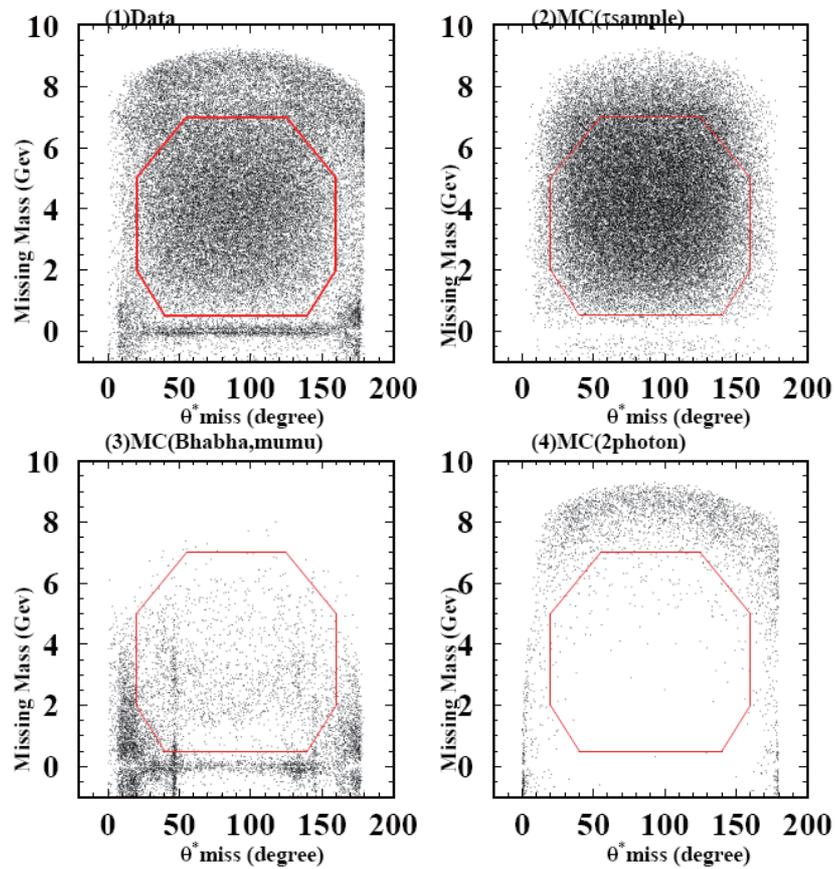


図 3.6: ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータ、(2)～(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布である。(2) は $\tau^+\tau^-$ 対生成、(3) はバーバー散乱及び $\mu^+\mu^-$ 対生成、(4) は二光子対生成からのバックグラウンドを示している。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象のシグナルの条件として、赤い八角形の中に分布することを要求した。 [1]

図 3.6 について、(1) はデータ、(2)～(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布である。(2) は $\tau^+\tau^-$ 対生成、(3) はバーバー散乱及び $\mu^+\mu^-$ 対生成、(4) は二光子対生成からのバックグラウンドを示している。(3) より、バーバー散乱及び $\mu^+\mu^-$ 対生成では、 M_{miss} が 0 GeV 周辺に分布することがわかる。また、(4) より、二光子対生成では M_{miss} がおよそ 7 GeV 以上に分布することがわかる。これらのモンテカルロシミュレーションによる分布と、データの分布の比較から、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の条件として図中の赤い八角形の中に分布することを要求した。

ちなみに、図 3.6(3) の θ^*_{miss} が 45° と 145° 付近に見えるバンドは、光子を伴うバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$) において、電子または光子がカロリメーターのバレル部分とエンドキャップ部分の境界に向かってような事象である。その付近はエネルギーが正しく測定できないため、間違っ $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の候補として残っている。これらを除くため、荷電粒子や光子がカロリメーターのバレル部分とエンドキャップ部分の境

界に向かっていないことを要求した。

アコプナリティ角による選別

しかし、バーバー散乱の生成断面積は非常に大きいため、さらに除くための工夫が要る。そこで、アコプナリティ角 ϕ_{acop} を導入する。アコプナリティ角とは、最も運動量が大い荷電粒子と、2番目に運動量が大い荷電粒子とが xy 平面上でなす角 ϕ_{open} の補角であり、式 3.3 と図 3.7 のように表される。

$$\phi_{acop} = |180^\circ - \phi_{open}| \quad (3.3)$$

ここで、 ϕ_{open} は $r - \phi$ での2つの荷電飛跡の開き角である。この段階で残っているバーバー散乱は、生成された電子（または陽電子）がビーム付近の物質と相互作用し、運動量が正しく測定できないような事象である。このような場合でも、電子（または陽電子）の運動の方向はよく保存している。そこで $\phi_{acop} > 1^\circ$ を要求することで、該当のバーバー散乱を除去できる。

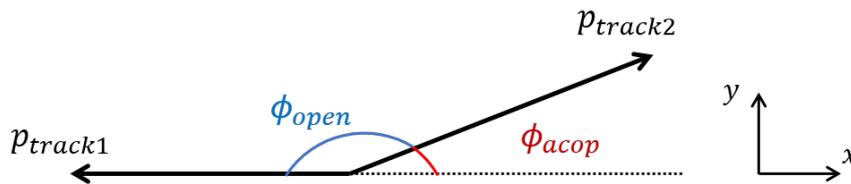


図 3.7: アコプナリティ角 ϕ_{acop}

3.2.4 解析に用いたデータ

本解析に用いたデータは、Belle 検出器で 2003 年 10 月から 2008 年 6 月にかけて収集されたもので、積分ルミノシティにして 632.306/fb に相当する。具体的なデータ収集時期とルミノシティの値を表 3.2 に示す。Belle 実験のデータはその収集時期ごとに実験番号をつけて分類されている。

3.2.3 章の条件を課して、選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象数は 281×10^6 事象となった。このうち、崩壊分岐比の測定には実験番号 31, 33, 35, 45, 47, 55 のデータを、スペクトラル関数の測定には実験番号 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 55, 61, 63, 65 のデータを使用した。

表 3.2: 実験番号ごとの収集時期とルミノシティ

実験番号	収集された時期	ルミノシティ \mathcal{L} [/fb]
31	2003 年 10 月～2003 年 12 月	20.243
33	2004 年 1 月～2004 年 2 月	20.420
35	2004 年 2 月～2004 年 3 月	18.693
37	2004 年 3 月～2004 年 7 月	67.737
39	2004 年 9 月～2004 年 12 月	49.961
41	2005 年 1 月～2005 年 4 月	65.595
43	2005 年 4 月～2005 年 6 月	63.513
45	2005 年 9 月～2005 年 10 月	15.381
47	2005 年 11 月～2005 年 12 月	41.122
49	2006 年 1 月～2006 年 3 月	29.849
51	2006 年 4 月～2006 年 6 月	43.682
55	2006 年 9 月～2006 年 12 月	79.576
61	2007 年 10 月～2007 年 12 月	36.621
63	2008 年 2 月～2008 年 4 月	37.788
65	2008 年 4 月～2008 年 6 月	42.125
合計		632.306

3.3 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

ここでは、3.2 節で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のなかから、一方の τ 粒子が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊し、もう片方がレプトニック崩壊 $\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau$ ($\ell = e, \mu$) するような事象を選別する条件について説明する。このとき、事象を図 3.2 のように半球状に考え、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊する側を Signal side、 $\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau$ 崩壊する側を Tag side と呼称する。

3.3.1 $\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau$ 崩壊の事象選別

まず、 $\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau$ 崩壊を選別するために、Tag side に以下の条件を課した。P(e) は荷電粒子が電子である確率 [24]、P(μ) は荷電粒子が μ 粒子である確率を表す [25]。

1. 荷電粒子が 1 つであること。
2. 1 つの荷電粒子が電子、または μ 粒子であること。

このとき、レプトン ID を用いて、それぞれ P(e)>0.6、P(μ)>0.6 を条件とした。

3.3.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の事象選別

次に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を選別するために、Signal side に以下の条件を課した。

1. 荷電粒子が1つであること。
2. 光子が6つ以上であること。
3. π^0 粒子が3つであること。

π^0 粒子はほぼ100%の確率で2つの光子に崩壊するので、2つの光子を組み合わせて π^0 粒子を再構成する。また、再構成に用いる光子に以下の条件を課した。

- (a) $-5 < S_{\gamma\gamma} < 3$ であること。 π^0 粒子を再構成するとき、光子をエネルギーが高い順に重複を避けて組み合わせる。2つの光子の不変質量 $m_{\gamma\gamma}$ と π^0 粒子の質量 m_{π^0} の差を、 $m_{\gamma\gamma}$ の分解能 $\sigma_{\gamma\gamma}$ で割ったものを

$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}} \quad (3.4)$$

と定義する。ここで、 $m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}$, $\sigma_{\gamma\gamma} \sim 5 \text{ MeV}$ である。 $S_{\gamma\gamma}$ 分布を図3.8に示す。シグナル領域を $-5 < S_{\gamma\gamma} < 3$ とした。このとき、シグナル領域内に入らなかった組み合わせは π^0 粒子と見なさず、別の光子とエネルギーが高い順に組み合わせる (図3.9参照)。

この条件は、多数のコンビネーションによるバックグラウンドを低減させるためである。

- (b) 2つの光子のそれぞれが、トリガーがオンタイミングであるか、もしくはタイミングの情報が無いこと。

ECLのトリガーは $4 \times 4 = 16$ 本の CsI(Tl) カウンター群で構成され、それをトリガーセルと呼ぶ。トリガーセルが検出したエネルギーがディスクリミネーターの閾値である 100 MeV を上回り、ディスクリミネーター出力があったタイミングをここではトリガータイミングと呼ぶ。トリガータイミングの分布を図3.10に示す。カロリメーターで再構成したクラスターに対応するトリガーセルのトリガータイミングの値が 9000 以上 11000 以下のときはオンタイミング、 -1000 のとき情報無しである。これは、バックグラウンドとなる明確にオフタイミングな光子を除くためである。

- (c) 2つの光子のエネルギーがともに 0.08 GeV 以上である、かつ、どちらかの光子が 0.2 GeV 以上であること ($|E_{\text{低}}| \geq 0.08 \text{ GeV}$ かつ $|E_{\text{高}}| \geq 0.08 \text{ GeV}$ かつ $|E_{\text{高}}| \geq 0.2 \text{ GeV}$)。

4. 1つの荷電粒子が π 粒子であること。

$P(\pi/K) \geq 0.6$ によって、 π 粒子と識別されていることを要求した。

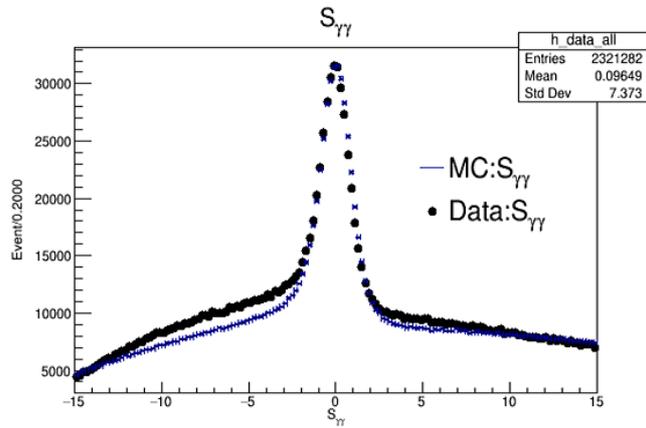


図 3.8: π^0 のシグナル分布。データを黒、モンテカルロ事象を青でプロットした。

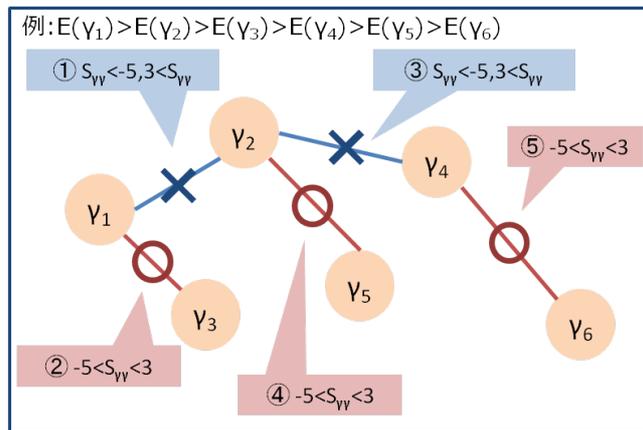


図 3.9: 2つの光子を組み合わせるときの概念図

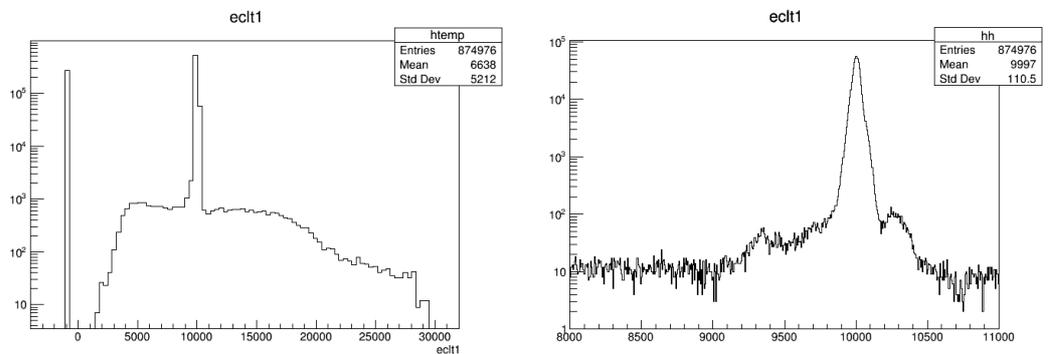


図 3.10: トリガータイミング分布。-1000 の鋭いピークはタイミング情報が無いことを表す。右はオンタイミングのピーク付近 (9000 以上 11000 以下) を拡大したもの。

以上の条件を課して、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象を選別した結果、183,764 事象が選別された。各実験番号における事象数とルミノシティの対応を表 3.3 に示す。また、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の選別条件と、その条件を満たした事象数および効率 (Efficiency) の対応を表 3.4 に示す。これらは τ 事象のモンテカルロシミュレーションによるものであり、事象数は選別後の真の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の数を、Efficiency は選別後の真の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の数と生成されたすべての真の事象数の比を表している。

表 3.3: 各実験ごとの選別された $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の数とルミノシティ \mathcal{L}

実験番号	事象数 $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$	ルミノシティ \mathcal{L}	$N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}/\mathcal{L}$
31	6021	20.107	299.45
33	5891	20.211	291.47
35	5347	18.626	287.07
37	18841	66.96	281.38
39	13815	47.326	117.61
41	18595	64.296	289.21
43	18331	62.654	292.58
45	4527	15.24	297.05
47	11656	40.618	286.97
49	8667	29.579	293.01
51	12806	43.992	291.10
55	23535	79.753	295.10
61	11470	36.621	313.21
63	11624	37.788	307.61
65	12638	42.125	292.04
合計	183764	625.896	

表 3.4: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別によるモンテカルロシミュレーションの事象数の変化。ルミノシティ $\mathcal{L} = 373.137$ に相当する。

選別条件	選別領域	モンテカルロ事象数	Efficiency[%]
すべての真の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象		6929148	
1. 荷電粒子が 1 つ	Tag Side	3265016	36.43
2. 荷電粒子が電子または μ 粒子	Tag Side	2669337	31.65
3. 荷電粒子が 1 つ	Signal Side	2542938	30.33
4. 光子が 6 つ以上	Signal Side	985793	10.57
5. π^0 粒子が 3 つ	Signal Side	226228	2.23
6. 荷電粒子が π 粒子	Signal Side	176561	2.10

3.4 $e\text{-}\mu$ 事象選別

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比を測定するとき、精度良く測定された既知の崩壊事象の崩壊分岐比とその事象数を用いる（4章で詳述）。本研究では、既知の崩壊事象は、 $\tau^+ \tau^-$ のうち、片方が電子に崩壊し、もう片方が μ 粒子の崩壊する $\tau^+ \tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+) \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$ 事象を採用した。このため、 $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 事象の中から、 $\tau^+ \tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+) \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$ 事象（以後、 $e\text{-}\mu$ 事象と呼ぶ）を選別する。選別の条件は、以下の通りである。

1. 荷電粒子が半球中にそれぞれ 1 本ずつ、計 2 本で、電荷の合計が 0 であること。
2. 2 つの荷電粒子のうち、片方が電子であり、もう片方が μ 粒子であること。
このときレプトン ID を用いて、それぞれ $P(e) > 0.9$ 、 $P(\mu) > 0.9$ を条件とした。
3. 一番高い光子のエネルギーが $E_\gamma^{\text{MAX}} < 0.2 \text{ GeV}$ であること。
4. アコプナリティ角 $\phi_{\text{acop}} > 1^\circ$ であること。
5. トリガーが ON であること。

Belle 実験では、トラックやエネルギーなどに関する様々なトリガーがあり今回はカウントダウン（スケールダウン）していないトリガーのうち 1 つでも ON であれば、トリガー条件をクリアしていることにした。ここでのトリガーの定義を表 3.5 に、トリガーを定義する主な変数を表 3.6 に示す。

以上の条件を課して、 $e\text{-}\mu$ 事象を選別した結果、 6.47×10^6 事象が選別された。各実験番号における事象数とルミノシティの対応を表 3.7 に示す。また、 $e\text{-}\mu$ 事象の選別条件と、それによる事象数と効率（Efficiency）の対応を表 3.8 に示す。これらは τ 事象のモンテカルロによるものであり、事象数は選別後の真の $e\text{-}\mu$ 事象の数を、Efficiency は選別後の真の $e\text{-}\mu$ 事象の数と生成されたすべての真の事象数の比を表している。

表 3.5: 各トリガーの名称と定義

トリガーの名称	定義
ff_t2oc	$(ncdr_full > 1) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& csi_timing \& !csi_bb \& !liveto35$
ff_t2oc2	$(ncdr_full > 1) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& (nicl > 1) \& !csi_bb \& !liveto35$
ffs_t2oc	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& tsc_ge2 \& cdc_open \& csi_timing \& !liveto35$
ffs_t2oc2	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& tsc_ge2 \& cdc_open \& (nicl > 1) \& !liveto35$
fff_t2oc2	$(ncdr_full > 2) \& cdc_open \& tsc_ge2 \& !liveto35$
hie	$e_high \& !csi_bb \& !csi_cosmic \& !liveto35$
clst4	$(nicl > 3) \& !csi_cosmic \& !liveto35$
clst5	$(nicl > 4) \& !csi_cosmic \& !liveto35$
e_had	$e_lum \& !csi_bb \& !liveto35$
hadron_a	$(ncdr_short > 2) \& e_low \& (nicl > 1) \& tsc_ge1 \& !liveto35$
hadron_b	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 0) \& e_low \& (nicl > 1) \& tsc_ge1 \& !liveto35$
hadron_c	$(ncdr_short > 2) \& (ncdr_full > 1) \& cdc_open \& e_high \& (nicl > 2) \& tsc_ge1 \& !liveto35$
loe_fs_o	$e_low \& (ncdr_short > 1) \& (ncdr_full > 0) \& cdc_open \& !csi_bb \& !liveto35$
loe_fs_to	$e_low \& (ncdr_short > 1) \& (ncdr_full > 0) \& tsc_ge1 \& cdc_open \& !csi_bb \& !liveto35$
klm_opn	$cdc_open \& (klm_brl \# klm_fwd \# klm_bwd) \& !liveto35$
klm_b2b	$cdc_bb \& (klm_brl \# klm_fwd \# klm_bwd) \& !liveto35$

表 3.6: トリガーを定義する主な変数とその意味

変数の名称	意味
ncdr_ful	CDC を完全に通過したトラックの数
e_high	1 GeV 以上であること
nicl	クラスターの数
!csi_bb	トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと
!csi_cosmic	トリガーレベルで宇宙線であると認識されていないこと
!liveto35	continuous injection(10 Hz) 直後の 3.5 msec 間はトリガーをかけないようにする veto

表 3.7: 各実験ごとの選別された $e\text{-}\mu$ 事象の数とルミノシティ \mathcal{L}

実験番号	事象数 $N_{e\text{-}\mu}^{\text{obs}}$	ルミノシティ \mathcal{L}	$N_{e\text{-}\mu}^{\text{obs}}/\mathcal{L}$
31	208155	20.107	10352.36
33	210964	20.211	10438.08
35	185793	18.626	9974.93
37	681320	66.96	10175.03
39	495431	47.326	10468.47
41	661588	64.296	10289.72
43	634124	62.654	10121.05
45	156342	15.24	10258.66
47	411506	40.618	10131.12
49	301852	29.579	10204.94
51	453412	43.992	10306.69
55	843396	79.753	10575.10
61	401438	36.621	10961.96
63	412707	37.788	10921.64
65	435689	42.125	10342.77
合計	6493717	625.896	

表 3.8: $e\text{-}\mu$ 事象選別によるモンテカルロシミュレーションの事象数の変化

選別条件	モンテカルロ事象数	Efficiency[%]
すべての真の $e\text{-}\mu$ 事象	88350018	
1. 荷電粒子が 2 つ かつ 電荷の合計が 0	26714333	29.10
2. 荷電粒子が電子と μ 粒子	20231636	22.04
3. 一番高い光子のエネルギー $E_{\gamma}^{\text{MAX}} < 0.2 \text{ GeV}$	17030541	18.58
4. アコプナリティ角 $\phi_{\text{acop}} > 1^{\circ}$	16506966	18.01
5. トリガー条件を満たす	16035778	17.50

第4章

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定

4.1 崩壊分岐比の測定方法

本研究で測定する $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ の測定の方法について説明する。これまで選別してきた事象は、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成した $\tau^+\tau^-$ 対のうち、片方が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊し、もう片方がレプトニック崩壊 $\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau$ ($\ell = e, \mu$) をする事象であり、まとめて書くと $\tau^+\tau^- \rightarrow (\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)(\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau)$ となる（荷電共役変換した状態を含む）。この $\tau^+\tau^- \rightarrow (\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)(\tau^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\tau)$ の事象数を $N_{4\pi-\ell}$ とすると、

$$N_{4\pi-\ell} = 2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_{4\pi} \times \mathcal{B}_\ell$$

$$\mathcal{B}_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-\ell}}{2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_\ell} \quad (4.1)$$

となる。ここで、 $\mathcal{B}_\ell = \mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu$ である。式 4.1 を用いて崩壊分岐比を求めるにあたり、 $N_{\tau\tau}$ の求め方の違いで2種類の方法がある。

1. $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の生成断面積 $\sigma_{\tau\tau}$ とルミノシティ \mathcal{L} から $N_{\tau\tau}$ を求める方法

$$N_{\tau\tau} = \sigma_{\tau\tau} \times \mathcal{L} \quad (4.2)$$

2. 精度良く測定された既知の崩壊事象の崩壊分岐比とその事象数から求める方法。

2つの崩壊事象の崩壊分岐比と事象数のそれぞれの相対値をとると、共通の理由で検出効率が受ける影響が相殺され、系統誤差を見積もる上で有利になる。 $\tau^+\tau^-$ のうち、片方が電子に崩壊し、もう片方が μ 粒子に崩壊する $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\mu)$ 事象を用いる場合、崩壊分岐比 $\mathcal{B}_\ell = \mathcal{B}_e, \mathcal{B}_\mu$ 、事象数を $N_{e-\mu}$ とすると、

$$N_{e-\mu} = 2 \times N_{\tau\tau} \times \mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu$$

$$N_{\tau\tau} = \frac{N_{e-\mu}}{2 \times \mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu} \quad (4.3)$$

と求められる。

本研究では、2の方法を用いて $\mathcal{B}_{4\pi}$ の測定を行った。既知の崩壊事象は、 $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)(\mu^+\bar{\nu}_\tau\nu_\mu)$ 事象 ($e\text{-}\mu$ 事象) を用いた (3.4章で詳述)。

4.2 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比

$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ は、式 4.1 に式 4.3 を代入して、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\mathcal{B}_{4\pi} &= \frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{TRUE}}}{N_{e-\mu}^{\text{TRUE}}} \frac{\mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu}{(\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu)} \\ &= \frac{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}} (1 - b_{4\pi-\ell})}{N_{e-\mu}^{\text{obs}} (1 - b_{e-\mu})} \frac{\eta_{e-\mu}}{\eta_{4\pi-\ell}} \frac{\mathcal{B}_e \times \mathcal{B}_\mu}{(\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu)}\end{aligned}\quad (4.4)$$

ここで、 $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$ はバックグラウンドを含む実際に観測した $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の数、 $N_{e-\mu}^{\text{obs}}$ はバックグラウンドを含む実際に観測した $e\text{-}\mu$ 事象の数、 $b_{4\pi-\ell}$ は観測した $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象に含まれるバックグラウンドの割合、 $b_{e-\mu}$ は観測した $e\text{-}\mu$ 事象に含まれるバックグラウンドの割合、 $\eta_{4\pi-\ell}$ は $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の検出効率、 $\eta_{e-\mu}$ は $e\text{-}\mu$ 事象の検出効率、 \mathcal{B}_e は $\tau^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比、 \mathcal{B}_μ は $\tau^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比である。

4.3 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊

4.3.1 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の質量分布とバックグラウンド

3.3章での選別の結果、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 候補事象を 183,764 事象観測した。崩壊分岐比の測定にはこの中から実験番号 31, 33, 35, 45, 47, 55 にあたる 569,77 事象を用いる。

観測した $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗 $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を図 4.1 に示す。また、高質量領域を拡大したものを図 4.2 に、横軸の範囲を広げて片対数にしたものを図 4.3 に示す。実際に観測された実験データは黒丸のプロット、モンテカルロシミュレーションによって見積もったバックグラウンドは崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで表した。モンテカルロの τ 事象は 3.0 GeV^2 未満の領域の事象数で規格化した。モンテカルロのハドロン事象は 3.0 GeV^2 以上の領域の事象数で規格化した。また、図中の誤差棒は統計誤差を表している。

モンテカルロシミュレーションから見積もった、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象選別における $\tau^+\tau^-$ 事象の崩壊からくるバックグラウンドの割合を各崩壊モードごとに表 4.1 に示す。重要なバックグラウンドは $\tau \rightarrow \pi 2\pi^0\nu_\tau$ 事象と $\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0\nu_\tau$ 事象である。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象中にバックグラウンドが占める割合は、45.6% である。

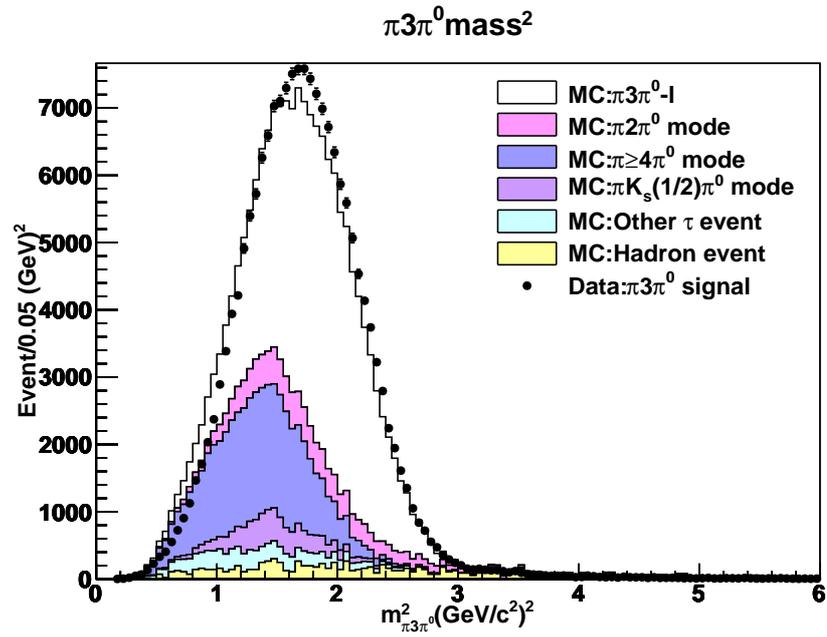


図 4.1: $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。実験データは黒丸、モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドを崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで表した。

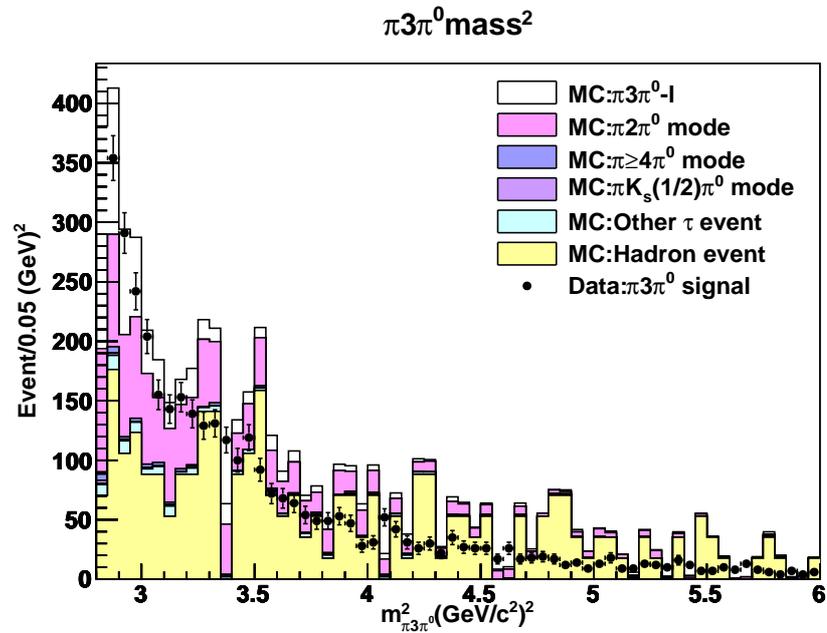


図 4.2: $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。図 4.1 の高質量領域を拡大して示したもの。

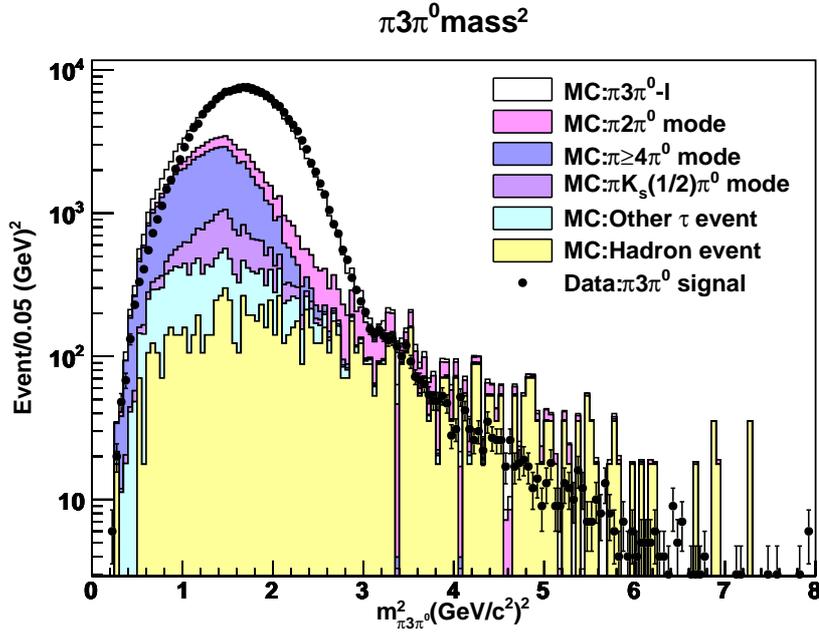


図 4.3: $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。図 4.1 の横軸の範囲を広げて片対数にした。

表 4.1: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象選別におけるバックグラウンドの評価

バックグラウンドの崩壊モード	バックグラウンドの割合 [%]
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0\nu_\tau$	7.96 ± 0.09
$\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0\nu_\tau$	22.1 ± 5.5
$\tau \rightarrow \pi K_S^0(1/2)\pi^0\nu_\tau$	4.3 ± 0.4
$\tau \rightarrow \pi K_S^0 K_S^0(0/1)\pi^0\nu_\tau$	0.88 ± 0.00
$\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu_\tau$	0.616 ± 0.002
No lepton in Tag Side	1.3 ± 0.0
他の τ 事象	2.9 ± 0.0
ハドロン事象	5.5 ± 0.0
合計	45.6 ± 5.5

4.4 $e\text{-}\mu$ 事象

4.4.1 $e\text{-}\mu$ 事象の質量分布とバックグラウンド

3.4 章の選別の結果、 $e\text{-}\mu$ 事象を 6.5×10^6 事象観測した。崩壊分岐比の測定にはこの中から実験番号 31, 33, 35, 45, 47, 55 にあたる 2016156 事象を用いる。観測された $e\text{-}\mu$ 系の不変質量 2 乗 $M_{e\text{-}\mu}^2$ を図 4.4 に示す。実験データを黒丸、モンテカルロ事象を崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで表した。モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドの割合を表 4.2 に示す。 $e\text{-}\mu$ 事象のバックグラウンドの割合は 2.43% である。

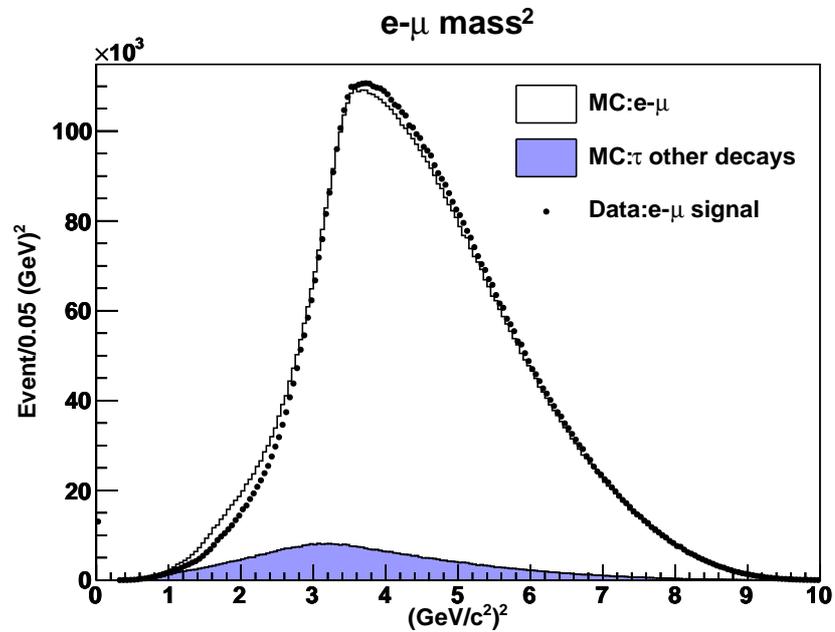


図 4.4: $e\text{-}\mu$ 系の不変質量 2 乗分布。実験データを黒丸、モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドをヒストグラムで示した。

表 4.2: e - μ 崩壊事象選別におけるバックグラウンドの評価

バックグラウンドの崩壊モード	バックグラウンドの割合 [%]
$\pi - e$	1.569 ± 0.008
$\rho - e$	0.3852 ± 0.0016
$K - e$	0.1527 ± 0.0022
$\pi - \mu$	0.1446 ± 0.0007
他の τ 事象	0.182 ± 0.000
合計	2.434 ± 0.009

4.5 検出効率と観測値の評価

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比を式 4.4 から求めるために、各実験番号における事象数、バックグラウンドの割合、検出効率、検出効率の補正係数を導出しまとめる。

4.5.1 検出効率

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率

まず、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の検出効率を求める。モンテカルロシミュレーションを用いて、式 4.5 から求められる。

$$\eta_{4\pi-\ell} = \frac{N_{4\pi-\ell}}{N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}} \times \eta_\pi^{\text{cor}} \times (\eta_{\pi^0}^{\text{cor}})^3 \times \eta_{e/\mu}^{\text{cor}} \quad (4.5)$$

ここで、 $N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}$ はシミュレータで生成した真の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の事象数、 $N_{4\pi-\ell}$ は $N_{4\pi-\ell}^{\text{GEN}}$ に選別条件を課した後に残った事象数、 η_π^{cor} は π 粒子の補正係数、 $\eta_{\pi^0}^{\text{cor}}$ は π^0 粒子の補正係数、 $\eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$ は τ^+ が崩壊した電子または μ 粒子の補正係数である。

e - μ 事象の検出効率

次に、 e - μ 事象の検出効率を求める。同様にモンテカルロシミュレーションを用いて、式 4.6 から求められる。

$$\eta_{e-\mu} = \frac{N_{e-\mu}}{N_{e-\mu}^{\text{GEN}}} \times \eta_e^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}} \quad (4.6)$$

ここで、 $N_{e-\mu}^{\text{GEN}}$ はシミュレータで生成した真の e - μ 事象の事象数、 $N_{e-\mu}$ は $N_{e-\mu}^{\text{GEN}}$ に選別条件を課した後に残った事象数、 η_e^{cor} は電子の補正係数、 η_μ^{cor} は μ 粒子の補正係数である。

4.5.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の観測値の評価

各実験番号における観測された $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の事象数 $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$ 、 $e-\mu$ 事象の事象数 $N_{e-\mu}^{\text{obs}}$ 、バックグラウンドの割合 $b_{4\pi-\ell}$, $b_{e-\mu}$ 、検出効率 $\eta_{4\pi-\ell}$, $\eta_{e-\mu}$ を表 4.3 に示す。また、検出効率の補正係数 η_π^{cor} , $\eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$, η_e^{cor} , η_μ^{cor} を表 4.4 に示す。

表 4.3: 各実験番号における事象数、バックグラウンドの割合、及び検出効率

実験番号	$N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$	$N_{e-\mu}^{\text{obs}}$	$b_{4\pi-\ell}$	$b_{e-\mu}$	$\eta_{4\pi-\ell}$	$\eta_{e-\mu}$
31	6021	208155	0.4708	0.0243	0.0211	0.1760
33	5891	210964	0.4499	0.0247	0.0210	0.1774
35	5347	185793	0.4521	0.0239	0.0205	0.1752
45	4527	156342	0.4525	0.0243	0.0213	0.1739
47	11656	411506	0.4560	0.0245	0.0210	0.1726
55	23535	843396	0.4530	0.0244	0.0211	0.1755

表 4.4: 各実験番号における検出効率の補正係数

実験番号	$\eta_\pi^{\text{cor}} \times \eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$	$\eta_e^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}}$
31	0.9431	0.9630
33	0.9440	0.9630
35	0.9444	0.9632
45	0.9423	0.9586
47	0.9421	0.9586
55	0.9489	0.9633

4.6 系統誤差

式 4.4 より、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の誤差は以下の式になる。

$$\frac{\Delta \mathcal{B}}{\mathcal{B}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_{e-\mu}^{\text{obs}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b_{4\pi-\ell}}{1 - b_{4\pi-\ell}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b_{e-\mu}}{1 - b_{e-\mu}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta_{4\pi-\ell}}{\eta_{4\pi-\ell}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta_{e-\mu}}{\eta_{e-\mu}}\right)^2 + \left(\Delta \frac{\mathcal{B}_e \cdot \mathcal{B}_\mu}{\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu} / \frac{\mathcal{B}_e \cdot \mathcal{B}_\mu}{\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu}\right)^2} \quad (4.7)$$

このうち、 $\frac{\Delta N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}{N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}}$ と $\frac{\Delta N_{e-\mu}^{\text{obs}}}{N_{e-\mu}^{\text{obs}}}$ は統計誤差であり、他は系統誤差である。内訳を各項ごとにまとめたものを表 4.5 に示す。系統誤差は $\Delta \mathcal{B}/\mathcal{B} = 12.82\%$ と見積もった。

バックグラウンド τ のフィードダウンとは、 τ 粒子が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 以外のモードで崩壊した事象によるバックグラウンドである。これを見積もるためにモンテカルロ事

象を用いた際、データを正規化するために各崩壊モードに対して表 4.6 に示す補正係数をかけた。これは、モンテカルロシミュレーションが現実を正確に再現していないためにかける係数である。同様に、 $e\text{-}\mu$ 事象のバックグラウンドを見積もる際にも表 4.7 に示す補正係数をかけた。それぞれ $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象のバックグラウンドによる不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 10.21\%$ 、 $e\text{-}\mu$ 事象のバックグラウンドによる不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.009\%$ と見積もった。バックグラウンドのハドロン崩壊 ($q\bar{q}$) の寄与とは、 τ 事象ではなくハドロン事象によるバックグラウンドである。これは過去の研究より $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.04\%$ と見積もった。Belle 検出器における π^0 の検出効率の不定性は $\eta_{\pi^0}^{\text{cor}}$ の誤差より π^0 粒子 1 つあたり 2.44% である。そこから π^0 粒子識別の不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 7.63\%$ と見積もった [6]。 π 粒子とレプトン識別の不定性は $\eta_\pi^{\text{cor}} \times \eta_{e/\mu}^{\text{cor}}$ の誤差より $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.42\%$ と見積もった。電子識別の不定性は $\eta_e^{\text{cor}} \times \eta_e^{\text{cor}}$ の誤差より $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.41\%$ と見積もった。 μ 粒子識別の不定性は $\eta_\mu^{\text{cor}} \times \eta_\mu^{\text{cor}}$ の誤差より $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.41\%$ と見積もった。また、荷電飛跡 1 本あたりの検出効率の不定性は $\pm 0.35\%$ である。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象には 2 本、 $e\text{-}\mu$ 事象には 2 本の荷電粒子が存在する。両者の比をとって崩壊分岐比を求めるため、ここでは荷電粒子 1 本の不定性を考えれば良い。よって、 $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.35\%$ と見積もった。ハドロン崩壊モデルの不定性は、モンテカルロシミュレーションと現実の崩壊分岐比の違いと、検出効率がエネルギー領域によって異なることから来る (図 5.9 を参照)。これは $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.7\%$ と見積もった。トリガーの不定性は $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.8\%$ と見積もった。レプトニック崩壊の崩壊分岐比の不定性は、過去の研究より $\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B} = 0.1\%$ と評価した。もっとも大きな系統誤差はバックグラウンドの評価の不定性と、 π^0 の検出効率の不定性によるものである。

表 4.5: 崩壊分岐比の系統誤差

系統誤差の項	系統誤差の要因	$\Delta\mathcal{B}/\mathcal{B}[\%]$
$\Delta b_{4\pi-\ell}/(1-b_{4\pi-\ell})$	バックグラウンド τ のフィードダウン	10.21
	バックグラウンドのハドロン崩壊 ($q\bar{q}$) の寄与	0.04
$\Delta b_{e-\mu}/(1-b_{e-\mu})$	$e\text{-}\mu$ 事象のバックグラウンド	0.009
$\Delta\eta_{4\pi-\ell}/\eta_{4\pi-\ell}$	$3\pi^0$ 粒子識別	7.63
	π, ℓ 粒子識別	0.42
	トラックの検出効率	0.35
	ハドロン崩壊モデル	0.70
$\Delta\eta_{e-\mu}/\eta_{e-\mu}$	電子識別	0.41
	μ 粒子識別	0.41
	トリガー	0.80
$\Delta \frac{\mathcal{B}_e \cdot \mathcal{B}_\mu}{\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu} / \frac{\mathcal{B}_e \cdot \mathcal{B}_\mu}{\mathcal{B}_e + \mathcal{B}_\mu}$	レプトニック崩壊の崩壊分岐比	0.10
合計		12.8

表 4.6: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象のモンテカルロシミュレーションの補正 [7]

モンテカルロシミュレーション			世界平均 (PDG2017)			
崩壊モード	崩壊分岐比 [%]		崩壊モード	崩壊分岐比 [%]		補正係数
$\tau \rightarrow \pi \pi^0 \nu_\tau$	25.636	± 0.004	$\tau \rightarrow \pi \pi^0 \nu_\tau$	25.49	± 0.09	0.994
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	9.3887	± 0.0026	$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	9.26	± 0.1	0.986
$\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 \nu_\tau$	1.0393	± 0.0009	$\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 \nu_\tau$	1.04	± 0.07	1.001
$\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0 \nu_\tau$	0.1614	± 0.0003	$\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0 \nu_\tau$	0.16	± 0.04	0.991
$\tau \rightarrow \pi K_S^0(1/2)\pi^0 \nu_\tau$	0.2126	± 0.0004	$\tau \rightarrow \pi K_S^0 \pi^0 \nu_\tau$	0.2	± 0.02	1.002
			$\tau \rightarrow \pi K_S^0 2\pi^0 \nu_\tau$	0.013	± 0.012	

表 4.7: $e-\mu$ 事象のモンテカルロシミュレーションの補正 [7]

モンテカルロシミュレーション			世界平均 (PDG2017)			
崩壊モード	崩壊分岐比 [%]		崩壊分岐比 [%]		補正係数	
$\pi - e$	1.9389	± 0.0006	1.928	± 0.010	0.994	
$\rho - e$	4.5660	± 0.0012	4.542	± 0.019	0.995	
$K - e$	0.12483	± 0.00013	0.1240	± 0.0018	0.994	
$\pi - \mu$	1.8857	± 0.0006	1.882	± 0.010	0.998	

4.7 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比の測定結果

式 4.4 に観測で得た表 4.3 の $N_{4\pi-\ell}^{\text{obs}}$ と $N_{e-\mu}^{\text{obs}}$ を代入し、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}$ を求めた。各実験番号ごとの結果を表 4.8 に示す。これらをまとめた最終結果は、

$$\mathcal{B}_{4\pi} = (1.17 \pm 0.01 \pm 0.15) \% \quad (4.8)$$

となった。ここで、2 番目の値は統計誤差、3 番目の値は系統誤差を表す。

世界平均値 (PDG2017) の崩壊分岐比は $\mathcal{B}_{4\pi} = (1.04 \pm 0.07) \%$ である。 [7]

表 4.8: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比

実験番号	崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{4\pi}[\%]$		
31	1.151	\pm	0.015
33	1.172	\pm	0.015
35	1.218	\pm	0.017
45	1.167	\pm	0.017
47	1.143	\pm	0.011
55	1.144	\pm	0.007
	1.166	\pm	0.005 \pm 0.149

第5章

$\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定

この章では、4章で得た $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布を Unfold によって検出器の検出効率と有限な分解能を補足し、検出器の効果を除いた真の $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布を得る。その後、真の $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布と、4章で得た $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊崩壊分岐比を用いて、本研究の目的であるスペクトラル関数を測定する。

5.1 Unfold

観測される分布には、検出器の有限なアクセプタンスや分解能などの効果が入っている。このため、観測分布は、実際の物理現象を描写した真の分布から、検出器の効果のぶん歪められたものである。よって、真の分布を得るには、これらの歪みを補正する必要がある。観測した分布から補正によって真の分布を求めることを Unfold という。

Unfold によって真の分布を得ることは、高エネルギー実験において非常に重要である。しかし Unfold は一般的には難しく、これまでに様々な手法が提案されてきた。現在、確立されている Unfold の手法は、CERN の ALEPH 実験で開発された固有値分解法 (Singular Value Decomposition, SVD 法) や、DESY 実験で発展した Bayes theorem 法などがある。本研究では SVD 法を用いた。 [26]

5.2 SVD 法による Unfold の原理

SVD 法による Unfold の原理について説明する。 [26]

まず、真の分布、検出器の response matrix および観測分布を以下のようにおく。

$$\begin{cases} \text{真の分布のベクター} & x_i (\mathbf{x} = x_1, \dots, x_n) \\ \text{検出器の response matrix} & A_{ij} (\mathbf{A} = A_{11}, \dots, A_{mn}) \\ \text{観測分布のベクター} & b_i (\mathbf{b} = b_1, \dots, b_m) \end{cases} \quad (5.1)$$

ここで、分布のベクターはヒストグラムの i 番目の bin の事象数を成分として、bin の数

だけ成分を持つ。検出器の response matrix とは、検出器の効率と分解能の効果が入った行列で、真の分布では i 番目の bin であった事象が、観測分布では j 番目の bin で再構成される確率で表される。これはモンテカルロシミュレーションを用いて求める (5.4.2 節で詳述)。

式 5.1 の 3 つの関係は、

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (5.2)$$

$$b_i = \sum_j A_{ij}x_j \quad (5.3)$$

で表される。真の分布 \mathbf{x} は、数学的には response matrix \mathbf{A} の逆行列 \mathbf{A}^{-1} を求めれば、

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (5.4)$$

から求められる。 \mathbf{A} が対角要素だけならば、真の分布での bin= i は観測分布での bin= j となり ($i=j$)、 \mathbf{x} を求められる。しかし bin 数が多く非対角要素を含む場合、単純に \mathbf{A} の逆行列 \mathbf{A}^{-1} を計算するだけでは \mathbf{A} に含まれる統計的な誤差が拡大され意味のある \mathbf{x} を求めることができない。

そこで、SVD 法では以下のように統計的に意味を持たない固有値を除くことで Unfold を行う。まず、response matrix \mathbf{A} を

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = \mathbf{U} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & s_n \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \quad (5.5)$$

このように \mathbf{U} 、 \mathbf{S} 、 \mathbf{V} の行列の積に分解する。ここで、 \mathbf{U} と \mathbf{V} は直交行列、 \mathbf{S} は対角要素に \mathbf{A} の固有値 s_i を持つ対角行列である。固有値は、大きい順に

$$s_i \leq s_{i+1} \quad (5.6)$$

となっている。これは重要な処理であり、後に統計的な意味を持たない固有値を除くために用いられる。式 5.5 を使って式 5.2 を表すと、以下のようなになる。

$$\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.7)$$

これを变形すると、

$$\mathbf{S}\mathbf{V}^T\mathbf{x} = \mathbf{U}^T\mathbf{b} \quad (5.8)$$

となる。ここで、 \mathbf{x} と \mathbf{b} を回転させた系を使って式 5.8 を考える。

$$\begin{cases} \text{真の分布 } \mathbf{x} \text{ を回転させたベクター} & \mathbf{Z} = \mathbf{V}^T\mathbf{x} \\ \text{観測分布 } \mathbf{b} \text{ を回転させたベクター} & \mathbf{d} = \mathbf{U}^T\mathbf{b} \end{cases} \quad (5.9)$$

すると、式 5.8 は

$$\mathbf{S}\mathbf{Z} = \mathbf{d} \quad (5.10)$$

となる。 \mathbf{S} は対角行列なので、 \mathbf{Z} の成分 Z_i は以下のように与えられる。

$$Z_i = \frac{d_i}{s_i} \quad (5.11)$$

式 5.11 から、 s_i が小さく、その大きさが統計によるふらつきと同程度の大きさのとき、その統計誤差が拡大されてしまう。SVD 法ではこのような意味を持たない固有値を除くため、response matrix \mathbf{A} の正則化パラメータ k_{reg} を導入する。 k_{reg} はデータとして意味のある固有値と、統計的に意味のない固有値を区別するための値である。 k_{reg} は \mathbf{A} のランクを表す。言い換えると、 k_{reg} とは意味のある固有値の個数を表す。 k_{reg} は次のように求める。 d_i とその統計誤差 σ_{d_i} が等しくなるとき、すなわち

$$\frac{d_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \quad (5.12)$$

となるとき、 $k_{\text{reg}} = i$ とする。この判断のため、横軸に i 、縦軸に $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ を図 5.3 のようにとる。ここから、初めて $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}| \sim 1$ となるような i の値を response matrix \mathbf{A} の k_{reg} とした。

実際に行った Unfold とスペクトラル関数測定の流れを、図 5.1 に示す。

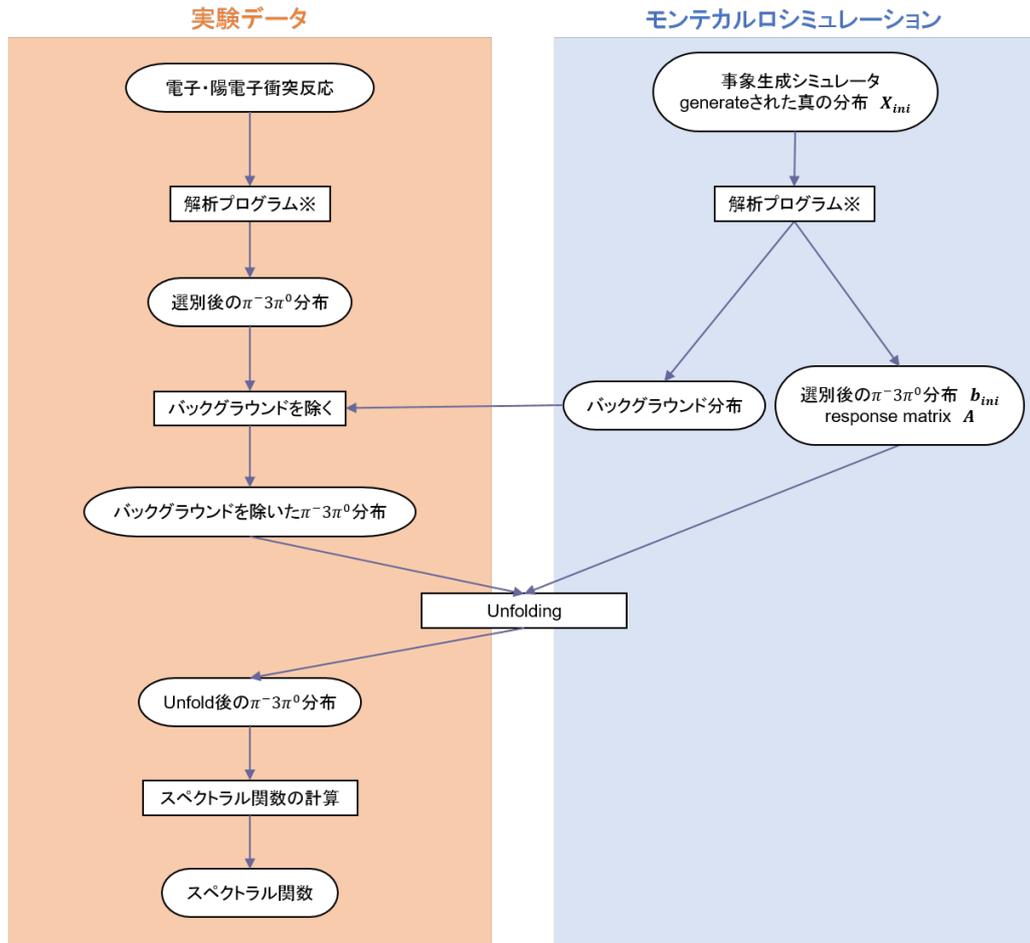


図 5.1: 実データを用いる Unfold とスペクトラル関数の計算の流れ。四角形は処理を、角丸四角形はデータを表す。※の解析プログラムはそれぞれ同一のものである。

5.3 Unfold のテスト

本研究の Unfold では、CERN が開発した解析ワークフレーム ROOT のクラス TSV-DUnfold を使用した。実際のデータを Unfold する前に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 選別後の独立したモンテカルロ事象のデータセットを用いて、プログラムが正常に動作しているか確認を行った。

5.3.1 テストの手順

Unfold のテストの手順は、以下の通りである。

1. 独立したモンテカルロ事象のデータセットを 2 つ用いる。それぞれ、選別前の generate された真の分布 \mathbf{x} 、選別後の generate された分布、選別後の再構成された分布（観測分布） \mathbf{b} を持っている。

2. 観測分布は $b_i = \sum_j A_{ij} x_j$ で得られるものとする。また、response matrix \mathbf{A} はモンテカルロシミュレーションから得る。
3. Unfold を実行する。
4. Unfold 後の結果と、観測分布の真の分布を比較し、Unfold によって真の分布を得られているかを確認する。

response matrix \mathbf{A} を求めるのには実験番号 35 のモンテカルロ事象のデータセットを用いた。また、Unfold する分布には実験番号 45 のモンテカルロ事象のデータセットを用いた。それぞれのデータセットには同じように検出器の効果が入っているはずなので、プログラムが正しく動作しているならば Unfold した結果は真の分布と一致しなければならない。

5.3.2 テストの結果

Unfold の結果、得られた $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を図 5.2 に示す。正規化パラメータ kreg は図 5.3 より、kreg=7 とした。真の分布と Unfold 後の分布を比較すると $\chi^2/ndf = 0.543$ となったため、得られた分布はよく一致しているとみなせる。よって、プログラムは正しく動作していることが確認された。

ここで、 χ^2 の定義は以下の通りである。

$$\chi^2 = \sum_i (f(x_i) - y_i) V_{ij} (f(x_j) - y_j) \quad (5.13)$$

ここで、 $f(x_i)$ は真の分布の i 番目の bin の成分、 y_i は Unfold 後の分布の i 番目の bin の成分である。また、 V_{ij} は covariance matrix \mathbf{E} の逆行列であり、以下のように定義される。

$$V_{ij} = (\mathbf{E}^{-1})_{ij} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1n}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \cdots & & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

σ_{ij}^2 は i 番目の bin で生成され、Unfold によって j 番目の bin に移動した事象の誤差である。

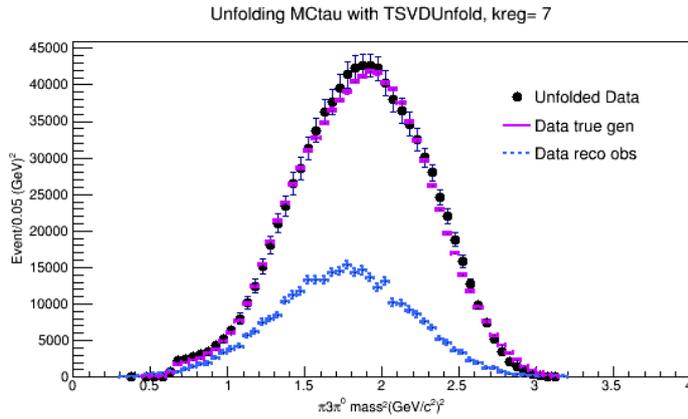


図 5.2: Unfold の動作テストで得られた $M_{\pi-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布。kreg=7 の場合。黒丸は Unfold 後の分布、紫色の点線は真の分布、青色の点線は観測分布を表している。Unfold 後の分布と真の分布は、 $\chi^2/ndf = 0.543$ である。

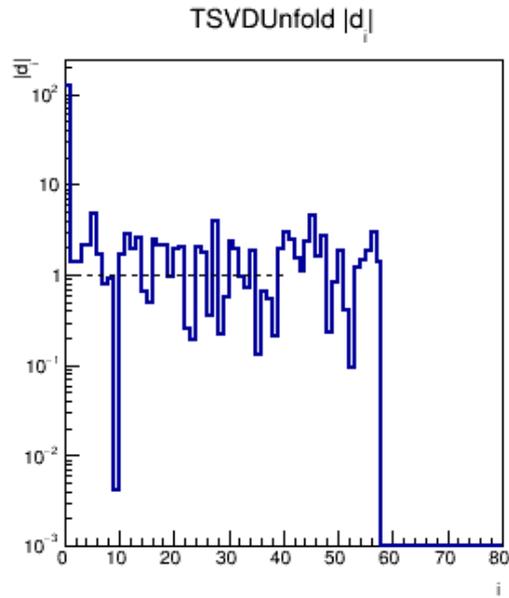


図 5.3: Unfold の動作テストでの $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right|$ 。横軸が i 、縦軸が $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right|$ を表す。ここから、kreg=7 とした。

5.4 実データを用いた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗分布の Unfold

5.3 節にて、Unfold のプログラムは正しく動作していることが確認された。そこで、次は本節にて実際のデータに対する Unfold を行う。Unfold およびスペクトラル関数の測定には 3.3 章での選別の結果観測した $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象のすべて (175179 事象) を使用する。

5.4.1 $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗分布の補正

観測した $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗 $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を図 5.4 に示す (図 4.1 の再掲)。

図 5.4 の $0.3 \text{ GeV}^2 \sim 0.5 \text{ GeV}^2$ 領域では黒丸で示した実験データよりも、色付きのヒストグラムで示したバックグラウンド事象の方が上回っている。これは $\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0\nu_\tau$ 事象のシミュレーションが現実を正しく再現していないことによるオーバーエスティメーションである。そこで本研究では $\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比を 0.5 倍することで補正を行った。補正後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を図 5.5、図 5.7 に示す。図 5.6 は高い質量領域での拡大図である。Unfold およびスペクトラル関数の測定には、補正後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を使用する。今回行った補正は仮の対処であり、シミュレーションに現実を反映させる正しい補正方法の研究は、今後の課題である。

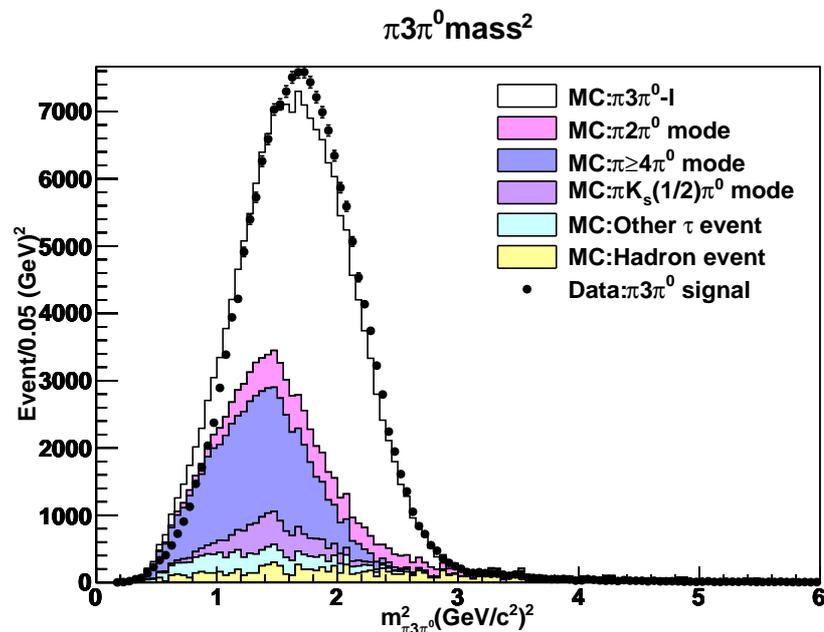


図 5.4: 補正前の $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。実験データを黒丸、モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドを崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで表した。

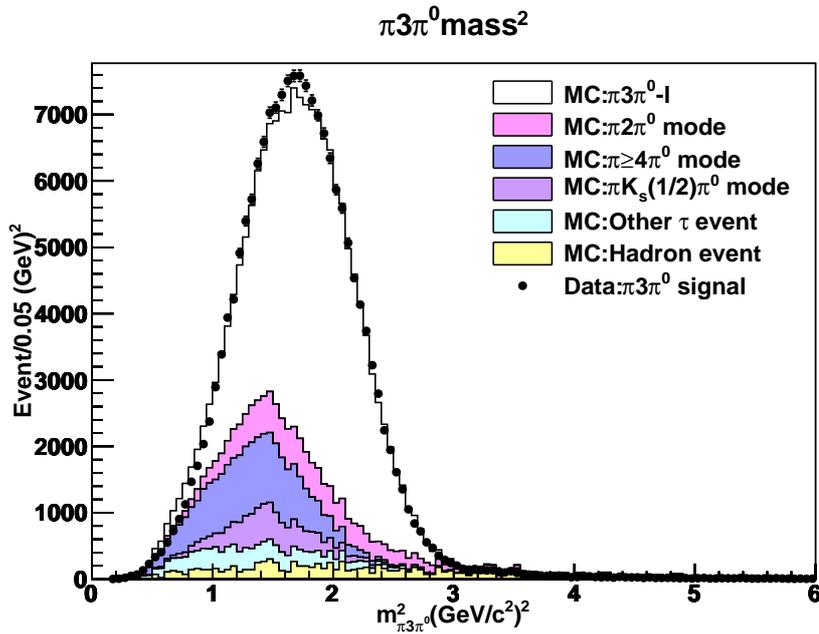


図 5.5: 補正後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。モンテカルロ事象の $\tau \rightarrow \pi \geq 4\pi^0 \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比を 0.5 倍に補正している。実験データを黒丸、モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドを崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで表した。

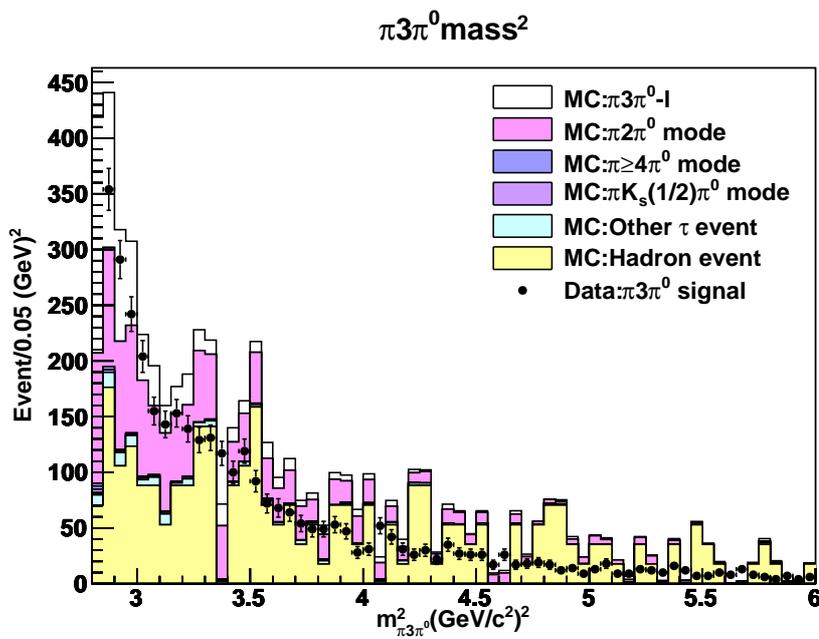


図 5.6: 補正後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。図 5.5 の高質量領域を拡大して示したものの。

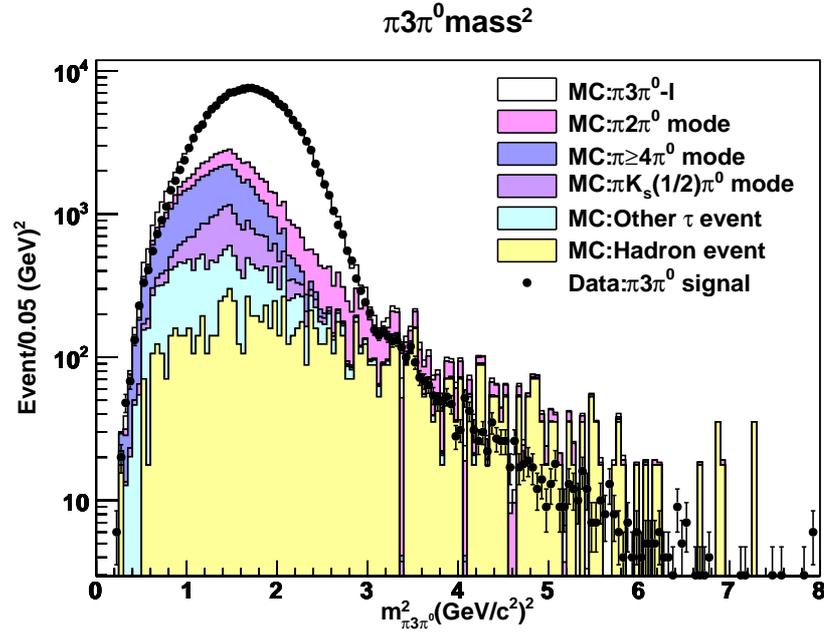


図 5.7: 補正後の $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布。図 5.5 の横軸の範囲を広げて片対数にした。

5.4.2 Unfold に使用したデータ

Unfold を行うためには、

1. モンテカルロシミュレーションから求めた response matrix \mathbf{A}
2. データでの $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗分布 $M^2_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}$

が必要である。以下、それぞれの求め方について説明する。

response matrix \mathbf{A}

検出器のは、検出器の効率と分解能の効果が入った行列で、真の分布では i 番目の bin であった事象が、観測分布では j 番目の bin で再構成される確率で表される。本研究では、これをモンテカルロシミュレーションを用いて得た。方法としては、モンテカルロ事象を検出器のシミュレーションと、実データに用いる事象選別と再構成を行う解析プログラムに通すことで得られる。これによって、解析途中で加えられた選別条件による効果が自動的にモンテカルロ事象にも適用される。つまり、 A_{ij} はモンテカルロが生成された時の分布と、検出器のシミュレーションと解析の結果の分布との比較によって得た関係とも言える。

$$\tilde{A}_{ij} = \frac{A_{ij}}{X_j^{\text{init}}} \quad (5.16)$$

もし、影響するものが全く無いならば、 i 番目の bin にあったものは必ず $j = i$ 番目の bin で観測されるはずである。しかし実際には観測される分布は必ず何らかの影響を受けている。影響を与えるものは以下の 2 つに区別できる。

1. $\tau^+\tau^-$ 事象や $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別する際に漏れてしまった事象など、本当は存在した事象を検出できなかったことによる寄与（検出効率）
2. 検出器で検出され、かつ、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別しても残っていた事象が、検出器の分解能の影響で本来の bin とは違う bin で検出されることによる寄与（分解能）

1. の検出効率による寄与は 4.5 章で記述したので、ここでは 2. の分解能による寄与について議論する。この「もとの bin とは違う bin で検出されることによる寄与」は response と呼ばれている。また、検出器において「 i 番目の bin であった事象が、観測分布では j 番目の bin で観測される」関係を表したものを response matrix と呼ぶ。 $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布について、この関係を図 5.8 に示す。

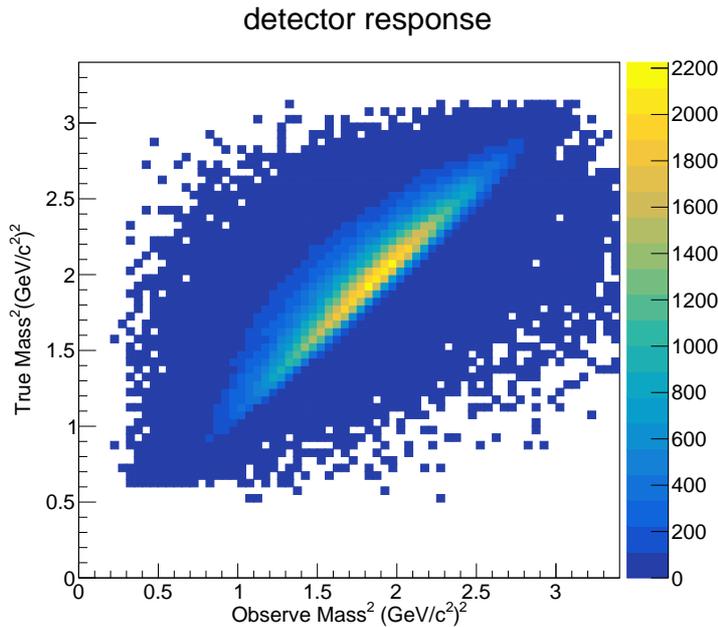


図 5.8: $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2|_{\text{True}}$ と $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2|_{\text{observed}}$ の 2 次元プロット (detector response)。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ のモンテカルロ事象を使用して、生成されたときの $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量分布を縦軸、それが観測されたときの分布を横軸に置いて、相関関係を 2 次元プロットで表した。

図 5.8 において、縦軸が生成されたときの（真の） $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を表し、横軸が観測されたときの $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を表す。大まかには「生成された i 番目の bin = 観測された j 番目の bin ($i = j$)」を表す直線上に分布しているが、「生成された i 番目の bin \neq 観

測された j 番目の bin ($i \neq j$) となるような部分も認められる。

次に、アクセプタンスを考える。アクセプタンスは以下の式で表される。

$$\eta_j = \sum_i \frac{A_{ij}}{X_j^{\text{init}}} \quad (5.17)$$

\sum_i は観測された分布について各 bin を足し上げることを表している。これを真の分布の bin ごとに表すと、図 5.9 となる。

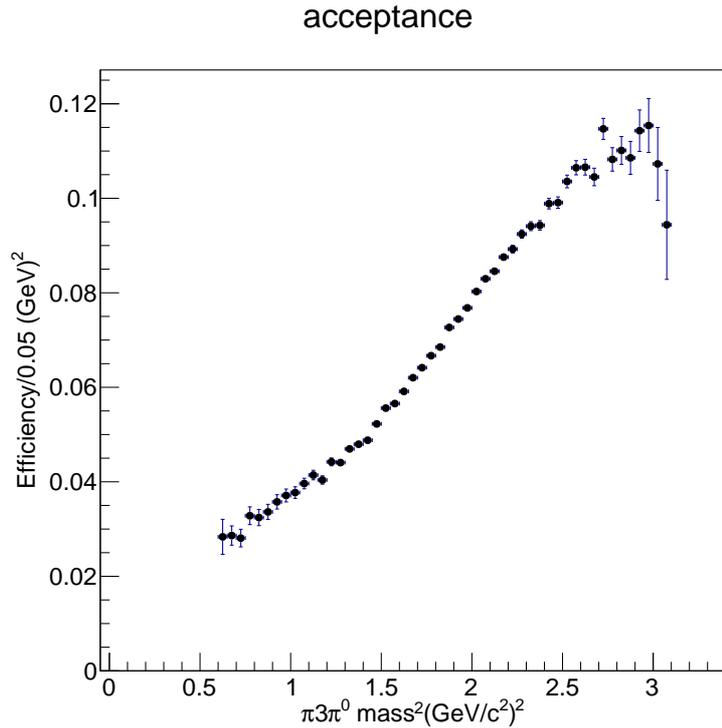


図 5.9: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 生成と選別間のアクセプタンス。モンテカルロシミュレーションによる。縦軸が質量領域ごとの検出効率 η_j 、横軸が $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ を表す。

response matrix は、 $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ を一定の幅で区切ったとき、ある bin に入った事象に対して、生成されたときの bin ごとの事象数で割ったもので得られる。response matrix を求める上で、bin 幅は response matrix の形に直接影響する重要なファクターである。今回は、 $0.05 \text{ GeV}^2/\text{bin}$ とした。これは、図 5.8 の分布の広がりから、検出器の分解能を 0.05 GeV^2 と見積もったためである。

データでの $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の質量 2 乗分布 $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$

使用する $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布は図 5.5 である。Unfold には $M_{\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0}^2$ 分布から、モンテカルロシミュレーションで見積もったバックグラウンドを差し引いたものを使用する（以後 signal と呼ぶ）。bin ごとの事象数を N とすると次のようになる。

$$N_{\text{signal}} = N_{\text{total}} - N_{\text{background}} \quad (5.18)$$

signal の統計誤差は式 5.19 とした。

$$\sigma_{\text{signal}} = \sqrt{\sigma_{\text{total}}^2 + \sum_i \sigma_{\text{BG}}^2} \quad (5.19)$$

$$= \sqrt{\sigma_{\text{total}}^2 + \sigma_{\tau\text{event}}^2 + \sigma_{\text{hadronevent}}^2} \quad (5.20)$$

バックグラウンドを差し引いて得られた $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布と、モンテカルロシミュレーションでの真の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を図 5.10 に示す。

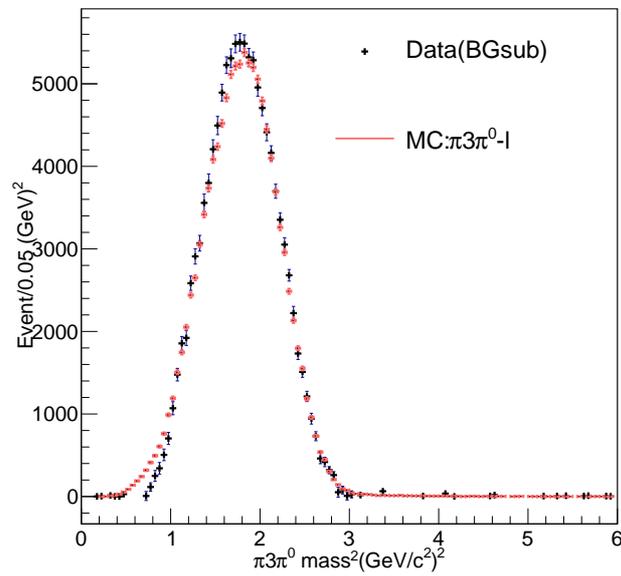


図 5.10: バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布（黒のクロス）及び、赤色の点線は TAUOLA モデルとして組み込まれている $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を検出器のシミュレーションに通した結果である。

これらを用いて Unfold を実行した。

5.4.3 データにおける Unofld 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布

実験データを Unfold した結果の分布を図 5.11 に示す。また、このときの正規化パラメータ kreg は図 5.12 に示した分布より、kreg=10 とした。黒丸は Unfold 後の結果、黒クロスは Unfold 前の分布を 20 倍した分布である。

図 5.11 の分布を用いて、スペクトラル関数を求める。

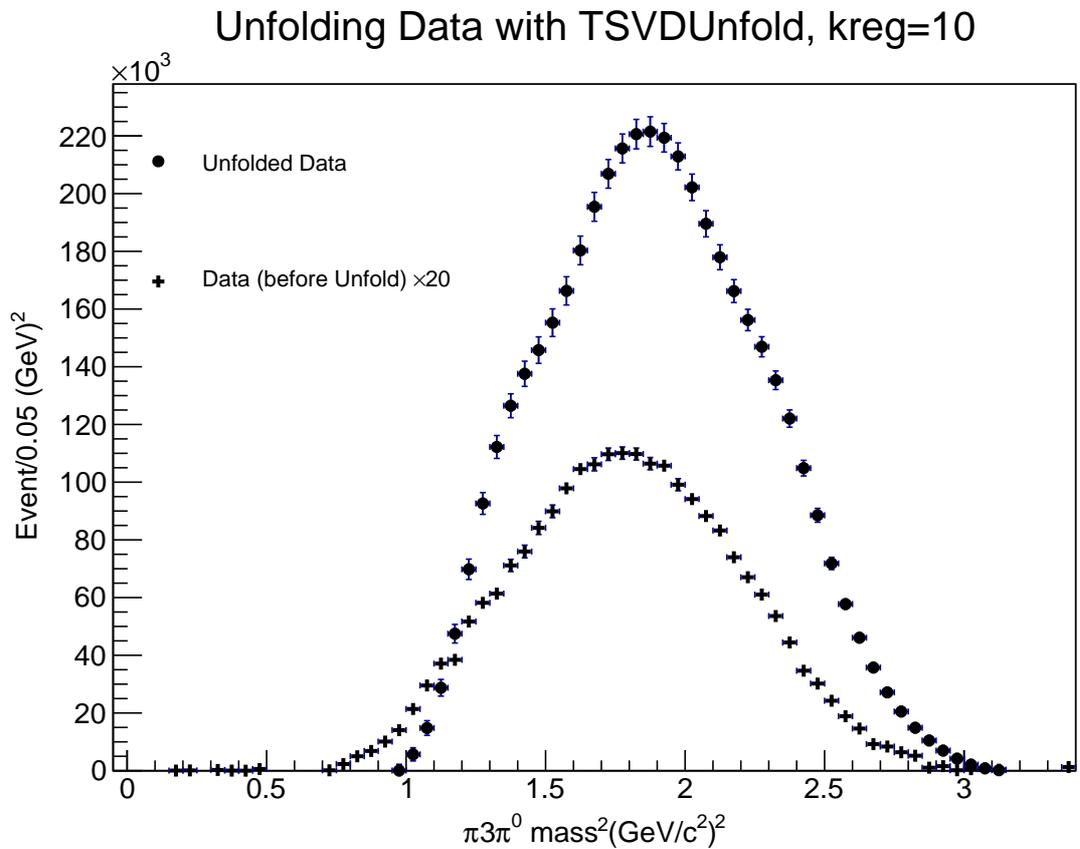


図 5.11: Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布。黒丸で Unfold 後の分布を、黒クロスで Unfold 前の分布を 20 倍したものを示した。

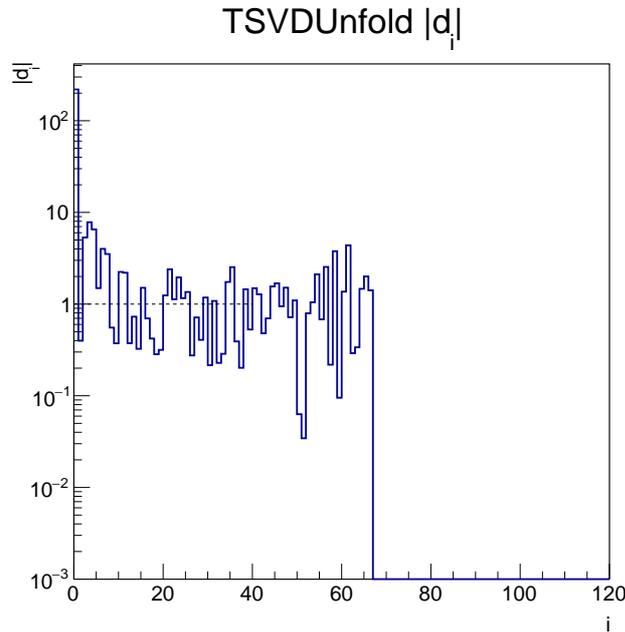


図 5.12: Unfold の $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ 。横軸が i 、縦軸が $\log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ を表す。ここから、kreg=10 とした。

5.5 スペクトラル関数の導出

スペクトラル関数は Unfold された $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を用いて、以下のように表せる。

$$v^{4\pi}(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}} \frac{1}{\left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2} \frac{\mathcal{B}_{4\pi}}{\left(1 + \frac{2s}{M_\tau^2}\right)} \frac{1}{\mathcal{B}_e} \frac{1}{N_{4\pi}} \frac{dN_{4\pi}}{ds} \quad (5.21)$$

ここで、 M_τ は τ 粒子の質量 ($M_\tau=1.777\text{GeV}$)、 $|V_{ud}|$ はカビボ小林益川の成分 ($|V_{ud}| = 0.97425$)、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数 ($S_{EW} = 1.0198$)、 $\mathcal{B}_{4\pi}$ は $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比 (4 章より $\mathcal{B}_{4\pi} = 1.2\%$)、 \mathcal{B}_e は $\tau^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比 (PDG2017 より $\mathcal{B}_e = 4.52\%$)、 $N_{4\pi}$ は Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布の事象数の総和、 $dN_{4\pi}$ は Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布、 s は $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の質量 2 乗、 ds は bin 幅 ($0.05\text{GeV}^2/\text{bin}$) である。Unfold 後の全事象数 3.58×10^6 で規格化した質量スペクトラム

$$\frac{1}{N_{4\pi}} \frac{dN_{4\pi}}{ds}$$

を図 5.13 に示す。

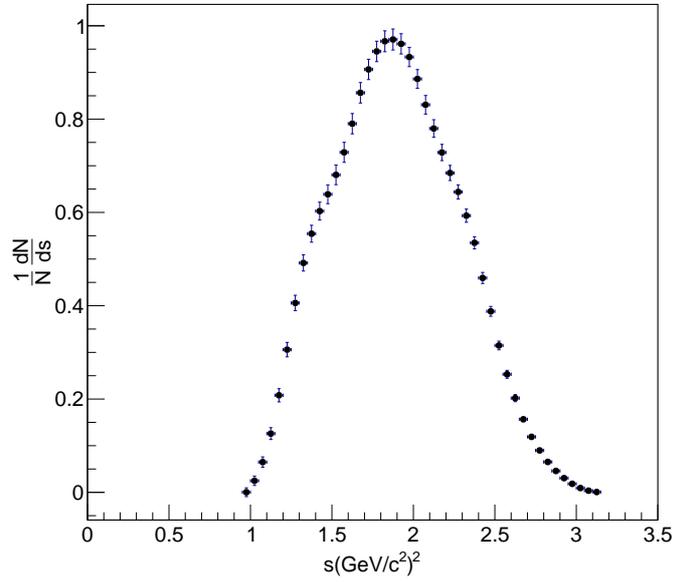


図 5.13: Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を全事象数 3.58×10^6 で規格化した分布

図 5.13 を式 5.21 に代入して得られたスペクトラル関数の分布 $v^{\pi^3\pi^0}(s)$ を図 5.14 に示す。図 5.14 のエラーバーは統計誤差を表している。

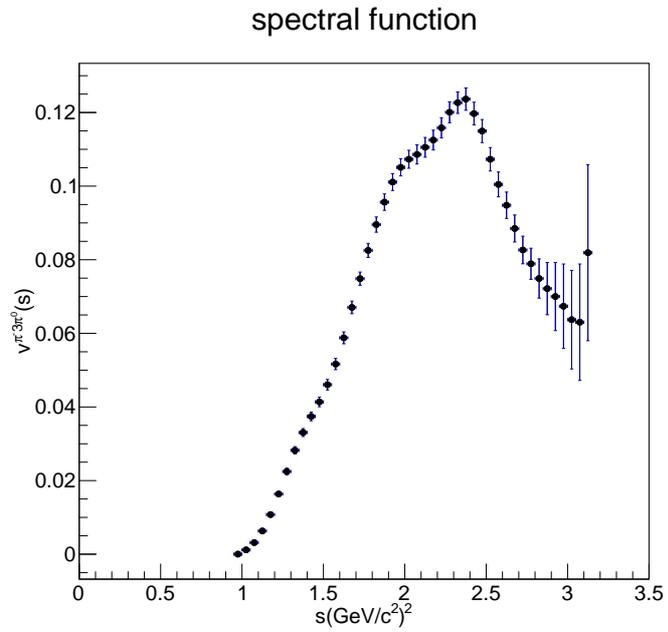


図 5.14: $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布

5.6 先行実験の結果との比較

本研究で得られた結果と、これまでの先行研究の結果を比較する。

5.6.1 $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量

まず、4.3章で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布を比較する。図 5.15 に本研究で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布を、図 5.16 に OPAL 実験で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布を示す。比較すると、本研究で得られた分布の方がバックグラウンドが少なく誤差が小さいことから、高精度な結果が得られたと言える。

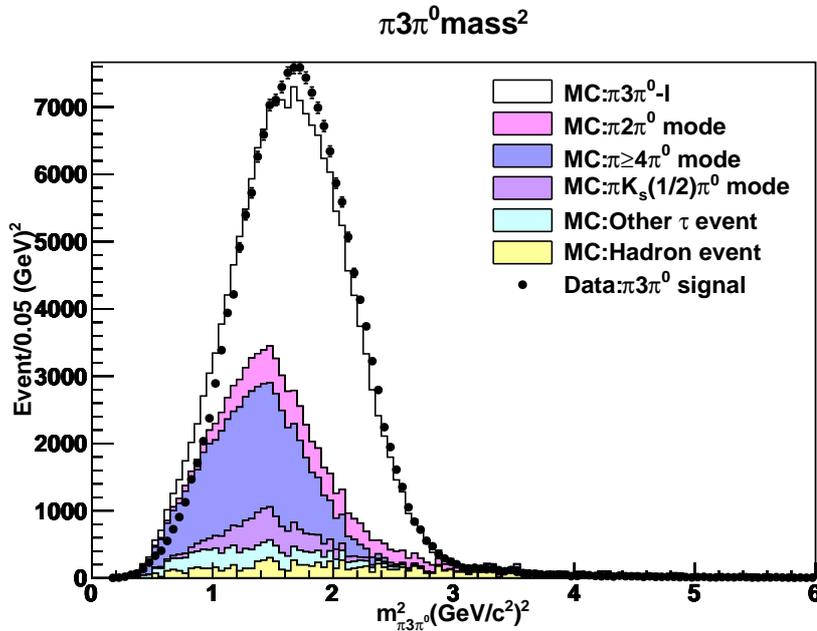


図 5.15: $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (本研究)。実験データを黒丸、モンテカルロ事象を崩壊モードごとに色付きのヒストグラムで示した。

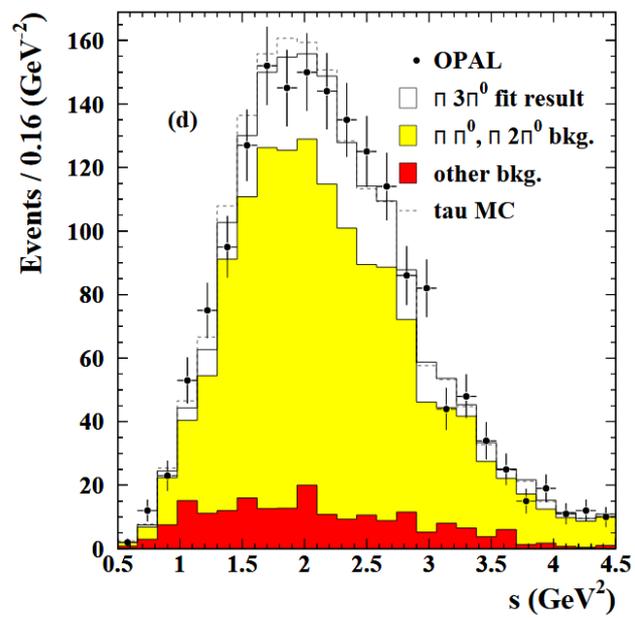


図 5.16: $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (OPAL 実験)。実験データがプロット、バックグラウンドが色付きのヒストグラムで示されている。 [3]

5.6.2 $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の Unfold 後の不変質量

次に、5.4 章で得られた Unfold 後の $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量分布を比較する。図 5.17 に本研究で得られた Unfold 後の $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布を全事象数 3.58×10^6 で規格化した分布を、図 5.18 に OPAL 実験で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布を示す。比較すると、本研究で得られた分布の方が誤差が小さいことから、高精度な結果が得られたと言える。

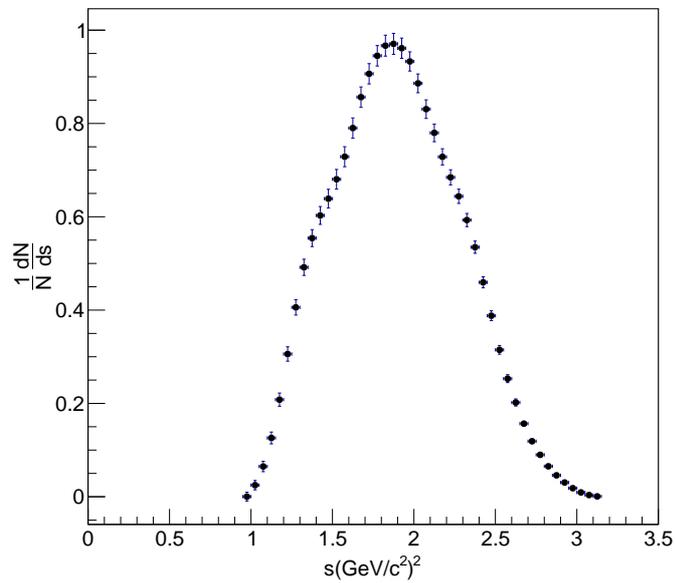


図 5.17: Unfold 後の $M_{\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}^2$ 分布を全事象数 3.58×10^6 で規格化した分布

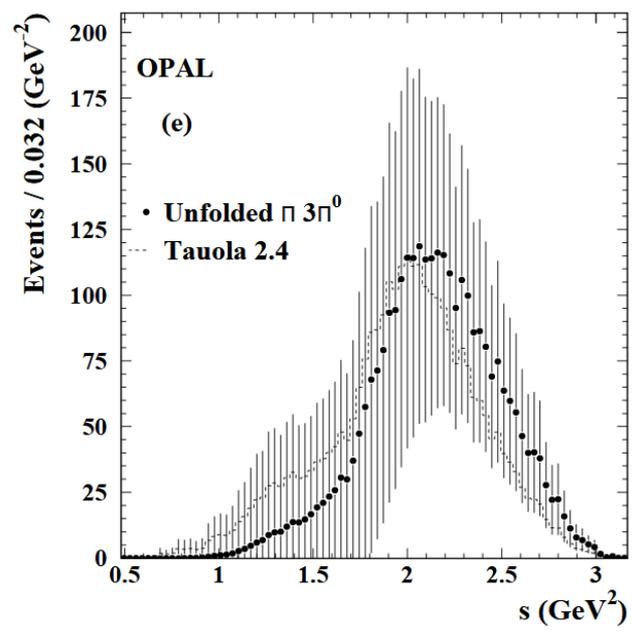


図 5.18: Unfold 後の $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布 (OPAL 実験) [3]

5.6.3 $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数

最後に、5.5章で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数を比較する。図 5.19 に赤色のプロットで本研究、黒色のプロットで ALEPH 実験で得られた $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数を示す。本研究では、電弱相互作用による補正係数を $S_{EW} = 1.0198$ とした。比較すると、本研究で得られた分布の方が誤差が小さく、高質量領域における構造がしっかり観測されている。

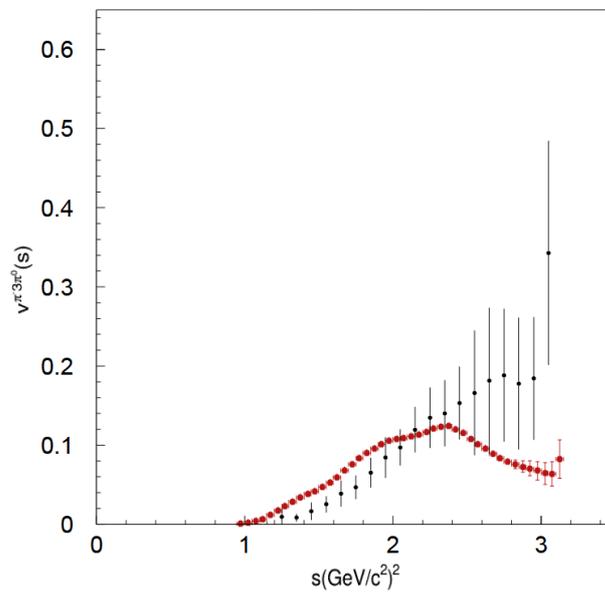


図 5.19: $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数の比較。赤色のプロットは本研究の結果、黒色のプロットは ALEPH 実験の結果である。 [4]

第 6 章

まとめ

本研究では Belle 実験で収集したデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比とスペクトラル関数を測定した。使用したデータは 2003 年 10 月から 2008 年 6 月までに収集したもので、632/fb のルミノシティに相当する。観測した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象は 281,307,410 事象で、ここから $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を 183,764 事象観測した。同時に、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象から $\tau^+\tau^- \rightarrow (e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)(\mu^+) \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$ 事象 (e - μ 事象) の選別を行い、6,493,717 事象を観測した。両者の崩壊レートの比から、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比を測定した。結果は

$$B_{4\pi} = (1.17 \pm 0.01 \pm 0.15) \%$$

となった。

スペクトラル関数の測定では、測定した $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量 2 乗分布からバックグラウンドを差し引き、検出器の効果を Unfold によって取り除いて真の質量 2 乗分布を求め、そこからスペクトラル関数を測定した。結果を図 6.1 に示す。これは、現在もっとも高精度な測定結果である。

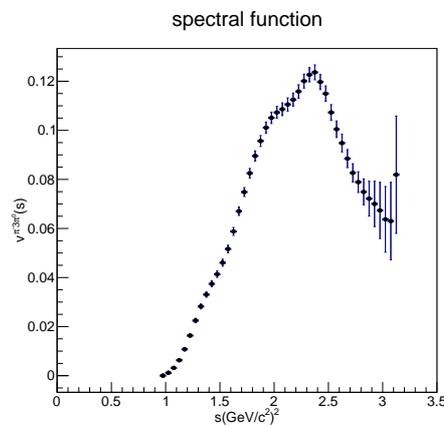


図 6.1: $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の分布

参考文献

- [1] 田中恵梨香, $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における崩壊分岐比とスペクトラル関数の測定, 奈良女子大学人間文化研究科物理科学専攻修士学位論文, 2015.
- [2] 長谷川香織, タウ粒子のハドロン崩壊 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における崩壊分岐比とスペクトラル関数の測定, 奈良女子大学人間文化研究科物理科学専攻修士学位論文, 2017.
- [3] K. Ackerstaff et al. "Measurement of the Strong Coupling Constant α_s and the Vector and Axial-Vector Spectral Functions in Hadronic Tau Decays". *Eur. Phys. J. C* **7**, 571-593 (1999). [hep-ex/9808019](#).
- [4] S. Schael et al. "Branching Ratios and Spectral Function of τ of Decays: Final ALEPH Measurements and Physics Implications". *Phys. Rep.* **421**, 191-284 (2005). [hep-ex/0506072](#).
- [5] M. Davier, A. Hoecker, and Z. Zhang. "The physics of hadronic tau decays". *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1043-1109 (2006). [hep-ex/0507078](#).
- [6] S. Ryu. "Study of π^0 efficiency using $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ ". (2012).
- [7] C. Patrignani et al. (Particle Data Group). *Chin. Phys. C.* **40**, 100001 (2016) and 2017 update.
- [8] S. Jadach and Z. Was. "Koralb: An Upgrade to version 2.4". *Comput. Phys. Commun.* **85**, 453-462(1995).
- [9] S. Jadach, J. H. Kuhn, and Z. Was. "TAUOLA: A Library of Monte Carlo programs to simulate decays of polarized tau leptons". *Comput. Phys. Commun.* **64**, 275-299(1990).
- [10] M. Jezabek, Z. Was, S. Jadach, and J. H. Kuhn. "The tau decay library TAUOLA, update with exact O(alpha) QED corrections in $\tau \rightarrow \mu(e)$ neutrino anti-neutrino decay modes." *Comput. Phys. Commun.*, **70**, 69-76(1992).
- [11] S. Jadach, Z. Was, R. Decker, and J. H. Kuhn. "The tau decay library TAUOLA: Version 2.4". *Comput. Phys. Commun.* **76**, 361-380(1993).
- [12] S. Jadach, W. Placzek, E. Richter-Was, B.F.L. Ward, and Z. Was. "Upgrade of the Monte Carlo program BHLUMI for Bhabha scattering at low angles to version 4.04". *Comput. Phys. Commun.* **102**, 229-251(1997).

- [13] S. Jadach, B.F.L. Ward, and Z. Was. "The Precision Monte Carlo event generator K K for two fermion
nal states in e^+e^- collisions". *Comput. Phys. Commun.* **130**, 260-325(2000).
- [14] CLEO collaboration. "The QQ B meson decay event generator". See <http://www.ins.cornell.edu/public/CLEO/soft/QQ>.
- [15] F. A. Berends, P.H. Daverveldt, and R. Kleiss. "Monte Carlo Simulation of Two Photon Processes. 2. Complete Lowest Order Calculations for Four Lepton Production Processes in electron Positron Collisions". *Comput.Phys.Commun.* **40**, 285-307(1986).
- [16] S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, and A. Deur. "Nonperturbative QCD Coupling and its β -function from Light-Front Holography". *Phys. Rev.* **D81**, 096010(2010).
- [17] S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, H. G. Dosch, and J. Erlich. "Light-Front Holographic QCD and Emerging Con
nemenent". *Phys. Rept.* **584**, 1-105(2015).
- [18] A. Deur, S. J. Brodsky, and G. F. de Teramond. "Determination of $\lambda_{\bar{m}s}$ at fi
ve loops from holographic qcd". (2016).
- [19] P. A. Baikov, K. G. Chetyrkin, and J. H. Kühn. "Order α_s^4 QCD Correctionsto
Z and τ Decays". *Phys. Rev. Lett.* **101**, 012002(2008).
- [20] E. Braaten, S. Narison, and A. Pich. "QCD analysis of the τ hadronic width".
Nucl. Phys. **B373**, 581-612(1992).
- [21] A. Pich. "Tau Decay Determination of the QCD Coupling". In Proceedings of
"Workshop on Precision Measurements of α_s ", 9-11 Feb 2011. MPI Munich,
Germany. [hep-ph/1110.0016](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1110.0016).
- [22] D. Boito, M. Golterman, K. Maltman, J. Osborne, and S. Peris. "Strong coupling
from the revised ALEPH data for hadronic τ decays". *Phys. Rev.* **D91**, No. 3,
034003(2015).
- [23] J. Erler. " α_s with gap". In Proceedings of "Workshop on Precision Measurements
of α_s ", 9-11 Feb 2011. MPI Munich, Germany.
- [24] K. Hanagaki et al., *Nucl. Instrum. Meth.* **A485**, 490(2002).
- [25] A. Adashian et al., *Nucl. Instrum. Meth.* **A491**, 69(2002).
- [26] A. Hoecker, V. Kartvelishvili., *Nucl. Instrum. Meth.* **A372**, 469-481(1996).

謝辞

本研究を行うにあたり、お世話になりました方々に紙面を借りてお礼申し上げます。

はじめに、このような素晴らしい研究に携わる機会を与えていただいた、高エネルギー物理学研究室の林井先生、宮林先生、下村先生、蜂谷先生に深く感謝いたします。直接ご指導いただいた林井先生には物理や解析の手法や楽しさだけでなく、ものの考え方や進捗管理の姿勢といった一生の財産になるものを教えていただきました。お忙しい中でも丁寧に対応していただき、研究を終えられたのはひとえに林井先生のおかげです。本当にありがとうございました。宮林先生には高エネルギー物理学の基礎からご指導いただいたほか、研究の環境整備に多大なご助力をいただきました。下村先生、蜂谷先生にも助言や激励のお言葉をいただきましたこと感謝いたします。名古屋大学の皆様、Belle Collaboration の皆様にも大変お世話になりました。

同期の伊藤さん、坂本さんには多くの励ましや刺激をいただき、楽しく充実した大学院生活を送ることができました。後輩の石丸さん、加納さん、西谷さん、皆吉さんにも様々な支えていただきました。皆様、本当にありがとうございました。

最後に、無知であった私が最先端の物理学に携わり、高エネルギー物理学の面白さを感じつつ研究生生活を送れたことは皆様のご助力があってこそのもです。私を支えてくださったすべての方々に心からの感謝の意を表して、謝辞とかえさせていただきます。