

2005年度 修士学位論文

高統計データによる $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の研究

奈良女子大学大学院人間文化研究科
物理科学専攻 高エネルギー物理学研究室
藤川 美幸希

2006年1月

目次

| | | |
|-------|--|----|
| 第 1 章 | はじめに | 1 |
| 第 2 章 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理 | 5 |
| 2.1 | タウの物理 | 5 |
| 2.1.1 | タウ・レプトン | 5 |
| 2.1.2 | タウ粒子崩壊について | 6 |
| 2.2 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊 | 9 |
| 2.3 | ミュオンの異常磁気モーメント | 10 |
| 2.3.1 | ハドロン真空偏極項 | 12 |
| 2.3.2 | a_μ の理論値と実験の現状 | 14 |
| 第 3 章 | 実験装置 | 15 |
| 3.1 | 非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器) | 15 |
| 3.2 | Belle 測定器 | 18 |
| 3.2.1 | 粒子崩壊点測定器 (SVD: Silicon Vertex Detector) | 20 |
| 3.2.2 | 中央飛跡検出器 (CDC: Central Drift Chamber) | 21 |
| 3.2.3 | エアロジェル・チェレンコフカウンター (ACC: Aerogel Čerenkov Counter) | 21 |
| 3.2.4 | 飛行時間差測定器 (TOF: Time of Flight) | 24 |
| 3.2.5 | 電磁カロリメータ (ECL: Electromagnetic Calorimeter) | 25 |
| 3.2.6 | 超電導ソレノイド | 28 |
| 3.2.7 | K_L 、 μ 粒子検出器 (KLM) | 28 |
| 3.2.8 | トリガーシステム | 28 |
| 3.2.9 | データ収集システム (DAQ) | 29 |
| 第 4 章 | 事象選別 | 33 |
| 4.1 | 電子・陽電子衝突反応の概要 | 33 |
| 4.2 | 解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション | 36 |
| 4.3 | $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別 | 37 |
| 4.3.1 | $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 1 | 38 |
| 4.3.2 | $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 2 | 38 |
| 4.4 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別 | 42 |
| 4.4.1 | π^0 の再構成 | 43 |
| 4.4.2 | $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別 | 43 |

| | | |
|-------|--|----|
| 第 5 章 | 崩壊分岐比 $B_{\pi\pi^0}$ の測定 | 47 |
| 5.1 | はじめに | 47 |
| 5.2 | $B_{h\pi^0}$ の測定方法 | 48 |
| 5.2.1 | $\tau^+\tau^-$ 対生成事象のバックグラウンドと検出効率の評価 | 48 |
| 5.2.2 | $\tau^-\rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のバックグラウンドと検出効率の評価 | 49 |
| 5.3 | 系統誤差の見積もり | 51 |
| 5.4 | 崩壊分岐比 $B_{h-\pi^0}$ の測定結果 | 54 |
| 5.5 | 崩壊分岐比 $B_{\pi-\pi^0}$ の測定結果 | 54 |
| 第 6 章 | $\pi^-\pi^0$ 質量スペクトラムの測定 | 57 |
| 6.1 | $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布 | 57 |
| 6.1.1 | $S\gamma\gamma$ 分布を用いた π^0 バックグラウンドの差し引き | 57 |
| 6.1.2 | $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布 | 58 |
| 6.1.3 | バックグラウンドの見積もり | 58 |
| 6.1.4 | バックグラウンドの差し引き | 60 |
| 6.2 | 検出器のアクセプタンス補正とその結果 | 60 |
| 6.2.1 | 検出器の効果の補正方法 | 62 |
| 6.2.2 | アクセプタンス行列 | 63 |
| 6.2.3 | $\pi^-\pi^0$ 質量スペクトラムの結果 | 64 |
| 6.3 | Breit-Wigner 関数による質量スペクトラムのフィット | 66 |
| 6.3.1 | 共鳴状態 ρ, ρ', ρ'' のパラメタのフィット結果 | 69 |
| 6.3.2 | 以前の τ のデータとの比較 | 70 |
| 6.3.3 | $e^+e^-\rightarrow\pi^+\pi^-$ のデータとの比較 | 72 |
| 6.3.4 | フィット結果のまとめ | 72 |
| 6.4 | パイオン形状因子 ($ F_\pi ^2$) | 73 |
| 第 7 章 | ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ の測定 | 79 |
| 7.1 | ハドロン真空偏極項 | 79 |
| 7.1.1 | $a_\mu^{\pi\pi}$ の評価 | 79 |
| 7.1.2 | 系統誤差の見積もり | 80 |
| 7.1.3 | 結果の安定性のチェック | 81 |
| 7.1.4 | $a_\mu^{\pi\pi}$ の結果 | 82 |
| 第 8 章 | 結果と考察 | 85 |
| 付録 A | 固有値分解法 (SVD 法) | 91 |
| A.1 | はじめに | 91 |
| A.2 | 固有値分解法 | 92 |
| A.3 | 簡単な例 | 94 |

| | | |
|------|--|-----|
| 付録 B | ミュオン異常磁気モーメントの標準理論による計算の現状 | 97 |
| B.1 | QED の補正項 a_{μ}^{QED} | 97 |
| B.2 | 電弱の補正項 a_{μ}^{EW} | 99 |
| B.3 | ハドロンの補正項 a_{μ}^{hadron} | 100 |
| B.4 | 新しい物理の効果—超対称性粒子の場合 | 101 |
| 付録 C | A High Statistics Study of the Decay $\tau^{-} \rightarrow \pi^{-} \pi^0 \nu_{\tau}$ | 105 |

目次

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファイマン図 | 8 |
| 2.2 | ミューオンの異常磁気モーメントに寄与するファイマンダイアグラム | 11 |
| 2.3 | ハドロンの真空偏極項 $a_\mu^{\text{had},LO}$ への各項目からの寄与の割合 | 13 |
| 3.1 | KEKB 加速器の概観図 | 16 |
| 3.2 | Belle 測定器の全体図 | 18 |
| 3.3 | 粒子崩壊点測定器の構造 | 20 |
| 3.4 | 電離損失 | 22 |
| 3.5 | 中央飛跡検出器の構造 | 22 |
| 3.6 | エアロジェルカウンターの構造 | 23 |
| 3.7 | エアロジェルカウンターモジュールの構造 | 24 |
| 3.8 | TOF/TSC モジュール | 25 |
| 3.9 | CsI(Tl) シャワーカウンター | 26 |
| 3.10 | 電磁カロリメータの断面図 | 27 |
| 3.11 | シャワーの再構成アルゴリズムの模式図 | 28 |
| 3.12 | Belle トリガーシステムのブロック図 | 30 |
| 3.13 | データ収集システムのブロック図 | 31 |
| 4.1 | 事象選別の流れ | 35 |
| 4.2 | 事象の半球図 | 39 |
| 4.3 | Missing Mass | 39 |
| 4.4 | Missing Mass と Missing Angle の 2 次元プロット | 40 |
| 4.5 | アコプナリティ角 ϕ_{acop} | 41 |
| 4.6 | $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象の例 (x-z 平面) | 42 |
| 4.7 | $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象の例 (x-y 平面) | 42 |
| 4.8 | π^0 シグナル分布 | 44 |
| 4.9 | $S_{\gamma\gamma}$ と P_{π^0} の 2 次元プロット | 44 |
| 5.1 | 実験番号ごとの $B_{h\pi^0}$ の結果。誤差棒は統計誤差を表す。 | 56 |
| 6.1 | (a) $0.20 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.25$ (GeV/c) ² 領域と (b) $0.75 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.80$ (GeV/c) ² 領域における規格化された $\gamma\gamma$ 不変質量 ($S_{\gamma\gamma}$) 分布 | 57 |
| 6.2 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の $\pi^- \pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布 | 59 |
| 6.3 | バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^- \pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布 | 60 |
| 6.4 | $(M_{\pi\pi^0}^2)_{\text{generated}}$ と $(M_{\pi\pi^0}^2)_{\text{observed}}$ の 2 次元プロット | 62 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 6.5 | $\pi^-\pi^0$ 系のアクセプタンス | 63 |
| 6.6 | $\tau^-\rightarrow\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の $\pi^-\pi^0$ 系の質量 2 乗 ($M_{\pi^-\pi^0}^2$) 分布 (アンフォールド後) | 65 |
| 6.7 | $\tau^-\rightarrow\pi^-\pi^0\nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $ F_\pi ^2$: CLEO との比較 | 74 |
| 6.8 | $\tau^-\rightarrow\pi^-\pi^0\nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $ F_\pi ^2$: ALEPH との比較 | 76 |
| 6.9 | $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 質量領域におけるパイオン構造因子 $ F_\pi(s) ^2$ のフィット曲線との相対差 | 77 |
| A.1 | アンフォールド後の結果と真の分布との比較 | 93 |
| B.1 | a_μ^{QED} 項の代表的なダイアグラム | 98 |
| B.2 | a_μ^{EW} 項の代表的なダイアグラム | 99 |
| B.3 | $a_\mu^{\text{had,LO}}$ 項の代表的なダイアグラム | 101 |
| B.4 | $a_\mu^{\text{had,HO}}$ 項の代表的なダイアグラム | 102 |
| B.5 | $a_\mu^{\text{had,LBL}}$ 項の代表的なダイアグラム | 102 |
| B.6 | 新しい物理の効果の代表的なダイアグラム | 103 |

表 目 次

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | 相互作用一覧表 | 5 |
| 2.2 | タウ粒子の崩壊モード一覧表 | 7 |
| 3.1 | KEKB 加速器の設計パラメータ | 17 |
| 3.2 | Belle 測定器のパラメータ | 19 |
| 3.3 | $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積とトリガー頻度 | 29 |
| 4.1 | シミュレーション使用プログラム | 34 |
| 4.2 | 各実験番号の収集時期とルミノシティ | 36 |
| 5.1 | $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のシグナル領域に含まれるの数と π^0 バックグラウンドを差し引いた後の $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の数を実験番号毎に示す。 $b^{non-\pi^0}$ は実験番号を通して安定している事が分かる。 | 48 |
| 5.2 | $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象選別でのバックグラウンドの評価 | 50 |
| 5.3 | $\tau \rightarrow h \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象識別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊からくるバックグラウンドの評価 | 50 |
| 5.4 | $\tau \rightarrow h \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊事象識別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊以外からくるバックグラウンドの評価 | 51 |
| 5.5 | 崩壊分岐比を求めるために使うパラメータの値とその統計誤差 | 52 |
| 5.6 | $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊分岐比の系統誤差 | 52 |
| 5.7 | 様々な実験で測定された $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比との比較 | 55 |
| 5.8 | 崩壊分岐比の系統誤差 (1) | 55 |
| 5.9 | 崩壊分岐比の系統誤差 (2) | 55 |
| 6.1 | $\pi^- \pi^0$ 不変質量分布中のバックグラウンドの割合 | 61 |
| 6.2 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の $\pi^- \pi^0$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$) (アンフォールド後) | 64 |
| 6.3 | $\pi^- \pi^0$ 系の質量分布のビン間の相関係数 ρ_{ij} の値 | 67 |
| 6.4 | フィット結果 | 70 |
| 6.5 | フィットパラメータ間の相関係数 | 71 |
| 6.6 | フィット結果：以前の τ のデータ (ALEPH, CLEO) との比較 | 71 |
| 6.7 | フィット結果： $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ のデータ (CMD-2 実験) との比較 | 72 |
| 6.8 | $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $ F_\pi ^2$ の値 | 75 |
| 7.1 | 外部パラメータの値と $a_\mu^{\pi\pi}$ の外部系統誤差 | 80 |
| 7.2 | $a_\mu^{\pi\pi}$ の内部系統誤差 | 81 |

| | | |
|-----|----------------------------------|----|
| 7.3 | $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (1) | 82 |
| 7.4 | $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (2) | 82 |
| 7.5 | $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (3) | 82 |

第1章 はじめに

現在、様々な素粒子現象を記述する理論として「素粒子の標準理論」が大きな成功をおさめている。標準理論は、素粒子として知られているクォークやレプトン間に働く3つの力、強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の記述をもとにしており、多くの素粒子現象を精度よく説明する理論として知られている。しかしながら、標準理論ではゼロとされていたニュートリノが有限の質量を持つことが観測されたり、宇宙には多くの見えない物質が存在するいろいろな証拠が最近の宇宙の観測で見つかるなど、標準理論を越える現象が報告され始めている。また、理論的にも、標準理論が究極の理論にはなり得ないことも広く知られており、いろいろな理論的な試み（超対称性理論や超弦理論）が提案されている。標準理論の精密な検証と標準理論を越える物理の探求は現代素粒子物理学の重要な課題である。

同時に、標準理論の大きなミッシングリンクの問題として残っている課題が、低エネルギーのハドロン現象をクォーク間の強い相互作用を記述する理論である量子色力学 (QCD) で理解することである。強い相互作用の結合定数が弱くなる高エネルギーの現象では QCD は実験によってよく検証されているが、低いエネルギー (1GeV 以下) の現象を QCD で理解できるレベルにはなっていない。これに関して、最近、重力を含めた4つの相互作用を総合して記述しようとする試みである超弦理論や超重力理論の枠組から、逆に、低エネルギーのハドロン現象を理解しようとする理論的な試みが注目されている。

実験的には、近年、エネルギーフロンティアでの実験と平行して、高い統計で稀に起こる現象を探索する実験や精度の高い精密測定の実験が精力的に進められている。後者の代表的な実験が高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器) による実験である。KEKB 加速器は、多量の B 中間子・反 B 中間子を生成することで、B 中間子系における CP 対称性の破れを系統的に研究し、CP の謎にせまる事を目的として建設された加速器である。加速器の衝突点には検出器である Belle 測定器が設置されている。実験データの収集は2000年6月から始まり、2002年には、B 中間子系における CP 対称性の破れを始めて確認するという成果をあげた。2005年12月の段階で、KEKB 加速器は世界最強のビーム強度 (ルミノシティ) $\mathcal{L} = 1.6 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ を達成し、現在も順調に稼働中である。

KEKB 加速器では、同時に、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応を通じて非常に高統計 (10^8 個/年) のタウ (τ) 粒子を得ることができる。ここで生成されるタウ粒子の量は、従来の加速器で得られたタウ粒子の数より2桁ほど多い量であり、KEKB は B-ファクトリーであると同

時に、タウ粒子を多量に作り出すタウ-ファクトリーとしても重要である。タウ粒子は次のようなユニークな特徴を持つ素粒子である。

- 電子の約 3500 倍の質量を持つもっとも重いレプトンである。
- トップクォーク (t) やボトムクォーク (b) とともに第 3 世代に属している。
- レプトンの中で唯一ハドロンに崩壊できる粒子である。

これらの特徴は、タウ粒子が標準理論を越える物理を探る上で高い感度を持つ理想的なプローブとして機能する事を意味する。Belle 実験では多量のタウ粒子を用いてこれまでに $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- K_s^0$ のようなレプトン数保存則を破る崩壊の探索や、レプトン系における CP 非保存現象の探索など、標準理論を越える物理現象の研究が進められており、現在、多くの崩壊モードで Belle 実験の結果は世界でもっとも感度の高いものとなっている。

タウ粒子の 3 番目の特徴である、「レプトンの中で唯一ハドロンに崩壊できる粒子である」事から、タウ粒子は、低いエネルギーでのハドロン状態の研究の場としての役割も担っている。すなわち、レプトンは強い相互作用に関与しないことから、ハドロニックなタウ粒子の崩壊は共鳴状態が支配的であるような低いエネルギー領域のハドロン系の情報を提供し、それと QCD との関連を探ることのできる興味ある環境を提供している。

本論文では、Belle 測定器で収集した多量のタウ粒子対事象を用いて、タウ粒子の様々な崩壊モードの中で特にタウ粒子が 2π のハドロン系へ崩壊する

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$$

過程¹に関する研究結果について報告する。

この崩壊の終状態の 2π 状態は、途中に、ベクター粒子である $\rho(770)^-$ 中間子やその励起状態である $\rho'(1450)$ 中間子が介在することが知られている。さらに、 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ のデータ等から 2 番目の励起状態である $\rho''(1700)$ の存在が指摘されているが、その質量等の値はよく分かっていないのが現状である。

このような個々の共鳴パラメタの値とともに、終状態全体の質量分布に関する実験データは、低いエネルギー領域のハドロン状態を記述する基礎的なデータとして非常に重要である。特に、タウ粒子の 2π および 4π のデータは、第 2 章でも述べるように、ミューオンの異常磁気モーメント $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$ の理論計算の精度の向上に大きな貢献をしてきた。

詳しい説明は第 2 章にゆずるが、 a_μ の理論計算の中で、現在、最も大きな不定性を持つ部分はクォーク・ループを含む項である。低エネルギーではクォーク (対) はハドロンとして振舞うので、この項はハドロニック真空偏極項 $a_\mu^{\text{had,LO}}$ と呼ばれている²。この項を、純粋な理論計算から求めることは現時点では不可能である。しかし、実験的に測定された $e^+e^- \rightarrow$ ハドロン 過程の断面積を用いて計算することが出来る^[1,2]。また、この中でもっ

¹崩壊モードは、ここでは、 τ^- の崩壊のみを示しているが、解析では、電荷の符号を変えた、 $\tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\nu_\tau$ 反応も同時に扱っている。

²ここで、LO は leading-order の意味である。

とも大きな寄与のある 2π 系については、ベクター電流保存 (CVC) の関係を用いることによって、 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 過程のデータの代わりに、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊で得られる $\pi^-\pi^0$ 系の質量分布を用いることが可能であると期待されている [1,3]。

ミュオンの異常磁気モーメント $g-2$ の最も精度の高い実験結果は、ブルックヘブン国立研究所 (BNL) で行われた $E821$ 実験 [4] により報告されており、その結果は

$$a_\mu^{exp} = (11\,659\,208 \pm 5.8) \times 10^{-10} \quad (1.1)$$

と 10 桁の精度で測定されている。

$g-2$ の最近の理論計算とこの実験値の差は、

$$\begin{cases} e^+e^- \text{ のデータ [5] を用いた場合} \cdots & a_\mu^{exp} - a_\mu^{th} = (25.2 \pm 9.2) \times 10^{-10} \quad (2.7\sigma) \\ \text{タウのデータを用いた場合} \cdots & a_\mu^{exp} - a_\mu^{th} = (9.4 \pm 10.5) \times 10^{-10} \quad (0.9\sigma) \end{cases} \quad (1.2)$$

となっている。

タウのデータを用いた場合には、実験値と理論値の差が 0.9σ であるのに対して、 e^+e^- のデータのみから求めた場合には、実験値と理論値の差が 2.7σ となっている。この差は、 2π 系、すなわち、 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ と $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊から得られた 2π 系の質量分布の差から来ており、 2π 系の新しいデータは非常に重要である。

本論文では、KEKB e^+e^- 衝突型加速器で稼働中の Belle 実験によって収集された高統計のデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比と終状態の $\pi^-\pi^0$ の質量スペクトラムの測定について報告する。また、これらのデータを用いてミュオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ を求めた。その計算結果についても報告する。使用したデータサンプルは従来の実験よりも約 17 倍の統計に相当している。

Belle 実験のデータを用いた、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の分岐比の測定は片岡 [6]、 $\pi^-\pi^0$ 質量分布の測定は平野、松田 [7,8] により以前報告されている。本研究は、それらの研究を継承し、最終的に国際的に発表出来るような結果出す事を目指したものである。また、解析のデータ量を 16 倍に増加することにより、より高い 2π の質量領域までの解析が可能となり、特に ρ'' に関する新しい知見を得ることが可能となったものである。

以降、第 2 章では、理論的な背景として、タウ粒子と $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特徴について述べた後、タウの実験データとそれを用いたミュオンの異常磁気モーメント $g-2$ の理論計算について述べる。第 3 章では、今回の解析に用いたデータを収集した KEKB 加速器及び Belle 測定器全般の説明を行う。4 章では、事象選別について述べる。まず、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の選別について述べ、後に、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別について述べる。第 5 章では、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊分岐比の測定結果とその測定誤差に評価について述べ、第 6 章では、 $\pi^-\pi^0$ 系の質量スペクトラムの測定とパイオン形状因子の測定結果を報告する。第 7 章では、これらの結果を用いて、ミュオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ を計算する。最後に、第 8 章で結果とまとめを行う。

第2章 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

2.1 タウの物理

1975年、アメリカのスタンフォード線型加速器センター (SLAC) のマーチン・パール、ゲイリー・フェルドマンらによって、タウ粒子が発見された。彼らはこれを”異常なレプトン生成の存在する証拠について”という題の論文で発表した。当時はタウ・レプトンについて直接的な理論からの予言は全くなく、真の意味での新発見であった。タウ粒子はレプトン族の第3世代に位置し、第3世代の粒子の中では、クォーク族・レプトン族を通じて一番最初に発見された粒子である。第3世代の粒子の発見は、クォーク族とレプトン族の比較から、当時クォーク族も第3世代が存在するという期待をもたせた。

2.1.1 タウ・レプトン

レプトン属には、以下にあるように6種類3世代の粒子が存在することが知られている。

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

これらレプトンの共通の特徴として、強い相互作用をせず、電磁相互作用と弱い相互作用のみ行うことがあげられる。

現在知られている4つの相互作用の特徴を表2.1にまとめた。電磁相互作用は、光子 (γ) を媒介し、無限の距離に到達することができる。一方、弱い相互作用は短距離しか到達できず、 W^\pm ボソンや Z^0 ボソンを媒介する。荷電カレント反応 ($l^\pm \rightarrow \nu_l$) では、 W^\pm が放出され、中性カレント反応 ($e^- \rightarrow Z^0 e^-$) では、 Z^0 が放出される。

タウ粒子は第3世代に属し、レプトンの中でも最も大きい質量 $M_\tau = 1.78 \text{ GeV}/c^2$ を持つ。寿命は $(290.6 \pm 1.1) \times 10^{-5}$ 秒である。このように質量が重いことから、レプトンの中で唯一、終状態にハドロンを含んだモードへ崩壊をすることが出来る。

タウ粒子をもっとも簡単に生成する方法は、電子・陽電子衝突型加速器でタウ粒子対を

表 2.1: 相互作用一覧表

| 相互作用 | 媒介粒子 (質量) | 到達距離 [m] | 力を感じるもの |
|--------|--|-----------------|---------|
| 強い相互作用 | グルーオン (0) | $\leq 10^{-15}$ | 色荷 |
| 弱い相互作用 | $W^\pm (80 \text{ GeV}), Z^0 (90 \text{ GeV})$ | 10^{-18} | 弱電荷 |
| 電磁相互作用 | 光子 $\gamma (0)$ | ∞ | 電荷 |
| 重力 | グラビトン | ∞ | 質量 |

生成させることである ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$)¹。

重心系のエネルギー、 $\sqrt{s} = 10.58 \text{ GeV}$ の KEKB 加速器で、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)) = 0.89 \text{ nb} \quad (2.2)$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積² とほぼ同じであり、一年間で B 中間子対とほぼおなじ量 (10^8 個) のタウ粒子が生成できる。生成されたタウ粒子はそれぞれ平均 $240 \mu\text{m}$ 飛び、その後、様々な終状態へ崩壊する。

2.1.2 タウ粒子崩壊について

現在知られているタウの崩壊モードの例を表 2.2 に示す。タウ粒子のこれらの崩壊過程のうち、終状態に軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\tau$, $\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼ぶ。終状態にハドロン、すなわち π, K やハドロンの共鳴状態を含む崩壊をハドロニック崩壊またはセミ・レプトニック崩壊と呼ぶ。

ハドロニック崩壊は、さらにストレンジ $S = 0$ のノンストレンジモードと $|S| = 1$ のストレンジネスを持つ状態に大きく分けることができる。

レプトニック崩壊

タウ粒子が $e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$ や $\mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の割合は 35.1% である。レプトニック崩壊の崩壊分岐比は 0.4% の精度で測定されている。この崩壊分岐比の値は理論的には、電弱相互作用のループレベルの輻射補正までよく理解されており、崩壊幅は、次式

$$\Gamma_{\tau \rightarrow l} \equiv \Gamma(\tau^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192 \pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) r_{EW}, \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで G_F はフェルミ結合定数、 m_l は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、関数 $f(x)$ は $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合電子の質量はタウ粒子に比べて非常に小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。 $r_{EW} = 0.996$ はフェルミ結合定数 G_F の中に含まれてない輻射補正項である。

この式 (2.3) の崩壊幅を用いて、レプトニックな崩壊の崩壊分岐比 $B_{\tau \rightarrow l}$ は、

$$B_{\tau \rightarrow l} = \frac{\Gamma_{\tau \rightarrow l}}{\Gamma_{tot}}, \quad (l = e, \mu) \quad (2.4)$$

で与えられる。ここで、 Γ_{tot} はタウ粒子が崩壊する全てのモードの崩壊幅の和である。タウ粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} の関係は $\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$ で与えられるので、 Γ_{tot} はタウ粒子の寿命 τ_τ を測定することで求めることができる。

¹ 実際、タウ粒子の最初の発見も、SLAC の電子・陽電子貯蔵リングを用いた実験であった。重心系のエネルギー (\sqrt{s}) がタウ粒子の 2 倍 (3.5 GeV) あれば、タウ粒子対を生成することができる。

² $\sigma(e^+e^- \rightarrow B\bar{B}) = 1.05$

表 2.2: タウ粒子の崩壊モード一覧表。表中、A は軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$) であり、V はベクター状態 ($J^P = 1^-$) を表す。S はストレンジネスを持つ状態である。崩壊分岐比の値は、2005 年の PDG による。

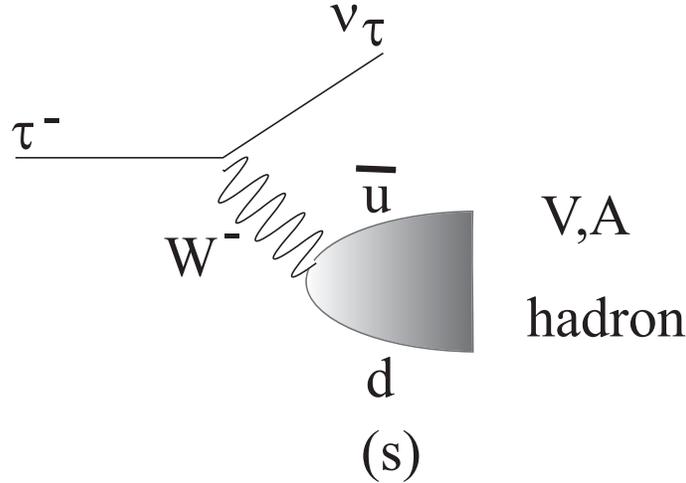
| 崩壊過程 | 崩壊分岐比 (%) | 状態 |
|-------------------------------------|-------------------|----|
| $e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ | 17.84 ± 0.06 | |
| $\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ | 17.36 ± 0.06 | |
| $\pi^- \nu_\tau$ | 11.06 ± 0.11 | A |
| $\pi^- \pi^0 \nu_\tau$ | 25.41 ± 0.13 | V |
| $\pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$ | 9.21 ± 0.13 | A |
| $\pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$ | 1.08 ± 0.10 | V |
| $\pi^- 4\pi^0 \nu_\tau$ | 0.16 ± 0.06 | A |
| $\pi^- \pi^0 \eta \nu_\tau$ | 0.174 ± 0.024 | V |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ \eta \nu_\tau$ | 0.023 ± 0.005 | A |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ \omega \nu_\tau$ | 0.012 ± 0.002 | V |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ \nu_\tau$ | 9.46 ± 0.10 | A |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$ | 2.51 ± 0.09 | V |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ 2\pi^0 \nu_\tau$ | 0.11 ± 0.04 | A |
| $\pi^- \pi^- \pi^+ 3\pi^0 \nu_\tau$ | 0.023 ± 0.008 | V |
| $3\pi^- 2\pi^+ \nu_\tau$ | 0.08 ± 0.01 | A |
| $3\pi^- 2\pi^+ \pi^0 \nu_\tau$ | 0.02 ± 0.027 | V |
| $K^- \nu_\tau$ | 0.686 ± 0.023 | S |
| $K^- \pi^0 \nu_\tau$ | 0.045 ± 0.027 | S |
| $\bar{K}^0 \pi^- \nu_\tau$ | 0.89 ± 0.04 | S |
| $K^- 2\pi^0 \nu_\tau$ | 0.058 ± 0.023 | S |
| $K^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$ | 0.34 ± 0.04 | S |
| $\bar{K}^0 \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ | 0.37 ± 0.04 | S |
| $K^- \eta \nu_\tau$ | 0.027 ± 0.006 | S |

ハドロニック崩壊

タウ粒子のハドロニック崩壊過程

$$\tau^- \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$$

のファイマン図を図 2.1 に示す。図から分かるように、 τ 粒子のハドロニック崩壊では、強い相互作用を受けないレプトンだけのバーテックス部分と、ウィークカレントを経てハドロンの状態へ崩壊するハドロニックな部分とからなっている。前者のバーテックスの構造はよく分かっており、V-A 型 ($\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$) で与えられる。


 図 2.1: $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファイマン図

ハドロンの側のバーテックスもベクター γ^μ に比例する項と軸ベクター $\gamma^\mu \gamma^5$ に比例する項からなるがその比例係数は 1 ではない。一般にその係数はスペクトル関数 $v_J(s)$ と $a_J(s)$ で与えられる。ここで、 J はハドロンのスピンである。一般に J は 1 または 0 の値をとることができるが、 τ の崩壊ではスピン 1 の状態が主要な成分となっている。スピン 1 の状態は、スピン、パリティ $J^P = 1^-$ のベクター状態 (V) と $J^P = 1^+$ の軸ベクター状態 (A) が可能である。 τ 粒子の場合にはその両者への崩壊が可能で、終状態の π 中間子の個数からベクターか軸ベクターかが区別できる。すなわち、 π 中間子が偶数個の時はベクター状態で奇数個の時は軸ベクター状態となる。これ以外に K 中間子を奇数個含んでいるストレンジネス S を持つ状態が存在する。この崩壊過程の分岐比はカビボ角 $\sin \theta_c = V_{us}$ の 2 乗がかかるため $S = 0$ の崩壊と比べて抑制されている。ベクター、軸ベクター状態に対応する崩壊モードの例とその観測されている崩壊分岐比の値を表 2.2 に示す。これは PDG2005 の値である。

理論的にはタウ粒子のハドロニック崩壊率 (R 比)

$$R_\tau \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{hadrons} \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = R_{\tau,V} + R_{\tau,A} + R_{\tau,S}, \quad (2.5)$$

はスペクトラル関数 (= 2 点相関関数) $\Pi^T(s)$ と $\Pi^L(s)$ の s に関する積分として与えられる。ここで s はハドロン系全体の質量の 2 乗である。

$$R_\tau = 12\pi \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 + 2\frac{2}{M_\tau^2}\right) \text{Im}\Pi^T(s) + \text{Im}\Pi^L(s) \right] \quad (2.6)$$

上記の相関関数は以下のように各々の寄与に分解される。

$$\Pi^J(s) \equiv |V_{ud}|^2 \left[\Pi_{ud}^{V,J}(s) + \Pi_{ud}^{A,J} \right] + |V_{us}|^2 \left[\Pi_{us}^{V,J}(s) + \Pi_{us}^{A,J} \right] \quad (2.7)$$

V_{ij} は小林益川の行列要素である。上の標識中に現れる 2 点相関関数は電流の真空期待値として以下のように定義されている。この定義式は理論の計算に便利である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(q) \equiv i \int dx e^{ipx} \langle 0 | T(J_{\mu,ij}^{V/A}(x) J_{\nu,ij}^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle, \quad (2.8)$$

ここで、ハドロンのベクターカレント J^V と軸ベクターカレント J^A は $J_\mu^V = \bar{q}_j \gamma_\mu q_i$, $J_\mu^A = \bar{q}_j \gamma_\mu \gamma^5 q_i$ で与えられる。また、添字 i, j はクォークのフレーバー (アップ、ダウン、ストレンジネス) を表す。相関関数は横向き成分 Π^T と縦向き成分 Π^L に分解することが可能である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(p) = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2) \Pi_{i,j}^{V/A,T}(p^2) + p_\mu p_\nu \Pi_{ij}^{V/A,L}(p^2) \quad (2.9)$$

相関関数の理論計算は、QCD の和則を用いた一般的な方法が知られている^[9,10]。そこでは強い相互作用の結合定数とクォークの質量および小林・益川の行列要素がパラメータとなる。その理論計算と実験結果を比較することで、これらのパラメータの値を決定することができる。

このように、タウ粒子のハドロニック崩壊のデータはスペクトラル関数を実験的に決める事が出来るという利点を持っている。スペクトラル関数は重心系エネルギーで $0.5 \sim 2 \text{ GeV}$ にあたる領域のハドロン状態の情報をふくんでおり³、非常に重要である。

2.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のように終状態に、2 つの擬スカラーメソンを含むハドロニックな状態への崩壊では、終状態のハドロン系は一般に $J^P=0^+$ および 1^- のスピンパリティ量子数をもつ可能性がある。しかし、ベクトルカレントの保存則 (CVC) により、 $J^P=0^+$ の状態は禁止されるので、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊では $J^P=1^-$ の比較的質量の低いベクトルメソン $\rho(770)$ を通じた崩壊 $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$ が最も支配的な崩壊過程となっている。また $\rho(770)$ の励起状態である $\rho'(1450)$ も観測されており、2 番目の励起状態 $\rho''(1700)$ の存在も指摘されているが、この励起状態の質量、幅などの値はよく分かっていない。

³(QCD 和則などの) 理論との比較により、クォーク凝縮状態 ($\langle 0 | q\bar{q} | 0 \rangle$) に関する情報を得る事ができる。

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊分岐比の微分は次のように書ける。これは質量スペクトラム ($\frac{dN}{ds}$) に相当する。

$$\frac{d\Gamma_{\pi\pi}}{ds} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 S_{EW}^{\pi\pi}}{32\pi^2 m_\tau^3} (m_\tau^2 - s)^2 (m_\tau^2 + 2s) v_-(s) \quad (2.10)$$

$$= \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 S_{EW}^{\pi\pi}}{32\pi^2} m_\tau^3 \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) v_-(s) \quad (2.11)$$

ここで s は、 $\pi^- \pi^0$ 系の不変質量の 2 乗、 G_F はフェルミ定数、 $|V_{ud}|$ は、小林・益川混合行列要素、 $S_{EW}^{\pi\pi}$ は電弱放射のための補正に相当する。 B_e と $B_{\pi\pi}$ は、それぞれ $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ と $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比 $B_e \equiv \frac{\Gamma_e}{\Gamma_{tot}}$ 、 $B_{\pi\pi} \equiv \frac{\Gamma_{\pi\pi}}{\Gamma_{tot}}$ のである。 $v_-(s)$ は、 $\pi^- \pi^0$ 系に特徴づけられるベクタースペクトラル関数であり、ハドロン系の情報を含んでいる。

$\Gamma_e = G_F^2 m_\tau^5 S_{EW}^e / 192\pi^3$ を用いると $\frac{1}{\Gamma_{\pi\pi}} \frac{d\Gamma_{\pi\pi}}{ds}$ は以下のように与えられる。

$$\frac{1}{\Gamma_{\pi\pi}} \frac{d\Gamma_{\pi\pi}}{ds} = \frac{1}{\Gamma_{\pi\pi}} \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 S_{EW}^{\pi\pi}}{32\pi^2} m_\tau^3 \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) v_-(s) \quad (2.12)$$

$$= \frac{1}{\Gamma_{tot}} \frac{1}{\Gamma_{tot}} \frac{G_F^2 m_\tau^5 S_{EW}^e}{192\pi^3} \frac{S_{EW}^{\pi\pi}}{S_{EW}^e} \frac{192\pi |V_{ud}|^2}{32m_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) v_-(s) \quad (2.13)$$

$$= \frac{6\pi |V_{ud}|^2 S_{EW}}{m_\tau^2} \left(\frac{B_e}{B_{\pi\pi}}\right) \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) v_-(s) \quad (2.14)$$

ここで $S_{EW} \equiv \frac{S_{EW}^{\pi\pi}}{S_{EW}^e}$ である。以下、解析では (2.14) 式を用いる。この得られた式を用いると、データより質量スペクトラム $\frac{dN}{ds}$ を得ることで、スペクトラル関数 $v_-(s)$ を得ることが出来る。

また、

$$v_-(s) = \frac{\beta_-^3(s)}{12\pi} |F_\pi(s)|^2 \quad (2.15)$$

関係式よりパイオン形状因子 ($|F_\pi|^2$) を得ることも出来る。一般のハドロン系の記述にはスペクトラル関数を用いられるが、 2π 系ではパイオン形状因子が用いられる事が多い。

次節に述べるように $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比や $\pi\pi^0$ 系の質量スペクトラムの精密なデータは、ミューオンの異常磁気能率 $g_\mu - 2$ の理論計算の精度をあげる上で非常に重要である。

2.3 ミューオンの異常磁気モーメント

電子やミューオンなどのスピン $\frac{1}{2}$ の荷電粒子は、スピンに起因した磁気モーメントを持つ。磁気モーメントは、

$$\mu = g \cdot \frac{e\hbar}{2mc} \quad (2.16)$$

と表される。ここで、 m は粒子の質量、 e は電荷であり、 g は g -因子と呼ばれる。スピン $\frac{1}{2}$ のディラック粒子の場合、 $g = 2$ である。実際のミューオンの g -因子 g_μ は 2 が

ら少し ($\frac{\alpha}{\pi}$) ずれており、そのずれの大きさを異常磁気モーメントと呼ぶ。即ち、ミューオンの異常磁気モーメント a_μ は

$$a_\mu \equiv \frac{g_\mu - 2}{2} \quad (2.17)$$

と定義される。

ミューオンの異常磁気モーメントを精度良く理論から計算するには、数多くのファインマンダイアグラムからの寄与を検討する必要がある。標準理論では、その寄与は大きく4つに分類することができる。それぞれの寄与の最低次のダイアグラムを図2.2に示す。

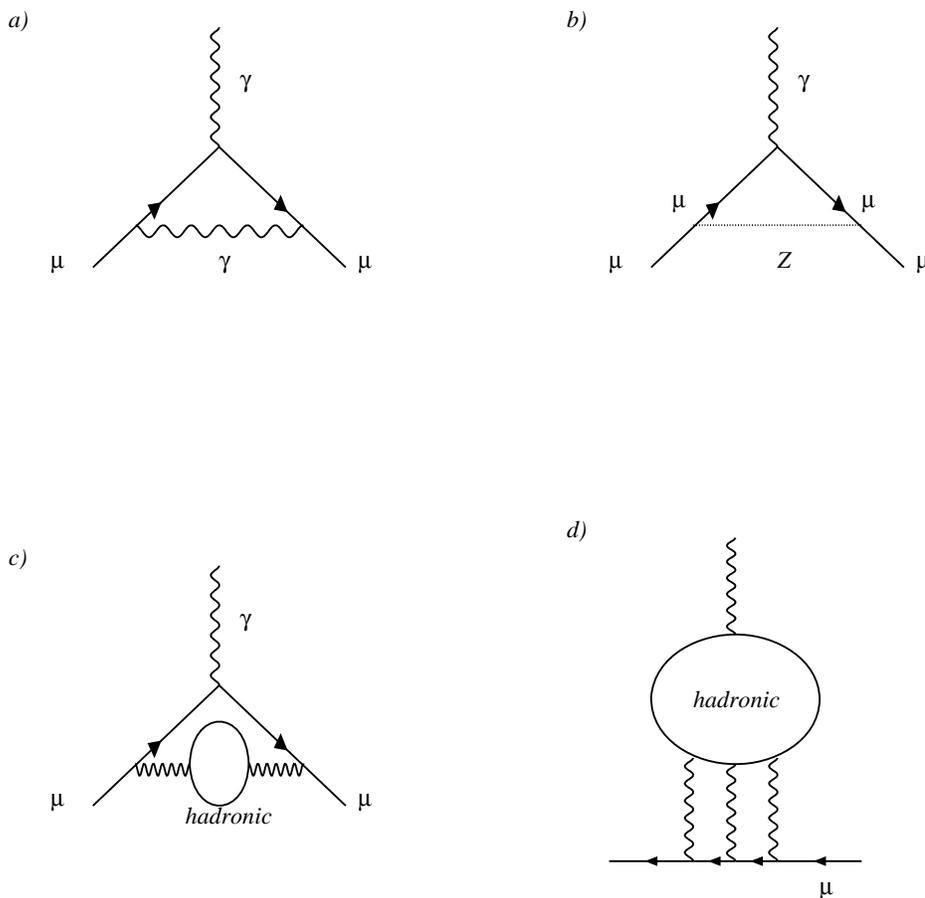


図 2.2: ミューオンの異常磁気モーメントに寄与するダイアグラム。a). 電磁相互作用、b). 弱い相互作用、c). ハドロン真空偏極項、d). 光子・光子散乱過程。

その4つは、電磁相互作用からの寄与 (図 2.2(a))、弱い相互作用からの寄与 (図 2.2(b))、

ハドロンの真空偏極からの寄与 (図 2.2(c))、光子・光子散乱過程からの寄与 (図 2.2(d)) である。従って、 a_μ は、

$$a_\mu = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{hadron}} \quad (2.18)$$

$$a_\mu^{\text{hadron}} = a_\mu^{\text{had,LO}} + a_\mu^{\text{had,HO}} + a_\mu^{\text{had,LBL}} \quad (2.19)$$

と書き表すことができる。以下、この各項を説明する。

電磁相互作用 a_μ^{QED} 、弱い相互作用 a_μ^{EW} 、光子光子散乱過程からの寄与 $a_\mu^{\text{had,LBL}}$ の詳しい結果は付録 B にまとめた。ここではその結果のみを示す。

電磁相互作用と弱い相互作用の理論的不定性は少なく、これらは良く理解されている。現在の最も精度のよい結果は

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{QED}} &= 116\,584\,718.8(0.3)(0.4) \times 10^{-11} \\ a_\mu^{\text{EW}} &= 154(1)(2) \times 10^{-11} \end{aligned}$$

である。

ハドロンの真空偏極項の低い次数の項 $a_\mu^{\text{had,LO}}$ については次に述べるので、高い次数の項 $a_\mu^{\text{had,HO}}$ について知られている値をのせる。高次の項 $a_\mu^{\text{had,HO}}$ は、LO に比べて寄与が小さく (約 50 分の 1) その不定性は無視できる。 $a_\mu^{\text{had,HO}}$ は、 e^+e^- の実験データまたは τ の実験データから得られた $a_\mu^{\text{had,LO}}$ を基に考えられる為 2 つの結果がある。また、光子光子散乱からの寄与の代表的な値は以下のようである。

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{had,HO}}(e^+e^-) &= -101(1) \times 10^{-11} \\ a_\mu^{\text{had,HO}}(\tau) &= -97.9(0.9)_{\text{exp}}(0.3)_{\text{rad}} \times 10^{-11} \\ a_\mu^{\text{had,LBL}} &= 136(25) \times 10^{-11} \end{aligned}$$

より詳しい a_μ の理論計算の最新の結果は Ref.^[11] にまとめられている。

2.3.1 ハドロンの真空偏極項

現在最も大きな不定性が残っているのはハドロンの真空偏極による項 $a_\mu^{\text{had,LO}}$ である。この項は、純粋な理論計算が現時点では不可能であるため、分散関係を用いて低エネルギーでの e^+e^- 衝突のハドロンの生成断面積から量子力学的に考え直すことで計算がされる^[9, 10]。

この $a_\mu^{\text{had,LO}}$ の中では $\pi\pi$ 系 (終状態に π が 2 つある系) からの寄与 ($a_\mu^{\pi\pi}$) が支配的で、図 2.3 に示すように $a_\mu^{\text{had,LO}}$ の 73% を占める。

ミュオン異常磁気モーメントの低次のハドロニックな寄与 $a_\mu^{\text{had,LO}}$ は、分散積分を用いると e^+e^- 対消滅生成断面積から以下のように求められる。

$$a_\mu^{\text{had,LO}} = \left(\frac{\alpha_0 m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s)}{s^2} \hat{K}(s) ds, \quad (2.20)$$

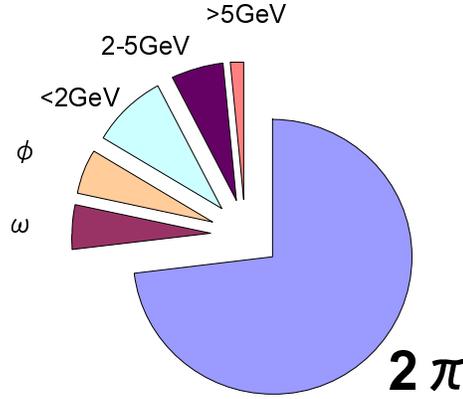


図 2.3: ハドロン真空偏極項 $a_\mu^{had, LO}$ への各項目からの寄与の割合を示す。ここで、図中の記号はそれぞれ $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 、 ω 、 ϕ および上記以外の $e^+e^- \rightarrow (hadron)$ 過程からの寄与を示す。図中の数字は、 $(hadron)$ 系のエネルギー領域を表している。 $\pi\pi$ 系からの寄与が支配的であることが分かる。

ここで、 α_0 は微細構造定数、 s は $\pi\pi$ 系の不変質量の 2 乗、 $\hat{K}(s) = \frac{3s}{m_\mu^2} K(s)$ は既知の関数で、 $K(s)$ は閾値 $s = 4m_\pi^2$ で 0.63 から $s = \infty$ で 1 まで変化する一様になめらかな増加関数で、 $K(s)$ は

$$K(s) = x^2 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) + (1+x^2) \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) (\ln(1+x) - x - \frac{x^2}{2}) + \left(\frac{1+x}{1-x}\right) x^2 \ln x \quad (2.21)$$

で与えられる。ここで x 、 β_μ は、 μ 粒子の質量 M_μ の関数で、それぞれ

$$x = \frac{1 - \beta_\mu}{1 + \beta_\mu}, \quad \beta_\mu = \sqrt{1 - 4M_\mu^2/s}$$

で与えられる。また、 $R(s)$ は $e^+e^- \rightarrow hadrons$ 過程の断面積を $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ の 0 次の断面積で割ったもので

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{4\pi\alpha^2/3s} \quad (2.22)$$

である。 e^+e^- 反応の断面積 $\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)$ のエネルギー依存性が実験データより与えられると、式 (2.20) より、 $a_\mu^{had, LO}$ の値を求めることができる。

$e^+e^- \rightarrow hadrons$ 過程の中で最も寄与の大きい $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 反応の断面積は $\pi^+\pi^-$ スペクトラル関数 $v_0(s)$ を用いて

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{4\pi^2\alpha_0^2}{s} v_0(s) \quad (2.23)$$

と表現できる。ベクター電流の保存則 (CVC) より $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ の 2π 系のスペクトラル関数のアイソベクターの部分は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のスペクトラル関数と以下のように関

係づけられる^[12]。

$$v_-(s) = v_0^{I=1}(s) \quad (2.24)$$

そのため、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の $\pi^- \pi^0$ 系の質量分布を測定し、そこから $v_-(s)$ を求めることにより、ハドロンの真空偏極項 $a_\mu^{had, LO}$ の 2π の部分 $a_\mu^{\pi\pi}$ を求めることができる。式 (2.23) と式 (2.24) の関係式 (2.20) へ代入すると、 2π 系に対する $a_\mu^{\pi\pi}$ を求める関係式として次式が得られる。

$$a_\mu^{\pi\pi} = \frac{(\alpha_0 m_\mu)^2}{3\pi} \int_{4m_\pi^2}^{m_\tau^2} \frac{v_-(s)}{s^2} \hat{K}(s) ds + \dots \quad (2.25)$$

$$= \frac{\alpha_0^2}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{m_\tau^2} \frac{v_-(s)}{s} K(s) ds + \dots \quad (2.26)$$

ここで "..." は、 m_τ^2 領域より高い積分を意味する。

また、式 (2.26) から分かるように、積分は $1/s^2$ に依存するため、 $a_\mu^{\pi\pi}$ の寄与は、低いエネルギーのハドロニックな終状態が支配的である。実際に、 $a_\mu^{\pi\pi}$ の約 70% が $4m_\pi^2 \leq s \leq 0.8$ (GeV/ c^2)² 領域で決まる。つまり、 $a_\mu^{\pi\pi}$ を求めるには $\pi\pi$ の低い質量領域の情報が重要である。

2.3.2 a_μ の理論値と実験の現状

最近の $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ データは、CMD-2、KLOE 実験から出され^[13-15]、 τ 崩壊のデータは、ALEPH、CLEO 実験から出されている^[16-18]。これらを用いた、もっとも最近の、 a_μ の実験値と理論値を比較した結果は、

$$\begin{cases} e^+e^- \text{ のデータ [5] を用いた場合} \cdots & a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{th}} = (25.2 \pm 9.2) \times 10^{-10} \quad (2.7\sigma) \\ \tau \text{ のデータを用いた場合} \cdots & a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{th}} = (9.4 \pm 10.5) \times 10^{-10} \quad (0.9\sigma) \end{cases} \quad (2.27)$$

となっている。ここで、この a_μ^{exp} は、ブルックヘブン国立研究所 (BNL) で行われた E821 実験^[4] により測定された、ミューオンの異常磁気モーメント $g-2$ の最新の最も精度の高い実験結果である。

$$a_\mu^{\text{exp}} = (11\,659\,208 \pm 5.8) \times 10^{-10} \quad (2.28)$$

e^+e^- のデータを 2π 系に用いた場合には実験と理論との差が 2.7σ であるのに対して τ のデータを用いた場合にはその差が 0.9σ となっている。 2π 系のデータがその差を生み出ししており、 2π 系の新しい高統計のデータは非常に重要である。

本論文では、KEKB e^+e^- 衝突型加速器で稼働中の Belle 実験によって収集された高統計のデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比と終状態の $\pi^- \pi^0$ の質量スペクトラムの測定について報告する。また、これらのデータを用いたミュー粒子の異常磁気モーメントのハロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ の計算結果について報告する。

第3章 実験装置

KEKB 加速器は、B 中間子系で CP 非保存現象の系統的な研究によって、小林益川理論 (あるいはそれに変わる理論) の検証を目的として建設された、電子・陽電子衝突型加速器である。KEKB 加速器は以下のような特徴を持っている。

- 重心系のエネルギーが、 $\Upsilon(4S)$ の質量に相当する 10.58GeV に設定されている。 $\Upsilon(4S)$ はほとんど 100% の確率で B 中間子・反 B 中間子対に崩壊する¹ ので、B 中間子以外からのバックグラウンドを低レベルに抑える事が出来る。また、 $B\bar{B}$ 系の量子力学的な特殊な性質を用いる事で CP 非保存の測定に理想的な場を提供している。
- B 中間子の崩壊時間を精度よく測定するために、KEKB 加速器は電子と陽電子のエネルギーが異なる非対称エネルギー、2 リング型の衝突型加速器になっている。
- CP 非保存の測定に重要な B 中間子の崩壊モードの崩壊分岐比は 10^{-5} から 10^{-6} と小さいため、大量の B 中間子・反 B 中間子対の生成が必要である。そのため従来より 2 桁高いルミノシティ ($1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) を実現するように設計されている。

3.1 非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器)

KEKB 加速器のような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子は異なったリング中に蓄積されなければならないため、2 リングが必要となる。KEKB 加速器の全体図を図 3.1 に示す。KEKB では既存の周長 3km のトリスタン実験で使用されたトンネルの中に、電子を蓄積する 8GeV のリングと陽電子を蓄積する 3.5GeV のリングの 2 つリングを並べて設置されている。電子と陽電子は各々のリングの中を反対方向に周回する。2 つのリングは 2ヶ所で交差するが、そのうちの筑波実験棟中の 1ヶ所で電子と陽電子が衝突するようになっており、衝突点を囲んで Belle 測定器と呼ばれる大型の検出器が設置されている。

KEKB 加速器ではビーム輝度 (以下ルミノシティと呼ぶ) が最大となるように設計されている。ルミノシティ \mathcal{L} と断面積 σ を持つ反応の発生頻度 R との間には、 $R = \mathcal{L}\sigma$ の関係が成り立つ。ルミノシティは、ビームの強度やサイズから決まる量であり、衝突型加速器においてルミノシティは次のような式により与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi(1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right) / \text{cm}^2 / \text{s}$$

¹ その他に崩壊すると知られているものには、 $e^+e^- (\sim 10^{-5})$ があり、最近、 $\Upsilon(4S) \rightarrow \Upsilon(1S)J/\psi$ に崩壊するものも確認された。

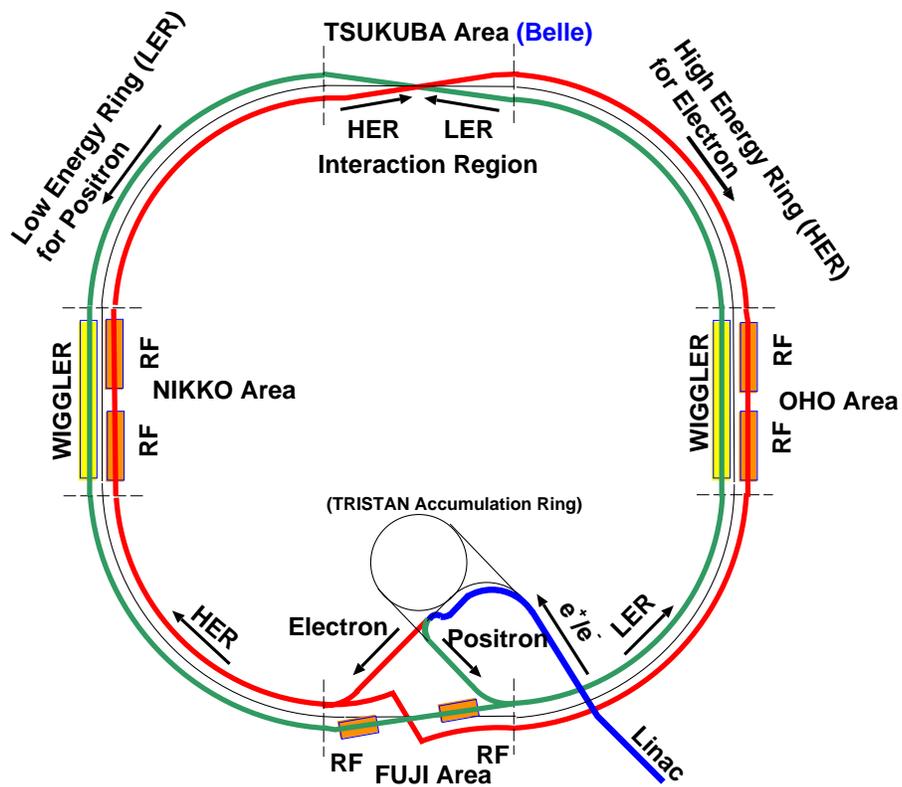


図 3.1: KEKB 加速器の概観図

ここで、 E はビームのエネルギー (単位 : GeV)、 I は蓄積電流 (単位 : A) である。また、 ξ はビームチューンシフトと呼ばれる量であり、ほぼ 0.040 の値を持つ。 r は衝突点における垂直方向のビームサイズを水平方向のビームサイズで割った値であり、 β_y^* は衝突点で垂直方向 (y 方向) にどれだけビームを絞れるかを表すパラメーターである。結局、ルミノシティを大きくするためには、蓄積電流とビームチューンシフト ξ を大きくし、 β_y^* を小さくすれば良い。表 3.1 に、KEKB 加速器の設計値のパラメータの値を示す。設計値のルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ を達成するには、陽電子リングに 2.6A、電子リングに 1.1A の電流を蓄積し、ビームの y 方向のベータ β_y^* を 0.01m にする必要がある²。

KEKB では、2003 年 5 月に設計値であるビームルミノシティ、 $1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ を達成した。その後も最高記録を更新し続けており、2005 年 12 月には $1.6 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ を記録した。この値は、電子・陽電子型加速器のみではなく、世界中全ての衝突型加速器で実現された最も高い値である。

表 3.1: KEBB 加速器の設計パラメータ

| Ring | LER | HER |
|---|---|----------------------|
| ビームエネルギー (e^+e^-) | 3.5 GeV | 8.0 GeV |
| 周長 | 3016.26 m | |
| ルミノシティ | $1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ | |
| ビーム交差角 | ± 11 mrad | |
| ビームビームチューンシフト | 0.039/0.052 | |
| Beta function at IP (β_x^*/β_y^*) | 0.33/0.01 m | |
| ビーム電流 (e^+e^-) | 2.6 A | 1.1 A |
| ビームエネルギーの広がり | 7.1×10^{-4} | 6.7×10^{-4} |
| バンチ間隔 | 0.59 m | |
| バンチの数 | 5000 | |

²このベータの値は 2-3 ミクロンのビームサイズに対応する。

3.2 Belle 測定器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対 (B と \bar{B}) が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個ずつ放出される。一方、本論文の主題である、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成された各々の τ 粒子が崩壊すると、その終状態には、1 本、3 本または 5 本の荷電粒子および 0~3 個の π^0 中間子が含まれている。物理解析では、荷電粒子の運動量の測定のみではなく、荷電粒子の種類 (電子、ミュオン粒子、 π 中間子、 K 中間子) の識別が非常に重要である。Belle 測定器は、これらの粒子を高い効率で検出し、かつ粒子の崩壊点や粒子の種類を区別する能力を持つように設計された大型で高性能な測定器である。

Belle 測定器の概略を図 3.2 に示し、表 3.2 に Belle 測定器中にくみこまれている各測定器の性能の一覧を示す^[19]。

Belle 検出器では、ビームの衝突点を原点とし、電子のビームの方向を z 方向、鉛直上向を y 軸、この 2 つから右手系になるように x 軸という座標軸をとっている。また、 z 軸回りの回転角を ϕ 、 z 軸からの偏角を θ 、 z 軸からの距離を r ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$) とする。以下、各測定器の構成と機能を説明する。

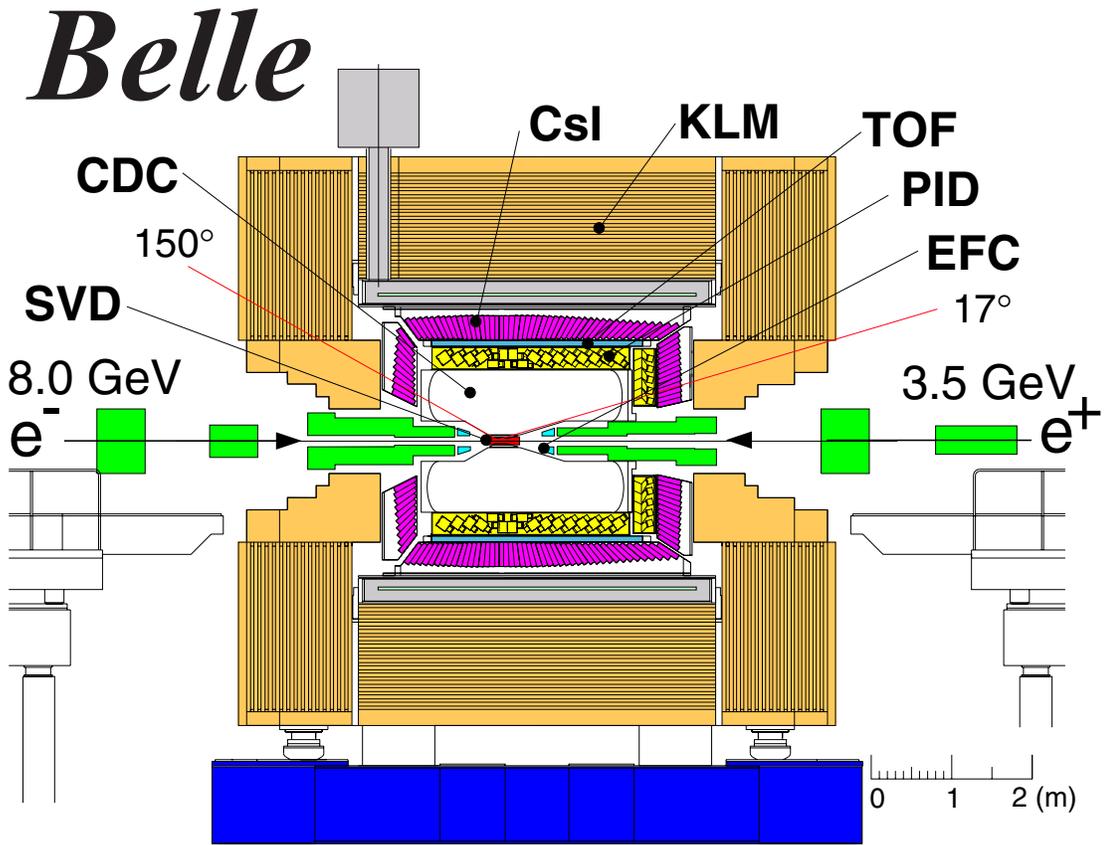


図 3.2: Belle 測定器の全体図

表 3.2: Belle 測定器のパラメータ

| 検出器 | 構成物 | 主要なパラメータ | 読み出し チャンネル数 | 主な性能 |
|---------------------------|--|--|----------------------------------|--|
| ビームパイプ | ベリリウム (2重構造) | 内半径 2.3 cm 0.5 mm Be/ 2 mm He /0.5 mm Be | | |
| 粒子崩壊点 検出器 | 両面 シリコン ストリップ | 300 μm 厚, 3 層 $r = 3.0 - 5.8$ cm 長さ = 22 - 34 cm | ϕ : 41k θ : 41k | $\sigma_{\Delta z} \sim 105 \mu\text{m}$ |
| 前方 カロリメータ | BGO シンチレータ | 2 cm \times 1.5 cm \times 12 cm | θ : 5 ϕ : 32 | |
| 中央飛跡 検出器 | ドリフト チェンバー | アノード: 52 層 カソード: 3 層 $r = 8.5 \sim 90$ cm $-77 \leq z \leq 160$ cm | アノード: 8.4k カソード: 1.5k | $\sigma_{r\phi} = 130 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 200 \sim 1,400 \mu\text{m}$ $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = 0.3 \% \sqrt{p_t^2 + 1}$ $\sigma_{dE/dx} = 6 \%$ |
| エアロジェル チェレンコフ カウンター | 屈折率 n : 1.01 \sim 1.03 シリカ エアロジェル | 1 モジュール \sim 12 \times 12 \times 12 cm ³ パレル 960 個 エンドキャップ 228 個 FM - PMT 読み出し | $\mu_{eff} = \geq 6$ 1,788 ch | K/π $1.2 \leq p \leq 3.5 \text{ GeV}/c$ |
| 飛行時間差 測定器 | プラスチック シンチレーター | 128 ϕ segmentation $r = 120$ cm, 3 m long | 128 \times 2 ch | $\sigma_t = 100$ ps $K/\pi = \text{up to } 1.2 \text{ GeV}/c$ |
| 電磁 カロリ メータ | CsI(Tl) シンチレータ | タワー構造 $\sim 5.5 \times 5.5 \times 30 \text{ cm}^3$ 結晶 パレル: $r = 125 - 162$ cm エンドキャップ: $z = -102$ and $+196$ cm | 6,624(B) 1,152(FE) 960(BE) | $\frac{\sigma_E}{E}$ $= \frac{0.066(\%)}{E} \oplus \frac{0.81(\%)}{E^{1/4}} \oplus 1.34(\%)$ $\sigma_{pos} = 0.5 \text{ cm} / \sqrt{E}$ E in GeV |
| 超電導 ソレノイド | 超電導 | inn.rad. = 170 cm | | B = 1.5 T |
| K_L , μ 粒子 検出器 | 高抵抗 平板チェンバー (RPC) | (5 cm 鉄 + 4 cm 間隙) $\times 14$ 層 各々の間隙に 2 個の RPC θ and ϕ strips | θ : 16k ϕ : 16k | $\Delta\phi = \Delta\theta = 30 \text{ mrad}$ for K_L $\sigma_t = 1 \text{ ns}$ 1 % hadron fakes |

3.2.1 粒子崩壊点測定器 (SVD: Silicon Vertex Detector)

シリコン・バーテックス・ディテクター (SVD) は、短い寿命 ($10^{-10} \sim 10^{-13} \text{sec}$) をもつ粒子の崩壊点を測定するための測定器である。粒子の崩壊点の測定は B 中間子のみでなく、D 中間子や τ レプトンの物理の研究を行う上でも非常に重要である。本測定器は、崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 80 \mu\text{m}$ を達成している。また、SVD はその外側に位置する中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割を担っている。

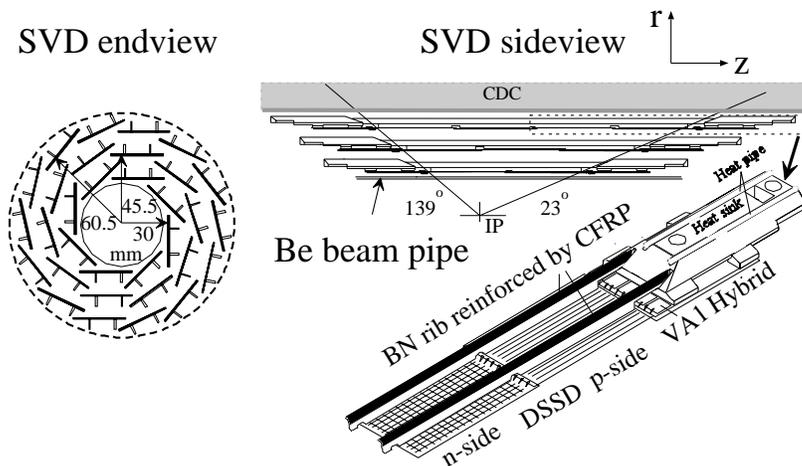


図 3.3: 粒子崩壊点測定器の構造

図 3.3 は SVD の側面図 (sideview) と断面図 (endview) である。3 層構造でビーム軸との角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っており、これは全立体角の 86% に対応する。また各々の層の半径は、内側から 30mm、45.5mm、60.5mm になっており、独立なラダーから成る。各々のラダーには両面読み出しのシリコンストリップ検出器 (DSSD) があり、内側の層から 8、10、14 枚がそれぞれの一つのラダーを構成する。シリコンストリップ検出器 (DSSD) とは厚さ $300 \mu\text{m}$ のシリコン板 (n 型) に幅 $6 \mu\text{m}$ の電極 (p 型) を $25 \mu\text{m}$ 間隔に張付けたものである。DSSD は両面読み出しで、片面で ϕ 方向、もう片面で z の位置を測定する。この上下面に逆バイアス電圧をかけ、荷電粒子が通過した際に生成する電子・ホール対を各電極に集めて信号を読み出し、位置を測定する。

位置分解能を向上させるため、最も内側の層は可能な限り衝突点に近づけ、多重散乱を抑えるために検出部の物質量を小さくし、読み出しのエレクトロニクスは外側に置くように設計している。また、衝突点の最も近くに配置されるため、放射線に対して十分な耐性がなければならず、その要請を満たすため最新のエレクトロニクスの半導体プロセスが用いられている。

3.2.2 中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)

荷電粒子の飛跡や運動量の正確な測定が、中央飛跡検出器 (CDC) の重要な役割である。CDC は、ソレノイドが作る 1.5 テスラの磁場内に設置され、He(50%):C₂H₆(50%) 混合ガス中に、多数の (約 1 万本) 電極ワイヤーが張られている。荷電粒子の多重散乱の影響を押さえるために、ガス、ワイヤーともに物質量の小さいもの (アルミワイヤー) を使用している。荷電粒子が通過するとガスを電離することから電子が生成され、その電子がワイヤーまで移動 (ドリフト) する時間から、粒子の通過位置までの距離を知ることができる。

磁場を通過した荷電粒子は、螺旋した飛跡を描き、飛跡の曲率半径 (xy 平面での半径 R) を検出することで荷電粒子の横方向運動量 (p_t) を以下の式で求めることができる。

$$p_t[\text{GeV}/c] = 0.3B_{[\text{T}]}R_{[\text{m}]}$$

ここで、 R は螺旋の半径である。また z 方向の運動量は螺旋のピッチから与えられる。

CDC では、荷電粒子のガス中での電離損失 (dE/dx) を測定することにより、荷電粒子の種類を識別する能力を備えている。図 3.4 に CDC で測定された、電離損失を荷電粒子の運動量の関数として示す。電離損失は粒子の速さ ($\beta = v/c$) のみで決まるので、異なる種類の粒子は、最小の電離損失となる運動量が違うため異なる曲線を与える。したがって検出した荷電粒子が、どの曲線に近いかにより粒子の識別が可能である。

実際の実験の条件下で達成した、横方向の運動量分解能は $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = 0.3\% \sqrt{p_t^2 + 1}$ (p_t の単位は GeV)、 dE/dx の分解能は $\frac{\sigma}{dE/dx} = 6\%$ である。

CDC の構造は、図 3.5 にあるように、外半径が約 88cm、長さ約 235cm の円筒形で、衝突点に対して $17^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ の領域をカバーしている。 z 方向に非対称になっているのは、ビームのエネルギーが電子と陽電子とで異なっていることを考慮しているためである。また前方や後方など半径 r の小さいところ³では、運動量の小さな粒子に対するアクセプタンスをより大きくするために円錐形になっている。内部は 3 層のカソードワイヤーと 50 層のアノードワイヤーで構成され、後者は陽電子ビーム軸に平行に張られたアクシャルワイヤーと、 z 方向の位置測定能力を上げるためにビーム軸に対して約 50mrad の角度をつけて張られたステレオワイヤーとの 2 種類から成る。

1 本のアノードワイヤーを 8 本のカソードワイヤーが囲んで 1 つのドリフトセルを構成し、ドリフトセルはほぼ正方形の形をしている。内側の 3 セルを除けば電子がドリフトする最大の距離は 8_{mm} ~ 10_{mm} で 1 層の厚みは 15.5_{mm} ~ 17_{mm} である。読み出しはアノードワイヤーとカソードストリップで行われる。

3.2.3 エアロジェル・チェレンコフカウンター (ACC:Aerogel Čerenkov Counter)

エアロジェル・チェレンコフカウンター⁴(ACC) の役割は、 K^\pm と π^\pm とを識別することである。荷電粒子が ACC を通過するとその粒子速度 v と光速の比 $\frac{v}{c}$ がエアロジェルの屈

³半径 r が 30cm よりも小さいような領域。

⁴エアロジェルは、SiO からなるジェル状の物質で屈折率 1.01-1.03 を持つ。

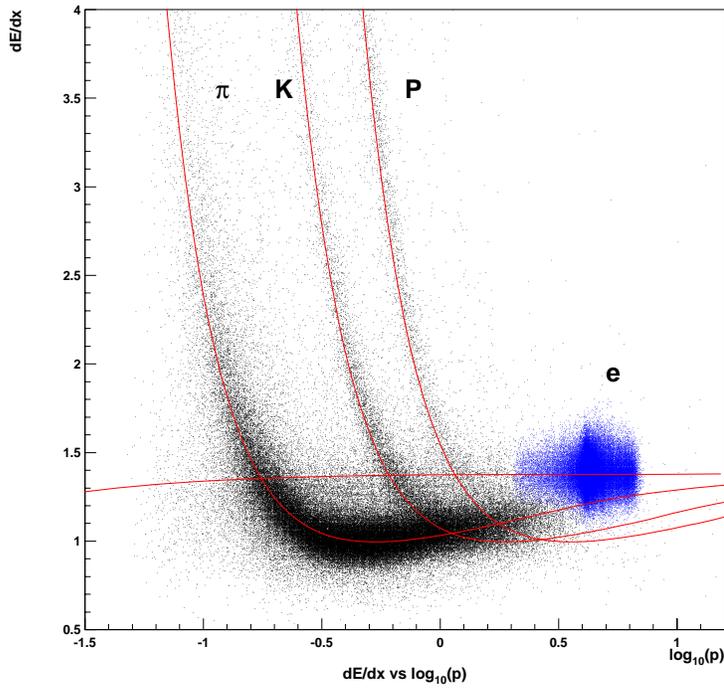


図 3.4: 電離損失。荷電粒子の種類ごとの電離損失を運動量の関数として示した図。

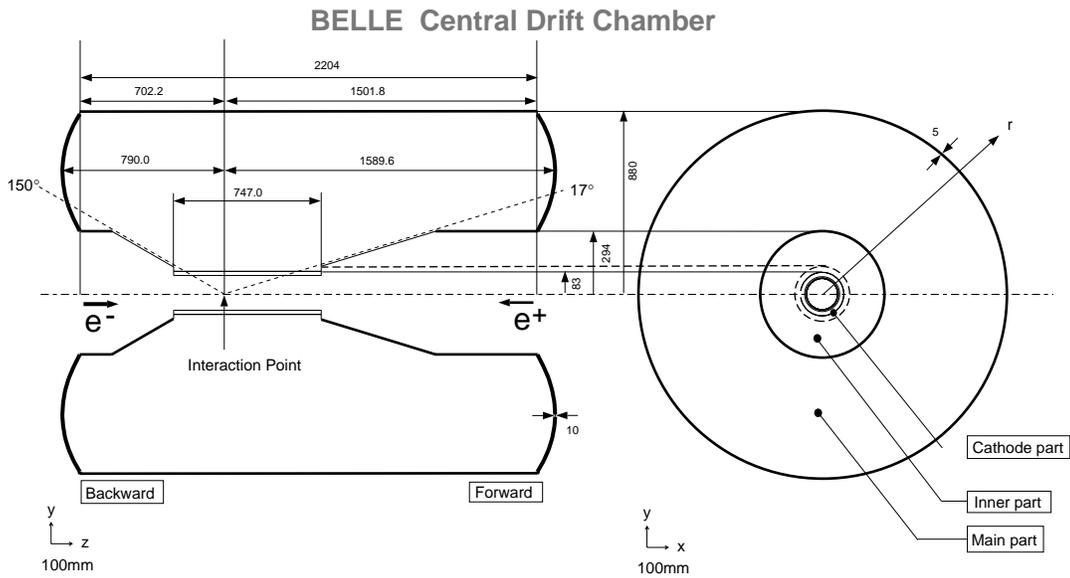


図 3.5: 中央飛跡検出器の構造

折率 n に対して、

$$\frac{v}{c} > \frac{1}{n}$$

の条件を満たすとき、チェレンコフ光を出す。Belle 測定器では、異なった屈折率 (1.01 ~ 1.03) のエアロジェルを用いることにより、1.2 ~ 3.5 GeV/c の領域で K^\pm と π^\pm を識別することができるように設計されている (図 3.6)。この運動量領域で荷電粒子が π^\pm であれば、チェレンコフ光を出し、 K^\pm であればチェレンコフ光を出さないことを利用して両者を識別する。

ACC は Belle 測定器の中央 CDC の外側に位置する (図 3.6)。ACC のバレル部分には ϕ 方

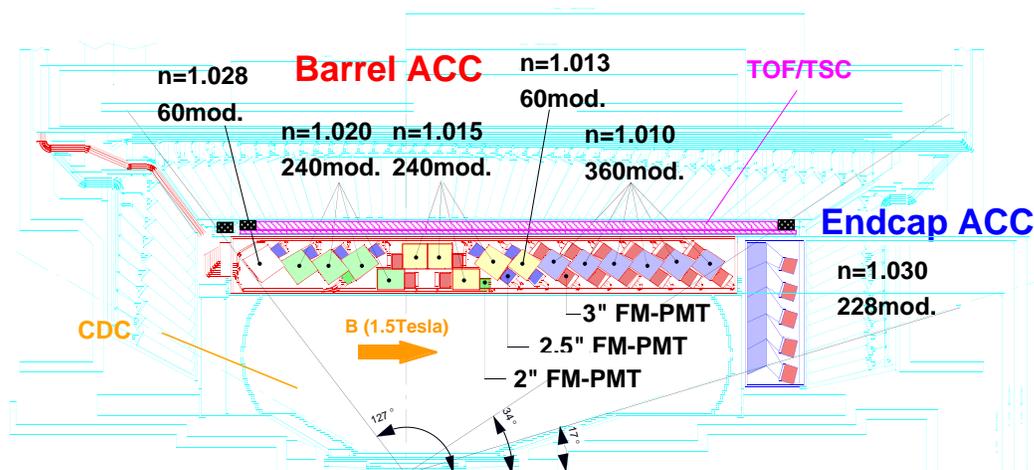


図 3.6: エアロジェルカウンターの構造

向に 60 セルにわけられた 960 個のカウンターモジュールがあり、エンドキャップ部分は同心の 5 層に配列された 228 個のカウンターモジュールがある。すべてのカウンターは衝突点の方向を向いた状態で配列されている。ACC がカバーしている領域は $17^\circ < \theta < 127.2^\circ$ である。

ACC カウンターモジュールを図 3.7 の (a) と (b) に示す。(a) はバレル部分 (b) はエンドキャップ部分に使われている。5 枚のエアロジェルのタイルが厚さ 0.2mm のうすいアルミニウム製の一辺 12cm の立方体の箱の中に積み重ねられている。チェレンコフ光を検出するために、各モジュールの両端に光電子増倍管 (ファインメッシュ型, FM-PMT) が取り付けられている。

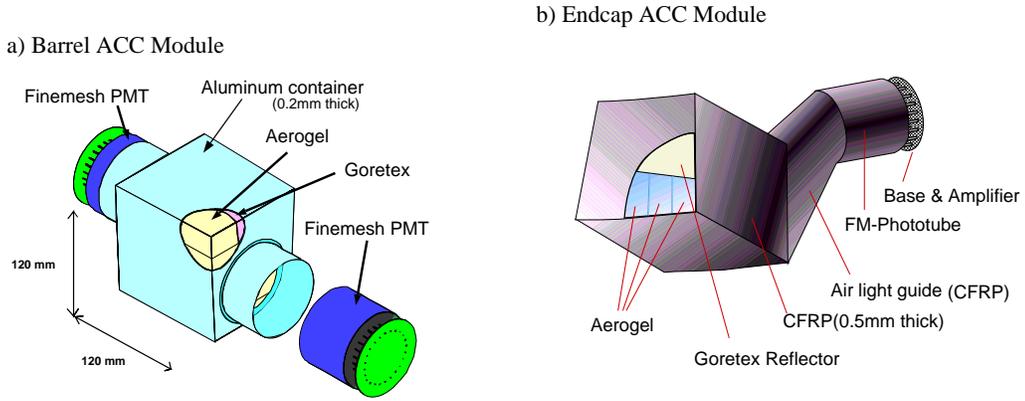


図 3.7: エアロジェルカウンターモジュールの構造 a) バレル部 b) エンドキャップ部

3.2.4 飛行時間差測定器 (TOF:Time of Flight)

TOF(Time of Flight Counter) は、荷電粒子の飛跡時間を測定することによって K/π 中間子の識別を行うことを主目的とするプラスチックシンチレーションカウンターである。また、TOF は CDC と組み合わせて荷電粒子を検出することにより、トリガー信号を出す役割も担っている。

TOF の荷電粒子の識別は主として $1.2\text{GeV}/c$ 以下の運動量領域で有効である。TOF システムは 128 個の TOF カウンターと 64 個の TSC(トリガーシンチレーター) から構成されている。台形断面の TOF カウンター 2 個と TSC1 個で 1 つのモジュールを作る。衝突点から 1.2m の位置にある計 64 個の TOF/TSC モジュールで $34^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲を覆う。これらのモジュールは電磁カロリメータ (ECL) の内壁に取り付けられている。TOF カウンターと TSC の間には 1.5cm の間隔が設けてある。これはビームに起因するバックグラウンド中の光子が、TSC 中で電子・陽電子対生成を起こしても、1.5 テスラの磁場のために発生した電子や陽電子の軌道は小さく旋回して TOF に届かないようにするためである。

粒子の飛行時間 T_{TOF} 、飛行距離 L_{path} と粒子の速度 $\beta = (\frac{v}{c})$ との間には以下の関係がある。

$$\beta = \frac{L_{path}}{c \cdot T_{TOF}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}}$$

$$T_{TOF} = \frac{L_{path}}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m^2}{p^2}\right)^2}$$

ここで、 E 、 P 、 m はそれぞれ粒子のエネルギー、運動量、質量である。CDC で測定された運動量を用いれば、上式から粒子の質量が計算でき、種類を同定できる。飛行距離 1.2m、時間分解能 100 psec であれば、 $1.2\text{GeV}/c$ 以下の粒子識別が可能である。これは $\Upsilon(4S)$ 崩壊で生成される粒子の 90% にあたる。

分解能 100 psec を実現するためにシンチレーション光の減衰長が 2m 以上と十分長く、発光の立ち上がりが速いシンチレーターを使用している。また、カウンター内を伝搬する

シンチレーション光の時間的分散を最小限にするために、ライトガイドを使用せずに大面積のフォトカソードを持つファインメッシュ型光電子増倍管をシンチレーターに直接取り付けられている。

ビーム衝突実験環境下で $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 事象を用いて観測された時間分解能は約 100 psec で、粒子の入射位置にはほとんど依存しないという性能を得ている。

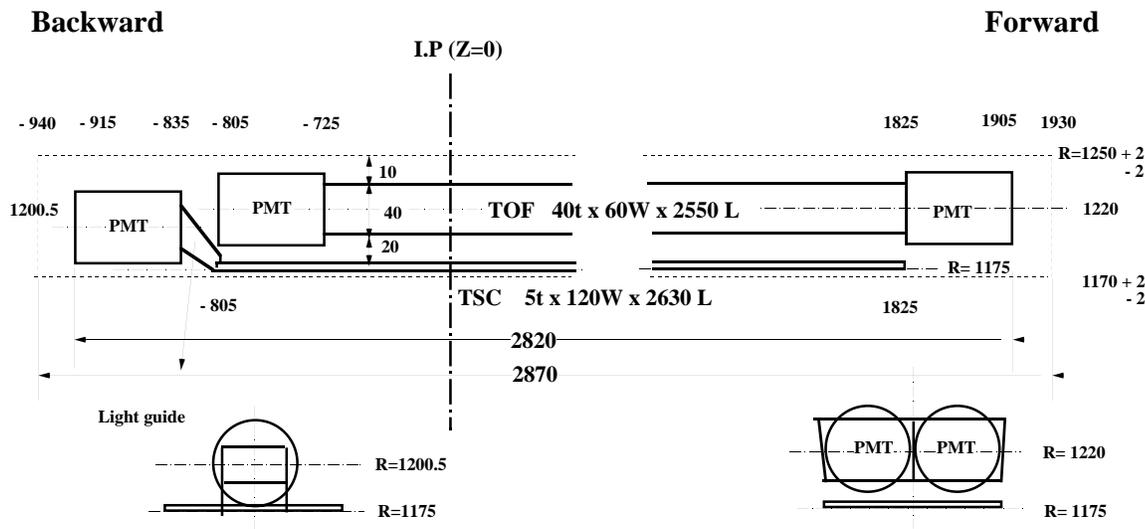


図 3.8: TOF/TSC モジュール

TOF が発生するトリガー信号は、検出器の信号の読み出しに必要なゲート信号および TDC のストップ信号を生成する源となる。

3.2.5 電磁カロリメータ (ECL: Electromagnetic Calorimeter)

高エネルギーの電子や光子は、十分厚い物質に入射すると電磁シャワーを作り、その全エネルギーを失う。このほとんど全ての損失エネルギーを測定することで、電子や光子のエネルギーを良い精度で測定するのが電磁カロリメータ (ECL) の役割である。また、ECL で測定された全エネルギー E と CDC で測定された荷電粒子の運動量 P との比 (E/P) より、電子と他の粒子との識別が可能である。電子の場合には、この比がほぼ 1 であるのに対し、荷電 π 中間子などのハドロンが ECL に入射した場合には、ハドロンはエネルギーの一部を失うのみであるため、 E/P が 1 よりずっと小さくなる。これを利用して、電子とハドロン (π, K) との識別が高い信頼度で可能である。

上記の要求を満すために、Belle 測定器では、光量が多く他にも様々な利点を持つ $\text{CsI}(Tl)$ 結晶を電磁カロリメータの検出体として用いている。 $\text{CsI}(Tl)$ 中で発生したシンチレーション光の読み出しには、磁場中で問題なく使えるシリコンフォトダイオードを各カウンターあたり 2 枚用いている。1 個の $\text{CsI}(Tl)$ カウンターのサイズは、前面が $5.5\text{cm} \times 5.5\text{cm}$ で長さが 30cm である (図 3.9)。ECL はこの $\text{CsI}(Tl)$ カウンター 8736 個から構成されている。ECL の断面図を図 3.10 に示す。パレル部分は内径が 1.25m で長さ 3m である。前方と

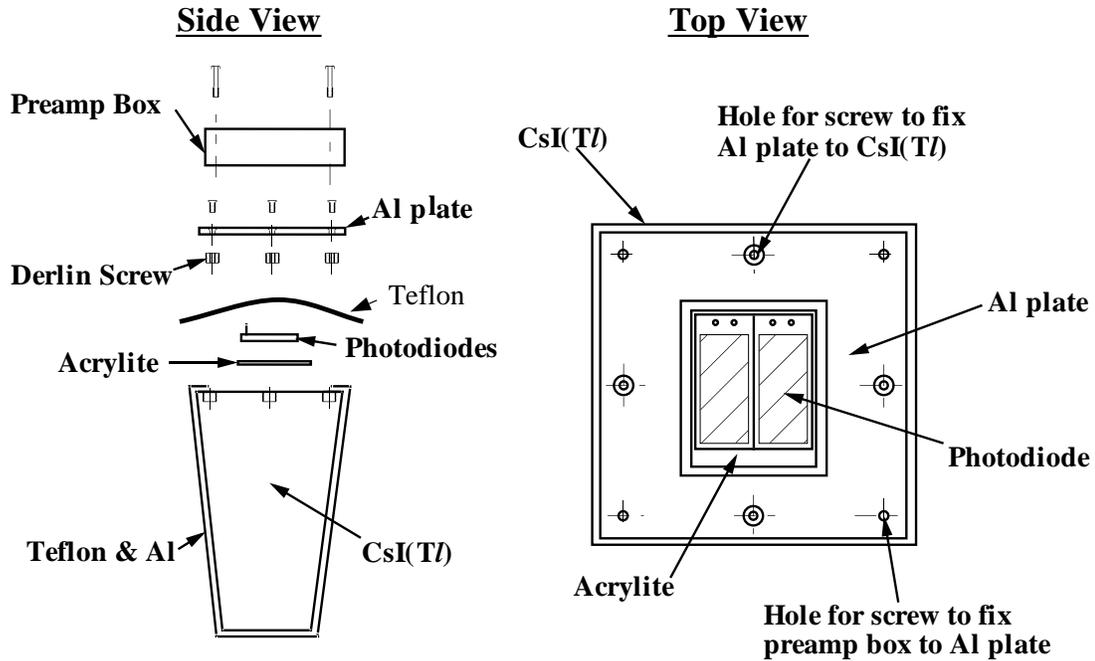


図 3.9: CsI(Tl) シャワーカウンター

後方のエンドキャップは衝突点から Z 方向に +2.0m と -1.0m に位置している。前方エンドキャップは $12.4^\circ \sim 31.4^\circ$ 、バレルは $32.2^\circ \sim 128.7^\circ$ 、後方エンドキャップは $130.7^\circ \sim 157.1^\circ$ の領域を各々カバーしている。

ECL に入射した光子あるいは電子が起こしたシャワーは、1 個の CsI カウンターに収まらず、周りの CsI カウンターまでおよぶ。直接光子が入射したカウンターは、周りのカウンターに比べ高いエネルギーが観測される。そのカウンターを中心にカウンター 5 個 \times 5 個 (図 3.11) 領域内の 25 個のカウンターのエネルギーの和をそのシャワーのエネルギーとしている。達成されたエネルギー分解能は

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{0.066\%}{E} \oplus \frac{0.81\%}{E^{\frac{1}{4}}} \oplus 1.34\%}, \quad E \text{ の単位は GeV}$$

で与えられる。ここで \oplus は 2 乗和を意味する。これは 1GeV の光子に対して、 $\frac{\sigma_E}{E} = 1.7\%$ の分解能に対応している。また、このように 1 つの粒子に起因する信号を持つカウンター群をクラスターと呼ぶ。

π^0 はほぼ 100% で $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ に崩壊する。特に高い運動量をもつ π^0 の検出は、2 つの γ のなす角度が小さいため 2 つの光子のシャワー領域が重ることが問題となる。このような 2 つの光子をよりよく分離するためには、カウンターのサイズを出来るだけ小さくする事が重要である。Belle 測定器では、 $5.5\text{cm} \times 5.5\text{cm}$ の比較的小型の CsI カウンターを用いてこの問題に対応している。このサイズはシャワーの広がりにはほぼ対応しており、ほぼ 3GeV 近くの π^0 から崩壊した 2 つの光子の分離が可能である。

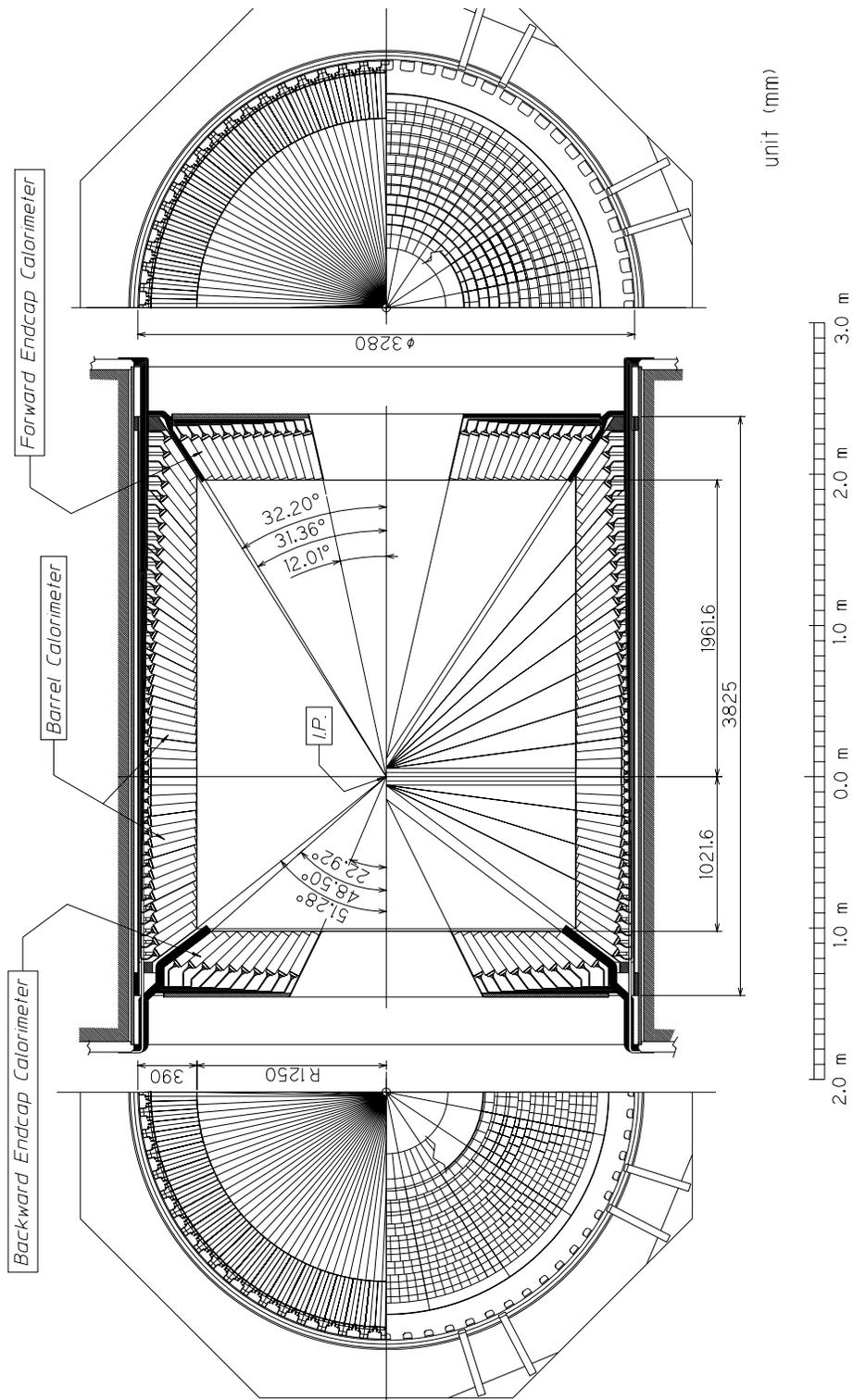


図 3.10: 電磁カロリメータの断面図

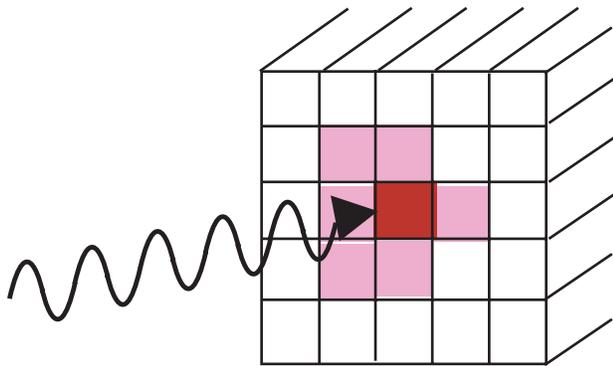


図 3.11: シャワーの再構成アルゴリズムの模式図。中心の濃い色のカウンターが光子の入射したカウンターとすると、その周囲にもシャワーが広がり、薄い色で示したように何本かのカウンターから信号が出るのでこれらを足し合わせる。

3.2.6 超電導ソレノイド

超電導ソレノイドは TOF とミュオン検出器 (KLM) の間に位置し、1.5 テスラの磁場を検出器中心付近の直径 3.4m、長さ 4m の部分につくる。コイルは Nb・Ti 合金超電導材を使った線材で巻かれ、液体ヘリウム冷凍機により -268°C まで冷却されて超電導状態になっている。コイル中には 4160A の大電流が、断面 $3 \times 33\text{mm}$ の線材に流れている。

3.2.7 K_L 、 μ 粒子検出器 (KLM)

Belle 測定器の最も外側に位置する K_L 、 μ 粒子検出器 (KLM) は $600\text{MeV}/c$ 以上の運動量領域で K_L 及び μ 粒子の識別を役割としている。KLM 検出器は、高抵抗平行板チェンバーと厚さ 4.7cm の鉄を 11 層重ねた構造をもっている。

μ 粒子は貫通力が優れているため鉄を突き抜け、多くの RPC の層に明瞭に連なった信号を残す。よって、CDC で測定した飛跡と KLM のヒットを関連づけることにより、 μ 粒子の同定が可能である。一方で K_L は鉄と衝突し反応 (強い相互作用) を起こす。CDC に飛跡を残さず、KLM 内でのみ起こるシャワー信号より K_L の同定が可能である。

3.2.8 トリガーシステム

トリガーとは研究対象である物理事象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除き、収集すべき反応事象を限られたデータ収集システム容量内に収めることを目的としている。 $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積と Belle 実験で使用してい

表 3.3: $10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積とトリガー頻度。Bhabha 散乱と光子対生成の事象は反応断面積が大きいので、トリガー頻度を 1/100 に下げている。

| 物理事象過程 | 断面積 (nb) | 反応頻度 (Hz) |
|--|-----------|---------------------|
| $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ | 1.15 | 11.5 |
| $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ | 2.8 | 28. |
| $\mu^+\mu^- + \tau^+\tau^-$ | 1.6 | 16. |
| $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\theta_{lab} \geq 17^\circ)$ | 44. | 4.4 ^(a) |
| $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma (\theta_{lab} \geq 17^\circ)$ | 2.4 | 0.24 ^(a) |
| 2γ processes ($\theta_{lab} \geq 17^\circ, p_t \geq 0.1 \text{ GeV}$) | ~ 15 | ~ 35 |
| Total | ~ 67 | ~ 96 |

るトリガーによるトリガー頻度を表 3.3 に示す。実際には、この表にあげた物理事象の他に、ビームと真空パイプ中の残存ガスとの衝突点や宇宙線からのバックグラウンドが多くあり、それらを除いてこのようなデータ収集が可能な反応頻度におさえるのがトリガーの役割である。

Belle トリガーシステムの構成を図 3.12 に示す。各検出器にはサブトリガーシステムがあり、CDC は飛跡トリガー、ECL はエネルギートリガー、KLM は μ 粒子トリガーの信号を出し、TOF がトリガーのタイミングを発する。これらの情報をまとめ、GDL(Global Decision Logic) がまとめ、収集すべき事象と判断するとトリガーのゲート⁵が出される。

3.2.9 データ収集システム (DAQ)

Belle 実験のデータ収集システムを図 3.13 に示す。各検出器からのデジタル信号はイベントビルダーに送られ、1 事象分のデータにまとめられる。その後、オンラインコンピュータファームで事象再構成が行われる。そこで、バックグラウンド事象を減らしてから、オフラインコンピュータシステムに転送され、データサマリー用テープに蓄積される。

⁵最終的なトリガー。これをうけて、測定器のサブシステムごとに信号の数値化がスタートする。

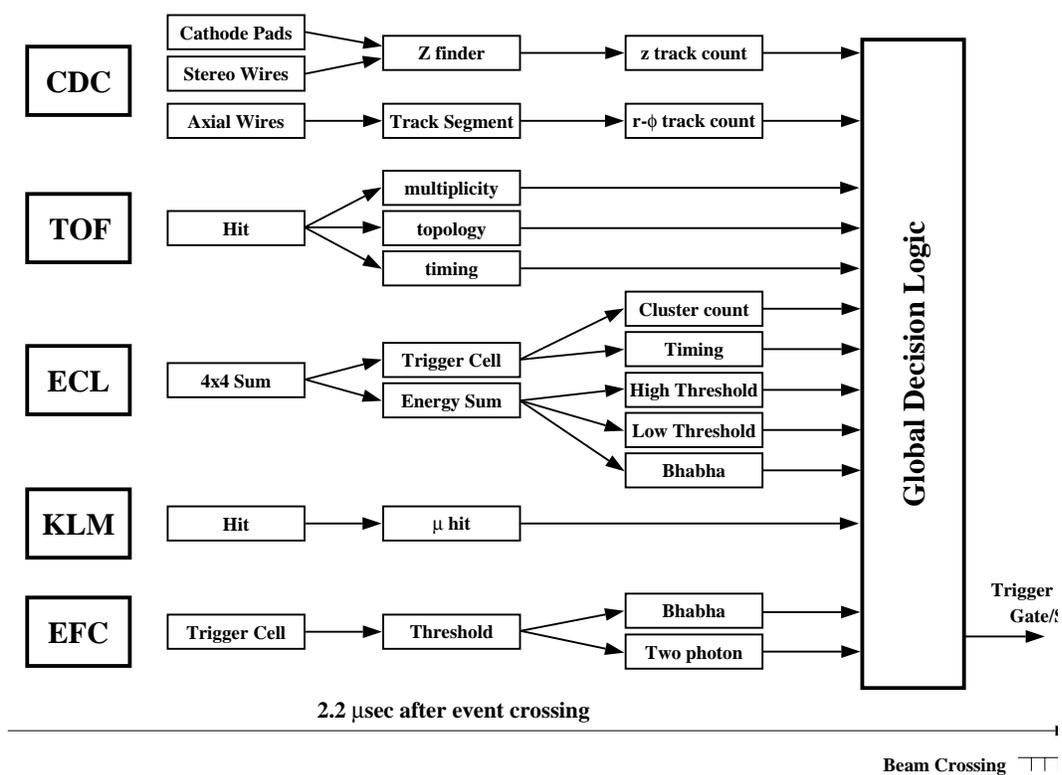


図 3.12: Belle トリガーシステムのブロック図

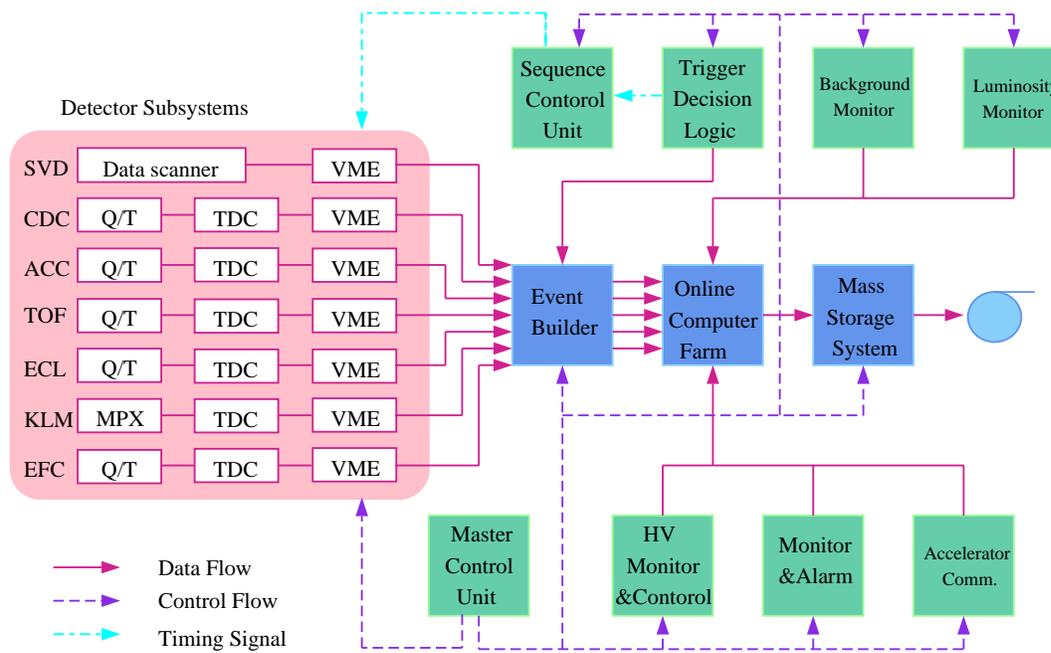


図 3.13: データ収集システムのブロック図

第4章 事象選別

本章では、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象 (以下 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と呼ぶ) 及び $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象の選別方法について述べる。本章で選ばれた事象は、以下の章で崩壊分岐比の測定や $\pi^-\pi^0$ スペクトラル関数の測定に用いられる。

4.1 電子・陽電子衝突反応の概要

本解析で用いた実験データは、KEKにある重心系のエネルギー $\sqrt{s} = 10.58\text{GeV}$ の e^+e^- 衝突型加速器 (KEKB 加速器) の衝突点に設置された Belle 測定器を用いて収集されたものである。

収集したデータには本研究の対象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外にも、様々な反応事象が含まれている。解析の第1段階は、信号事象をそれ以外の事象 (バックグラウンド) から分離することである。バックグラウンドとなりうる反応を表 4.1 に示し、その特徴を以下にまとめる。

(1) バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$)

終状態の e^+e^- は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量やエネルギーに不足分がない。生成断面積が非常に大きく、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ などの過程で γ が検出されない場合や終状態の e あるいは γ が、衝突点付近の物質と反応してシャワーを起こした場合には $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と間違い易い。そのようなバックグラウンドを除く事が本解析で重要である。

(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$)

バーバー散乱に同じく終状態の $\mu^+\mu^-$ は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず運動量やエネルギーに不足分がない。

(3) ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)

クォーク・反クォーク対 $q\bar{q}$ は back-to-back の方向に生成される。ここで q は、 u, d, s および c クォークを意味する。観測されるハドロンはそのクォークの方向にジェット状に生成される。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。

(4) B 中間子対生成 ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0B^0, B^+B^-$)

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。終状態の粒子は、 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 反応と比べて広い範囲に分布する。

(5) 二光子過程

二光子過程には、二光子レプトン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) および

二光子ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$) 反応がある。ここで、 q には、 u, d, s クォークからの寄与がある。二光子過程は、電子と陽電子が放出した仮想光子同士の散乱である。このとき、もとの電子と陽電子は高い運動量やエネルギーを持ち、ビームパイプに沿って進む。そのため、この過程では検出される運動量やエネルギーを散乱前の状態と比較すると不足分が大きい。一方、 P_t の方向は比較的良くバランスしている。

表 4.1: e^+e^- 衝突で起こる様々な反応の生成断面積および、その反応のシミュレーションに使用したプログラム名。プログラム名がデータとなっているのは、その見積もりをシミュレーションに頼らず、実験データそのものを用いて行った事を意味する。

| | 反応の名称 | e^+e^- 衝突反応 | 生成断面積 | 使用したプログラム | 参照 |
|-----------------------------------|----------------------|--|----------|------------------|--------------|
| 信号 | $\tau^+\tau^-$ 対生成 | $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow \text{others}$) | 0.89nb | KORALB TAUOLA | [20] [21] |
| バックグラウンド | $\tau^+\tau^-$ 対生成 | $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ($\tau^-, \tau^+ \rightarrow \text{generic}$) | 0.89nb | KORALB TAUOLA | [20] [21] |
| | (1) パーバー散乱 | $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ | 100.2 nb | BHLUMI | [22] |
| | (2) $\mu^+\mu^-$ 対生成 | $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ | 1 nb | KKMC | [23] |
| | (3) ハドロン生成 | $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$ | 2.09 nb | QQ | [24] |
| | | $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$ | 1.30 nb | QQ | [24] |
| | (4)B 中間子対生成 | $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$ | 0.525 nb | QQ | [24] |
| | | $e^+e^- \rightarrow B^0B^0$ | 0.525 nb | QQ | [24] |
| | (5) 二光子過程 | $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ | 18.9 nb | AAFHB | [25] |
| | | $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ | 40.9 nb | AAFHB | [25] |
| | | $e^+e^- \rightarrow e^+e^-u^+u^-/d^+d^-$ | 12.50 nb | AAFHB | [25] |
| | | $e^+e^- \rightarrow e^+e^-s^+s^-$ | 0.227 nb | AAFHB | [25] |
| $e^+e^- \rightarrow e^+e^-c^+c^-$ | | 0.03 nb | AAFHB | [25] | |
| ビームガスとの反応 | | | データ | | |
| 宇宙線 | | | データ | | |

また、ビームとビームガス (ビームパイプ) との反応や宇宙線もバックグラウンドとなる。これらの反応はビームの軌道に沿って一様に起こるので、信号事象が衝突点付近で起こるという条件で落とす事が出来る。事象選別では、信号の検出効率を保ちながらバックグラウンドをいかに少なくするかが課題となる。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象においては終状態の ν_τ が検出されないため運動量やエネルギーに不足

分がある。このため運動学的に直接事象を識別することはできない。しかしながら、不足分があることは逆に $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の重要な特徴でありその特徴をうまく利用することで、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応以外のバックグラウンドを減らす事が出来る。

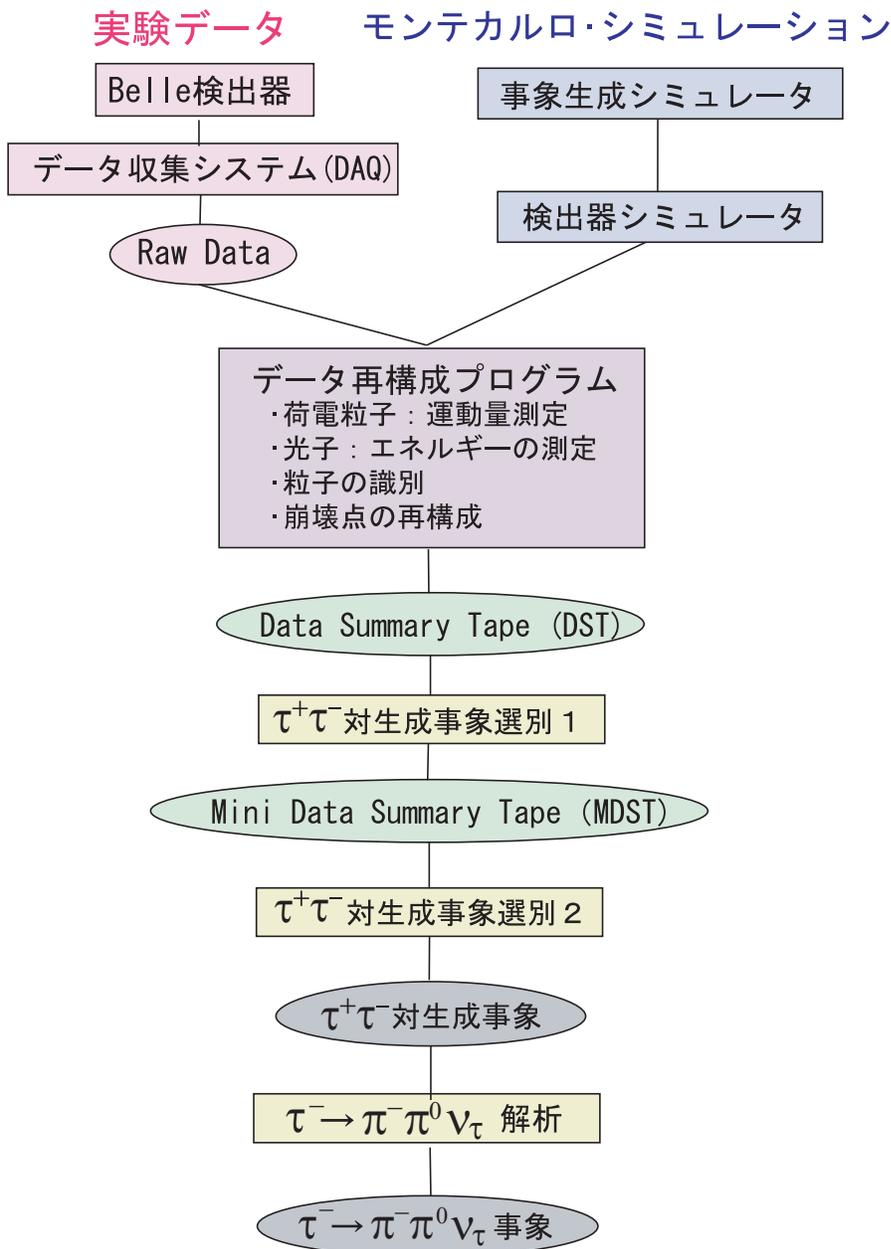


図 4.1: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別の流れ

本解析のフローチャートを図 4.1 に示す。このフローチャートに沿って、まず τ 粒子対生成事象の選別条件を説明し、次に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別について説明する。

4.2 解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション

本解析で用いたデータは、Belle 測定器で 2000 年 10 月から 2002 年 3 月までに収集したもので、積分ルミノシティにして $72.2/\text{fb}$ に相当する。この量は $\tau^+\tau^-$ 生成事象数にして約 6.5×10^7 事象に対応する。具体的なデータの収集時期と積算ルミノシティの値を表 4.2 にまとめる。

表 4.2: 各実験番号の収集時期とルミノシティ

| 実験番号 | 収集された時期 | ルミノシティ |
|------|---------------------------|------------|
| 9 | 2000 年 10 月 ~ 2000 年 12 月 | 4.44 /fb |
| 11 | 2001 年 1 月 ~ 2001 年 4 月 | 8.132 /fb |
| 13 | 2001 年 4 月 ~ 2001 年 7 月 | 10.739 /fb |
| 15 | 2001 年 10 月 ~ 2001 年 12 月 | 12.682 /fb |
| 17 | 2002 年 1 月 ~ 2002 年 3 月 | 11.181 /fb |
| 19 | 2002 年 3 月 ~ 2002 年 7 月 | 25.055 /fb |
| 合計 | | 72.2 /fb |

以下に述べる様な事象選別条件の最適化や、実験データに含まれるバックグラウンドの見積もり、事象の検出効率を求めるために擬似事象生成プログラム (モンテカルロシミュレーション; MC) を用いた。用いたプログラムの名称を表 4.1 に示した。これらのプログラムは、各反応の微分断面積や終状態の角分布や粒子の多重度をモデル化し、現実を忠実に再現するように長年改良されてきたものであり、この分野で標準的に使われているものである。

$\tau^+\tau^-$ 対の発生には、KORALB/TAUOLA プログラム^[20,21,26]、バーバー散乱に BHLUMI プログラム、 $\mu^+\mu^-$ 対生成に KKMC プログラム、 $\bar{B}B$ 中間子対やハドロン対生成 ($\bar{q}q$) には QQ プログラム、二光子過程には AAFHB プログラムを用いた。BHLUMI と KKMC には、現在までに知られている最も高次の輻射補正の効果が含まれている。

粒子と検出器を構成する物質との相互作用のシミュレーションには、GEANT プログラム^[27] を用いた。ビームと真空パイプ中の残留ガスとの反応から生じるバックグラウンドを忠実にシミュレートするために、ランダムな時間¹に読みだしたデータを用いて、その情報をシミュレーションの事象に含めた。

図 4.1 のフローチャートに示すように、モンテカルロの事象は、データと同じ解析プログラムを通す事で、データ再構成のアルゴリズムや選別条件の影響が自動的にモンテカルロ事象にも反映されるようになっている。

¹この時に実際に e^+e^- 反応が起こっている確率は非常に小さい

4.3 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴は、(1) 荷電飛跡の数が 2~5 本と少ないこと (2) 反応の中で出てくるニュートリノ (ν_τ) が検出されないため運動量やエネルギーに不足分 missing(以下、ミッシングと呼ぶ) があること、が挙げられる。

τ 粒子の全崩壊モードの中で、荷電飛跡を 1 本含むモードで崩壊するものは全体の 85%、荷電飛跡が 3 本含まれるような崩壊は 15% である。よって、 $\tau^+\tau^-$ 事象では、

- $\tau^+\tau^-$ の両方が荷電飛跡 1 本のモード崩壊 (荷電飛跡 計 2 本) する割合が 72%
- $\tau^+\tau^-$ のうち一方が荷電飛跡を 1 本、もう一方が 3 本の崩壊モードへ崩壊 (荷電飛跡 計 4 本) する割合が 13%

となる。つまり、荷電飛跡が 2 本から 4 本ある事象を選べば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のうちの大部分 (85%) を選ぶことができる。

データ解析では、まず、測定器で間違いなく検出された「荷電粒子」やカロリメータで信号として観測される「光子」の条件をはっきりさせることが重要である。以下の条件を「荷電粒子」、「光子」の条件として要求する。

★ 荷電粒子の条件

- ・ CDC や SVD で測定した荷電飛跡を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の $x - y$ 平面上での距離 dr が 1.0cm の範囲にあり ($|dr| < 1.0\text{cm}$)、かつ、衝突点に対する最近接点の z 座標 dz が $\pm 5\text{cm}$ の範囲内にあること ($|dz| < 5.0\text{cm}$)。この条件は、ビームガスや宇宙線からの飛跡を除くと共に、 π や K が CDC の途中で崩壊したときに、その崩壊生成物の飛跡を除くための条件である。
- ・ 横方向の運動量 P_t が 0.10GeV 以上であること。 ($|P_t| \geq 0.1\text{GeV}$)
 P_t が 0.10GeV 以下であると、螺旋が CDC の真ん中付近で旋回し、CDC で正しく飛跡を測定できなくなる。

★ 光子の条件

- ・ 光子のエネルギーが 0.08GeV 以上であること。
これは、ビームバックグラウンド等のノイズと真の光子とを分別するための条件である。
- ・ $CsI(Tl)$ カロリメータで観測されたクラスターの位置と、CDC で検出された飛跡をカロリメータの前面への外挿した点との距離が 25cm 以上離れていること。
これは、荷電粒子がカロリメータの物質を通過することによって作られるクラスターを光子のクラスターの候補から除くための条件である。

4.3.1 $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 1

$\tau^+\tau^-$ 対事象を選ぶ第一段階として比較的緩い条件で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別する。この選別は、Belle 測定器で収集した多量のデータから、後に行うより詳しい後に解析に使う為のデータをあらかじめ選別することが目的である。要求した条件は以下の通りである。

- (1) 荷電飛跡の本数が $2 \sim 8$ であること。 ($2 \leq N_{track} \leq 8$)
- (2) 運動量の絶対値の和 ($\sum |P|$) が 9.0GeV 以下で、カロリメーターで観測された重心系におけるクラスタのエネルギーの和 ($\sum |E|$) が 9.0GeV 以下であること。 ($\sum |P| \leq 9.0\text{GeV}/c$, $\sum |E| \leq 9.0\text{GeV}$)
これは、明白なバーバー散乱やミュオン対生成事象を除くための条件である。
- (3) 少なくとも 1 本の荷電飛跡の横方向の運動量 P_t が 0.5GeV 以上であること。 ($P_t \geq 0.5\text{GeV}$)
これは、トリガーが確実にかかっていることを保証するための条件である。

4.3.2 $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 2

以上のような条件を課しても、まだ、多くのバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ 、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$)²、ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)、二光子過程 ($e^+e^- \rightarrow (e^+)(e^-)\mu^+\mu^-$ 等) がバックグラウンドとして残っているのでこれらを除く必要がある。その為に、前節で課した条件に加え、さらに以下のような条件を要求して $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を選んだ。

まず、事象選別 1 で選ばれた事象を図 4.2 のように、 e^+e^- の重心系で 2 つの半球に分ける。具体的には、荷電飛跡の中で他の荷電飛跡と 90° 以上離れており、かつ、最も運動量の高いものの方向を「事象軸」と定義し、事象軸に垂直な面で、荷電粒子や光子を 2 つの半球に分離した。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の選別条件としては、荷電飛跡の本数が $2 \sim 4$ 本で ($2 \leq N_{track} \leq 4$) 各事象の全電荷が保存されていること。それらの荷電飛跡から再構成された事象生成点の距離が、 $x-y$ 平面でのビーム軸から 2.5cm 以内 ($|V_z| < 2.5\text{cm}$) かつ、 $x-y$ 平面での z の位置が 0.5cm 以内であること。事象軸の偏向が e^+e^- の重心系で 35 度 \sim 145 度であること。を要求した。事象生成点に制限を加えることでビーム・ガス反応や宇宙線からのバックグラウンドをほとんど除くことができる。

さらに、残りのバックグラウンドを除去するために以下の条件を課す。まず、ミッシング質量 (Missing Mass これを以下 MM と書くこととする。) を

$$\text{MM}^2 = (p_{\text{initial}}^{\text{beam}} - \sum p_{\text{final}}^{\text{tracks}} - \sum p_{\text{final}}^\gamma)^2 \quad (4.1)$$

から求める。

ここで、 $p_{\text{initial}}^{\text{beam}}$ は始状態の e^+e^- ビームの全 4 元運動量、 $p_{\text{final}}^{\text{tracks}}$ は終状態で観測された荷電飛跡の 4 元運動量、 p_{final}^γ は同じく光子の 4 元運動量である (図 4.3 を参照)。

²これらの事象において 1 つあるいは 2 つの光子が検出できなかった場合がバックグラウンドとなる。

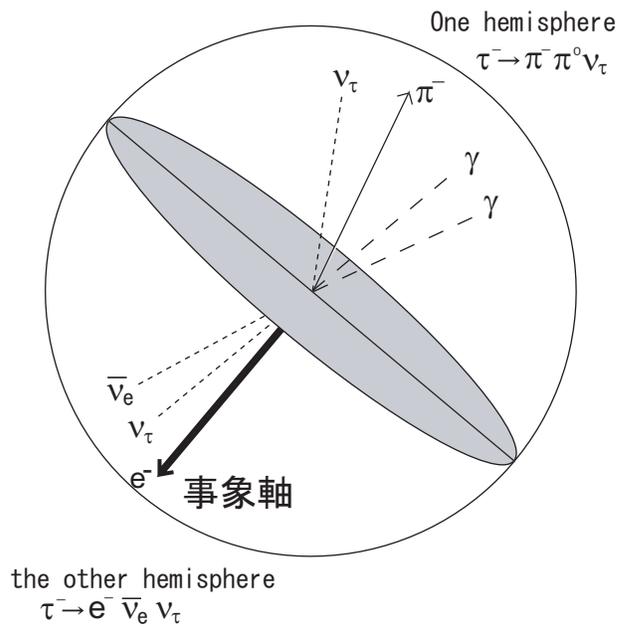


図 4.2: 事象の半球図

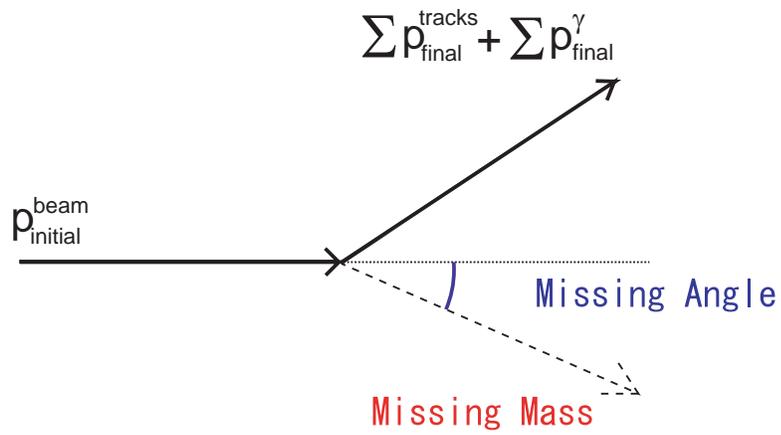


図 4.3: ミッシング質量

また、運動量の保存から決まるミッシングの重心系における方向をミッシング角 ($\theta_{\text{missing}}^*$) と呼ぶ。MM と $\theta_{\text{missing}}^*$ の 2 次元プロットを図 4.4 に示す。図 4.4-(1) は、データ、図 4.4-(2)-(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に、 $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応の分布を示す。図 4.4-(3) より、バーバー散乱事象やミュー粒子対生成

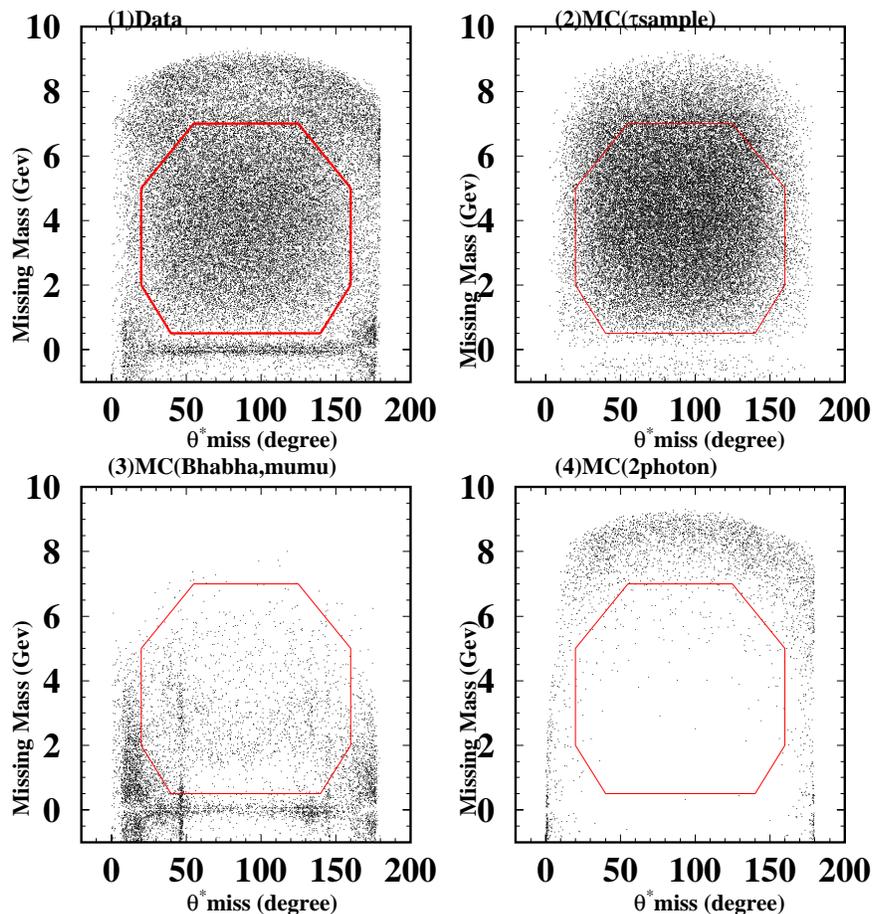


図 4.4: ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれのバックグラウンドを示す。ここで、赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。

事象は、MM がゼロの辺りに集中し、また、図 4.4-(4) より、二光子生成反応は MM の比較的高い領域に集中して分布することがわかる。これらのモンテカルロによる分布とデータの分布を比較することで、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の条件として図中の八角形の中にあることを要求した。

ちなみに、図 4.4-(3) で $\theta_{\text{missing}}^*$ が 45 度付近と 145 度付近に見えるバンドは、光子を伴う

バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) において、電子または光子がカロリメーターのパレル部分とエンドキャップ部分の境界に向かっていているような事象である。その付近は、カロリメーターの境界部分でありエネルギーを正しく測定できないために $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の候補として残っている。このような事象を落とすために、荷電飛跡や光子がカロリメーターのパレル部分とエンドキャップ部分の境界に向いていないことを要求した。

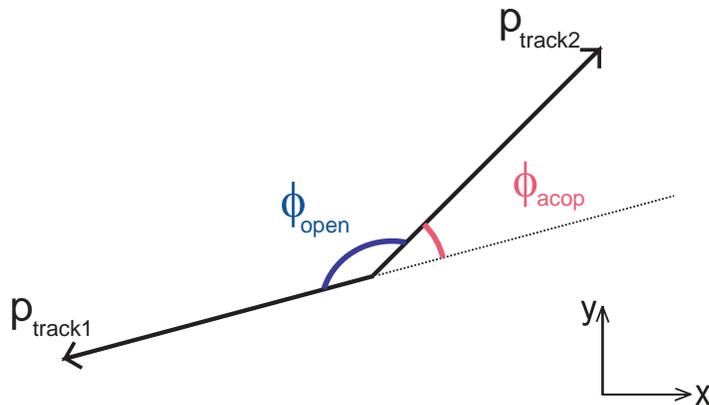


図 4.5: アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{\text{acop}} = |180^\circ - \phi_{\text{open}}|$ と定義される。ここで ϕ_{open} は、 $r - \varphi$ 平面での 2 つのトラックの開き角である。

バーバー散乱は生成断面積が非常に大きいので、それをさらに落とすための工夫が必要である。そのためにアコプナリティ角 ϕ_{acop} を導入する。アコプナリティ角とは最も運動量の大きい荷電飛跡と 2 番目に高い運動量を持つ荷電飛跡とが x - y 平面においてなす角 ϕ_{open} の補角であり、 $\phi = 180^\circ - \phi_{\text{open}}$ と表せる (図 4.5)。

この段階で残っている、バーバー散乱事象 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) は、生成された電子あるいは陽電子が、ビーム付近の物質と相互作用して運動量が正しく測れないような事象である。このような場合にも、電子 (陽電子) の方向はよく保存しているのでアコプナリティ角 $\phi_{\text{acop}} \leq 1^\circ$ を要求する事でそのようなバーバー散乱を除去できる。 $\mu^+\mu^-(\gamma)$ 対生成もこの条件で除去できる。

次に、ハドロン生成反応 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) を除去をする。ハドロン事象は荷電粒子や光子の数が多いという特徴がある。そこで、一つの半球内にある粒子の数を荷電飛跡の数と光子の数の和とし、 $n_{\text{part}} = n_{\text{track}} + n_{\gamma}$ で表す。また、それぞれの半球中について粒子の数を $(n_{\text{part}})_{\text{one}}$, $(n_{\text{part}})_{\text{other}}$ で表し、その積を $X_{\text{part}} \equiv (n_{\text{part}})_{\text{one}} \times (n_{\text{part}})_{\text{other}}$ と定義して、これが 25 以下であることを要求した。

Belle 実験ではビーム衝突反応と他の反応を区別するため、物理事象を検出するための様々なトリガーが用いられている。本解析では、選別した事象は以下のいずれかのトリガーを満たしていることを要求した。

- (1) フル荷電飛跡 (CDC を外筒まで通過している荷電飛跡) が 2 本以上あり、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135° 以下で、かつ TOF の 2ヶ所以上で検出されていること。

さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。

- (2) 電磁カロリメーターで測定されたエネルギーが 1GeV 以上であり、かつトリガーレベルでバーバー散乱や宇宙線であると認識されていないこと。
- (3) 電磁カロリメーターで測定されたエネルギーが 0.5GeV 以上であり、ショート荷電飛跡 (CDC の外筒まで到達していない飛跡) が 2 本以上、フル荷電飛跡が 1 本以上、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135° であること。さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。

1つの事象は、普通いくつかのトリガー条件を満たしており、この重複を利用して、トラックトリガーやエネルギートリガーのトリガー効率を求めることができる。

以上の条件を全て要求することにより選ばれた $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の数は、 22.71×10^6 事象である。この事象に含まれるバックグラウンド事象の割合等の定量的な議論は、5章、6章で行う。

選別された典型的な事象例を図 4.6 と図 4.7 に示す。これは、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中で最も事象数の多い 2-prong 過程 (それぞれの τ 粒子が 1 本の荷電粒子を含む崩壊をしたとき、つまり、事象全体で荷電粒子が 2 本となるような事象) の例である。一方の τ は、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ に崩壊し、他方は、 $\tau^+ \rightarrow e^+ \nu_e \nu_\tau$ に崩壊している。

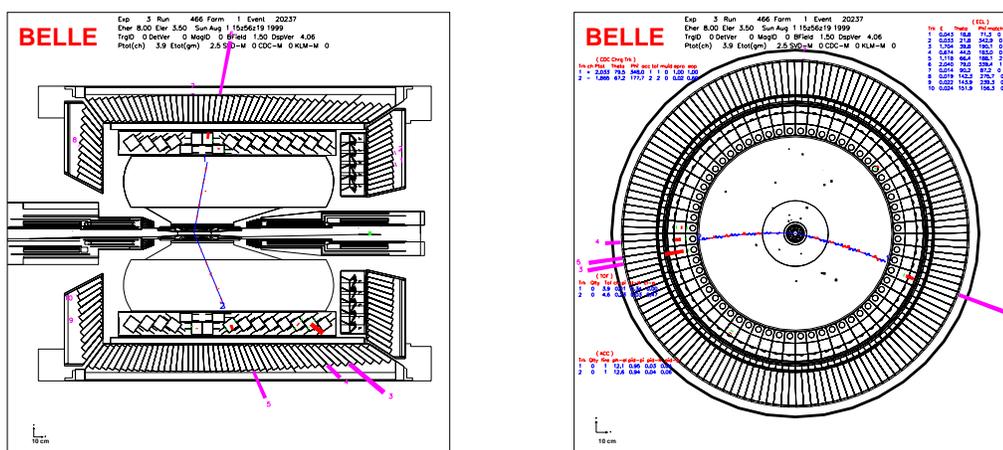


図 4.6: $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 (x-z 平面)。この事象では τ^- が $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊をし、 τ^+ が $\tau^+ \rightarrow e^+ \nu_e \nu_\tau$ 崩壊をしている。図 4.7: $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 (x-y 平面)。図 4.6 と同じ事象を x-y 平面で見た図。ビームは円の中心に紙面垂直に通っている。

4.4 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

この節では、前節で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中から $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象を選別する。[この手順は、事象選別の流れ図 4.1 においては、「 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 解析」に対応する。]

4.4.1 π^0 の再構成

π^0 粒子はほぼ 100% の確率で光子 2 つに崩壊するので、2 つの光子を組み合わせることから π^0 を再構成を行う。

π^0 を再構成するために用いる光子について以下の条件を課した。これらは検出器の中で、アクセプタンスがよく分かっている領域で信号として正しく測定されていることを保証する為の条件である。

- (1) エネルギーが 0.08 GeV 以上 ($E_\gamma \geq 0.08 \text{ GeV}$) であること。
- (2) $24^\circ \leq \theta_\gamma \leq 138^\circ$ であること。これは、SVD の 23° 以下または 139° 以上の部分に比較的多くの物質が存在するため正しい測定が行われにくいからである。
- (3) カロリメーターで観測されたクラスターが光子によるものらしいこと。そのために $E9/E25 \geq 0.75$ を要求する。ここで E9 はクラスターのピーク辺りのクリスタル 9 本の、E25 は 25 本のクリスタルで観測されたエネルギーの和である。E9/E25 はこの 2 つの数の比であり、この数からシャワーの広がりがわかる。一般にハドロンが作るシャワーは広がりが大きい事が知られている。
- (4) クラスターの位置が CDC で観測されたトラックの外挿から 25 cm 以上離れていること。
- (5) カロリメーターのパレルとエンドキャップの境界付近で観測された光子でないこと。境界付近の光子はエネルギーが正しく測定されないのを除いた。

π^0 の候補は、 $\gamma\gamma$ の不変質量とその分解能を用いて規格化された不変質量 $S_{\gamma\gamma} \equiv (m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})/\sigma_{\gamma\gamma}$ から選ぶ。ここで $\sigma_{\gamma\gamma}$ は $\gamma\gamma$ 系の質量分解能である。 $\sigma_{\gamma\gamma}$ の値は、 π^0 の運動量と偏角 θ に依存し 0.005 GeV から 0.008 GeV の値をもつ。 π^0 の運動量が高くなるほど $\sigma_{\gamma\gamma}$ は大きくなっていく。

図 4.8 に $S_{\gamma\gamma}$ の分布を示す。この $S_{\gamma\gamma}$ 分布において $-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$ を π^0 のシグナル領域、 $7 < |S_{\gamma\gamma}| < 9$ をサイドバンド領域と定義する。 π^0 バックグラウンドの量は、平均で 9.4%、 $M_{\pi\pi^0}^2$ 領域に依って 4% から 35% と変動している。

さらに、 π^0 の検出効率が低下する低い運動量領域を除くために $P_{\pi^0}^*/E_{beam}^* > 0.05$ を要求した。 $E_{beam}^* = 5 \text{ GeV}$ なので、 e^+e^- 重心系で π^0 の運動量 $P_{\pi^0}^*$ が 250 MeV 以上となるような条件である (図 4.9)。

4.4.2 $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の条件として、半球中に荷電飛跡が 1 本、 π^0 候補が 1 つあるものを選ぶ。また、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ などの 2 個以上の π^0 をもつ崩壊モードからの寄与を除くために、 π^0 から崩壊した 2 つの光子以外に 200 MeV 以上のクラスターが半球中にあった場合には、それを $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の候補から除いた。

以上の選別で 6.13×10^6 個の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の候補が観測された。

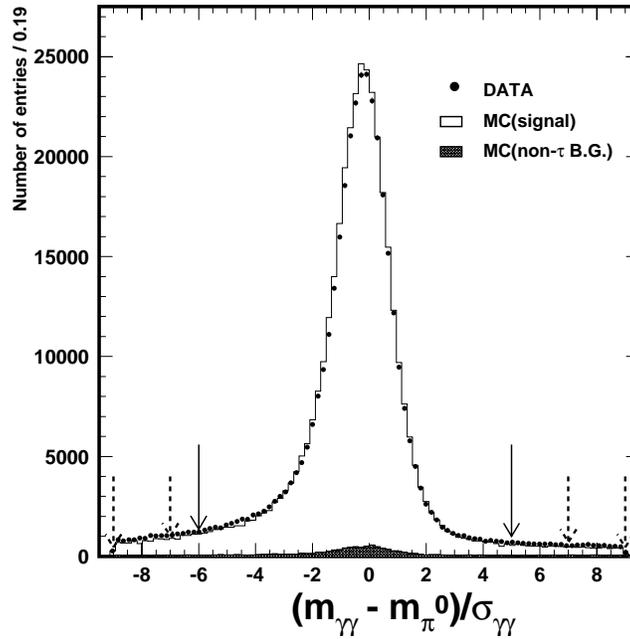


図 4.8: π^0 の質量と不変質量分解能を用いて規格化された $\gamma\gamma$ の不変質量 ($S_{\gamma\gamma}$) スペクトラムのサンプル。データをプロットで τ MC イベントをヒストグラムで示した。プロットしたデータは、この解析で使われた全データの 6.1% に相当する。 $-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$ の矢印はシグナル領域を表し、 $9 < |S_{\gamma\gamma}| < 7$ はサイドバンド領域を表す。サイドバンド領域は、 π^0 バックグラウンドを差し引くために使った。

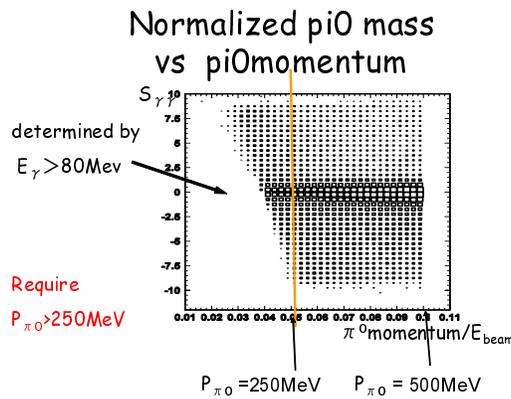


図 4.9: $S_{\gamma\gamma}$ と π^0 の運動量 P_{π^0}/E_{beam}^* の 2 次元プロット

以上で選別した $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象を用いて、次の 5 章で崩壊分岐比の測定および、候補事象中に残るバックグラウンドの見積もりやアクセプタンスについて議論する。さらに第 6 章で、質量スペクトラムの測定について記す。

第5章 崩壊分岐比 $B_{\pi\pi^0}$ の測定

本章では、4章で選択したサンプルを用いて、 $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比 ($B_{h\pi^0}$) を求める。ここで h^- は、 π^- あるいは K^- を示している。本解析では、荷電粒子 (K と π) との識別は敢えてせず、先に両方の和 $B_{h\pi^0}$ を求め、そこに含まれている $\tau^- \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$ の寄与を差し引くことで $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比 $B_{\pi\pi^0}$ を求める方法を採用した。

5.1 はじめに

一般に τ^- 粒子の $\tau^- \rightarrow X \nu_\tau$ モードへの崩壊分岐比 B_X は、求めたい崩壊モード ($\tau^- \rightarrow X^- \nu_\tau$) の事象数 N_X ともとの τ 粒子の数 N_τ との比 ($= \frac{N_X}{N_\tau}$) に、検出効率とバックグラウンドの補正を加える事で求める事が出来る。ここで問題となるのは、1%のレベルの精度で分岐比を求めたいときに、これらの数及び補正係数の精度をいかに保証するかということである。

B_X を求めるために歴史的に用いられてきた方法は、分母に現れる τ 粒子の数 N_τ を決める方法の違いから、以下の3つに分類される。

- (i) $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$ の生成断面積 $\sigma_{\tau\tau}$ とビームルミノシティ (\mathcal{L}) から、 N_τ を求める方法。

$$N_\tau = 2 \cdot \sigma_{\tau\tau} \cdot \mathcal{L}$$

この方法では、 $\sigma_{\tau\tau}$ の計算精度と \mathcal{L} の測定精度が結果に直接効いてくる。

- (ii) 精度良く測定された既知の崩壊モード (例えば、 $\tau^- \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比 B_e) と、その観測数 N_e を用いる方法。

$$N_\tau = \frac{N_e}{\eta_e} \cdot \frac{1}{B_e}$$

この方法では、既知の崩壊モードの選別効率 η_e の精度が問題となる。

- (iii) ゆるい条件で選別された $\tau^+\tau^-$ 対の数 $N_{\tau\tau}$ を用いる方法 ($N_\tau = 2N_{\tau\tau}$)。この方法は初め PETRA の CELLO 実験の解析に用いられ、その後、LEP 実験の解析で広く使われた方法である。この方法は、後で述べるように他の方法に比べて検出効率の系統誤差を少なく出来る利点を持つ。

本解析では、(iii) の方法を用いて $B_{h\pi^0}$ を求めた。以下、その詳細について報告する。

5.2 $B_{h\pi^0}$ の測定方法

$\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比 $B_{h\pi^0}$ は、 $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の事象の数 $N_{h\pi^0}$ を $\tau^+ \tau^-$ 対事象の数 $N_{\tau\tau}$ で割り、バックグラウンドや検出効率の補正を行う事によって次式により求まる。

$$B_{h\pi^0} = \frac{N_{h\pi^0}}{2N_{\tau\tau}} \cdot \frac{(1 - b^{\text{feed-down}} - b^{\text{non-}\tau})}{(1 - b_{\tau\tau})} \cdot \left(\frac{\epsilon_{\tau\tau}}{\epsilon_{h\pi^0}^\tau} \right) \cdot \frac{1}{\epsilon_{h\pi^0}^{ID}} \quad (5.1)$$

ここで、 $b_{\tau\tau}$ は $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象中に含まれるバックグラウンドの割合、 $\epsilon_{\tau\tau}$ は $\tau^+ \tau^-$ 対の検出効率を表す。また、 $\epsilon_{h\pi^0}^\tau$ は発生させた事象中、 $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象の選別後に $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ が検出される割合 ($\epsilon_{h\pi^0}^\tau = N_{\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau} / N_{\text{gen}}^{h\pi^0}$)、 $\epsilon_{h\pi^0}^{ID}$ は $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象選別後の $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 候補事象中から $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を検出する効率 ($\epsilon_{h\pi^0}^{ID} = N_{\text{ID}}^{h\pi^0} / N_{\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau}$) を表す。これら二つの値の積 $\epsilon_{h\pi^0}^\tau \cdot \epsilon_{h\pi^0}^{ID}$ ($= N_{\text{ID}}^{h\pi^0} / N_{\text{gen}}^{h\pi^0}$) は、終状態 $h^- \pi^0 \nu_\tau$ の全検出効率に対応する。一方、 $b^{\text{feed-down}}$ は $h^- \pi^0 \nu_\tau$ シグナル事象中に含まれる他の τ 崩壊過程からくるバックグラウンド (以下、フィードダウン・バックグラウンドと呼ぶ。) の割合、 $b^{\text{non-}\tau}$ は $h^- \pi^0 \nu_\tau$ シグナル事象中に含まれる $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 崩壊過程以外からのバックグラウンド (以下、non- τ バックグラウンドと呼ぶ。) の割合である。

$N_{\tau\tau}$ と $N_{h\pi^0}$ の実験番号毎の値を表 5.1 に示す。

表 5.1: $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のシグナル領域に含まれるの数と π^0 バックグラウンドを差し引いた後の $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の数を実験番号毎に示す。 $b^{\text{non-}\pi^0}$ は実験番号を通して安定している事が分かる。

| 実験番号 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 計 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| $N_{\tau\tau}$ | 1,370,812 | 2,595,488 | 3,241,112 | 4,086,954 | 3,511,393 | 7,899,640 | 22,705,399 |
| $N_{\text{signal-region}}^{\text{total}}$ | 371,441 | 700,946 | 874,929 | 1,106,578 | 946,531 | 2,126,146 | 6,126,571 |
| $N_{\text{signal-region}} = (N_{h\pi^0})$ | 337,069 | 636,508 | 794,428 | 1,003,131 | 858,044 | 1,926,262 | 5,555,443 |
| $b^{\text{non-}\pi^0}$ | 9.3(%) | 9.2(%) | 9.2(%) | 9.3(%) | 9.3(%) | 9.4(%) | 9.4(%) |

以下 2 小節で、(5.1) 式に出てきたバックグラウンドや検出効率の評価方法やその値について述べる。

5.2.1 $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象のバックグラウンドと検出効率の評価

$\tau^+ \tau^-$ 対生成事象のバックグラウンド

$b_{\tau\tau}$ は、 $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象中に含まれる、 $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 崩壊過程以外からのバックグラウンドの割合を意味する。一般に、多くの過程が $\tau^+ \tau^-$ 事象のバックグラウンドとなりうる。その詳細を表 5.2 に示す。表から分かるように、事象の選択条件の最適化により多くの過程でその寄与は 0.5% 以下に抑えられている。バックグラウンドとして大きいのは $e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q = u, d, s$) と $e^+ e^- \rightarrow c\bar{c}$ からの寄与であり、それぞれ 4.43%、1.24%、合計で 5.54% を占める。以下これら過程を合わせて continuum ハドロン生成過程と呼ぶ。continuum の意味は共鳴経由の $e^+ e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 過程と区別するためである。全バックグラウンドの割合は、バックグラウンドとなる各崩壊の割合を足し合わせ (7.66 ± 0.03)% である。0.03% はモンテカルロの統計誤差である。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の検出効率

$\epsilon_{\tau\tau}$ は $\tau^+\tau^-$ 対の検出効率で、モンテカルロを用いる事で次式により求める事が出来る。

$$\epsilon_{\tau\tau} = \frac{N_{\tau\tau}}{N_{gen}^{\tau\tau}} \quad (5.2)$$

ここで、 $N_{gen}^{\tau\tau}$ は事象生成プログラム (TAUOLA^[21]) によって発生させた $\tau^+\tau^-$ 粒子対生成事象数であり、 $N_{\tau\tau}$ は選別条件を課した結果、残る $\tau^+\tau^-$ 粒子対事象数である。実験番号 9 による値は、 $N_{gen}^{\tau\tau} = 9,659,900$ 事象、 $N_{\tau\tau} = 2,976,220$ 事象より、 $\tau^+\tau^-$ 対の検出効率 $(30.81 \pm 0.05)\%$ が得られた。

 5.2.2 $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のバックグラウンドと検出効率の評価

 $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のバックグラウンド

- ◇ 図 4.8 が $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の候補に対する π^0 の $S_{\gamma\gamma}$ 分布である。図から分かるように、きれいな $S_{\gamma\gamma}$ 分布が見えているが少量 π^0 以外のバックグラウンドが存在する。精密測定のためには、この π^0 以外のバックグラウンドを除去し、真の $h^-\pi^0\nu_\tau$ 事象の数を得る必要がある。そのためにまず、図 4.8 にあるように、シグナル領域とサイドバンド領域を以下のように定義する。

$$\text{シグナル領域} \quad -6 < S_{\gamma\gamma} < 5$$

$$\text{サイドバンド領域} \quad 9 < |S_{\gamma\gamma}| < 7$$

π^0 以外のバックグラウンドは、二つの光子の組み合わせを誤ったり、 π^0 崩壊の光子以外から作られたカロリメータのクラスターを間違えて用いた事によるの寄与と考えられる。このようなバックグラウンドを差し引く為にシグナル領域のイベント数からサイドバンド領域のイベント数を差し引き、 π^0 からくるシグナルの数を見積もった。

$$N_{\text{signal}} = N_{\text{signal-region}}^{\text{total}} - N_{\text{side-band}} \times \frac{11}{4}$$

ここで、 $N_{\text{signal-region}}^{\text{total}}$ はシグナル領域の事象数を、 $N_{\text{side-band}}$ はサイドバンド領域の事象数を、 N_{signal} はシグナル領域に入った事象の中での本物の事象数を示している。また、 $\frac{11}{4}$ は、シグナル領域とサイドバンド領域の領域比である。

この π^0 に含まれるバックグラウンドの量 ($b^{\text{non-}\pi^0}$) は、例えば実験番号 9 の場合、 $N_{\text{signal-region}}^{\text{total}} = 371,441$ 、 $N_{\text{signal}} = 337,069$ なので、 $b^{\text{non-}\pi^0} = 9.3\%$ となる。この割合も全ての実験番号を通して安定していた (表 5.1)。同様のサイドバンドの差し引きはモンテカルロのシグナル事象やバックグラウンド事象にも適用した。これによって差し引きによって本物の信号を引きすぎる効果も自動的に補正されている。

- ◇ $b^{\text{feed-down}}$ は、 $h^-\pi^0\nu$ シグナル事象中に含まれる他の τ 崩壊過程であるバックグラウンドの割合である。モンテカルロにより見積もった結果を表 5.3 に示す。主に $\tau \rightarrow h n \pi^0$ からのバックグラウンド (5.622%) であることが分かる。ここで n は $n \geq 2$ で、実際には $n = 2$ 、 $n = 3$ からの寄与が大きい。他の崩壊モードからの寄与は無視できる。全て足し合わせて、 $b^{\text{feed-down}} = (5.98 \pm 0.08)\%$ と求めた。

表 5.2: $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別でのバックグラウンドの評価

| バックグラウンド崩壊項目 | τ 粒子対生成事象選別後の 事象数 ($/fb^{-1}$) | バックグラウンド の割合 (%) |
|--|--|---------------------|
| $ee \rightarrow ee\mu\mu$ | 15410 | 0.47 |
| $ee \rightarrow eeee$ | 4096 | 0.28 |
| $ee \rightarrow eeuu/dd$ | 5605 | 0.14 |
| $ee \rightarrow eess$ | 17157 | 0.013 |
| $ee \rightarrow eecc$ | 2388.8 | 0.0024 |
| $ee \rightarrow bhabha$ | 2820 | 0.64 |
| $ee \rightarrow \mu\mu\gamma$ | 57029 | 0.38 |
| $ee \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$ | 18720 | 4.30 |
| $ee \rightarrow c\bar{c}$ | 5778 | 1.24 |
| $ee \rightarrow B^+B^-$ | 488.5 | 0.084 |
| $ee \rightarrow B^0B^0$ | 675.6 | 0.12 |
| バックグラウンド合計 | 130167.9 | 7.66 \pm 0.03 |

 表 5.3: $\tau \rightarrow h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象識別における、 $\tau^+\tau^-$ 対事象の崩壊からくるバックグラウンドの評価

| バックグラウンド崩壊項目 (feed-down) | バックグラウンドの割合 (%) |
|---|-----------------|
| $\tau \rightarrow e\nu_\tau$ | 0.033 |
| $\tau \rightarrow \mu\nu_\tau$ | 0.047 |
| $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ | 0.025 |
| $\tau \rightarrow h n\pi^0\nu_\tau \ (n \geq 2)$ | 5.622 |
| $\tau \rightarrow a1\nu_\tau$ | 0.060 |
| $\tau \rightarrow 3h n\pi^0\nu_\tau \ (n \geq 2)$ | 0.004 |
| $\tau \rightarrow K\nu_\tau$ | 0.021 |
| $\tau \rightarrow Ks\pi\nu_\tau$ | 0.086 |
| $\tau \rightarrow K2\pi^0\nu_\tau$ | 0.045 |
| $\tau \rightarrow Ks\pi\pi^0\nu_\tau$ | 0.034 |
| $\tau \rightarrow 5h\nu_\tau$ | 0 |
| その他の崩壊 | 0.0009 |
| バックグラウンド合計 | 5.98 \pm 0.08 |

- ◇ $b^{\text{non-}\tau}$ は、 $h^-\pi^0\nu$ シグナル事象中に含まれる $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 崩壊過程以外からのバックグラウンドの割合を表す。表 5.4 に示すように、continuum ハドロン生成過程 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q} + e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$) からのものが 2.33% と最も大きく、他はほぼ無視して良い事が分かる。考えられる寄与を全て足し合わせ、 $b^{\text{non-}\tau} = (2.45 \pm 0.06)\%$ となった。

$\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の検出効率

- ◇ $\epsilon_{h\pi^0}^\tau$ は、発生させた事象全ての中で、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の選別後に $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ が検出される割合 ($\epsilon_{h\pi^0}^\tau = N_{\tau^-}^{h\pi^0} / N_{\text{gen}}^{h\pi^0}$)
- ◇ $\epsilon_{h\pi^0}^{ID}$ は、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別後の $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 候補事象中から $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の検出効率を表す。 ($\epsilon_{h\pi^0}^{ID} = N_{h\pi^0}^{ID} / N_{\tau^-}^{h\pi^0}$)

表 5.4: $\tau \rightarrow h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象識別における、 $\tau^+\tau^-$ 対事象の崩壊以外からくるバックグラウンドの評価

| バックグラウンド崩壊項目 (non-tau) | バックグラウンドの割合 (%) |
|--|-----------------|
| $ee \rightarrow eemm$ | 0.0022 |
| $ee \rightarrow eeuu/dd$ | 0.075 |
| $ee \rightarrow eess$ | 0.0032 |
| $ee \rightarrow eecc$ | 0.0006 |
| $ee \rightarrow bhabha$ | 0.00009 |
| $ee \rightarrow \mu\mu$ | -0.00048 |
| $ee \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$ | 1.999 |
| $ee \rightarrow c\bar{c}$ | 0.334 |
| $ee \rightarrow B^+B^-$ | 0.0053 |
| $ee \rightarrow B^0B^0$ | 0.037 |
| バックグラウンド合計 | 2.45 ± 0.06 |

これら 2 つの検出効率の積 $\epsilon_{h\pi^0}^\tau \cdot \epsilon_{h\pi^0}^{ID} (= N_{h\pi^0}^{ID} / N_{gen}^{h\pi^0})$ は、終状態 $h^-\pi^0\nu$ の全体の検出効率を表す。

崩壊分岐比は、検出効率の比

$$f_b = \frac{\epsilon_{h\pi^0}^\tau}{\epsilon_{\tau\tau}} \quad (5.3)$$

にのみ依存する。 f_b は、ルミノシティや $\tau^+\tau^-$ 対の生成断面積に依らない量なので、崩壊分岐比の測定に、ルミノシティの測定精度や生成断面積の不定性が効かない、という利点を持っている。さらに、崩壊分岐比を事象数の比から求める事で、トリガー効率の変動や飛跡検出効率の不定性の影響を互いに打ち消し、小さく抑える事が可能である。

f_b の値は、 $f_b = (1.112 \pm 0.003)\%$ であった。表 5.5 にあるように TAUOLA のプログラムのバージョンが変わっても安定している。ここで表の新版の TAUOLA プログラムは、旧版に比べ、高次の輻射補正が含まれており、また $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$ などの崩壊モードが実験データをもとに修正されているものである。

旧版と新版のモンテカルロ・プログラムを用いて、得られた代表的な検出効率とバックグラウンドの割合の結果を 5.5 に示す。

5.3 系統誤差の見積もり

検討した崩壊分岐比の系統誤差の項目は以下のとおりである。また、その結果を表 5.6 にまとめる。

★ 飛跡検出効率の不定性からくる系統誤差

飛跡 1 本あたりの検出効率の不定性は 1% である。これは、崩壊分岐比の良く分かっている $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$ 崩壊のデータを用いて見積もった。この不定性の大部分は、比 $N_{h\pi^0}/N_{\tau\tau}$ から分岐比を求めることで打ち消され、結果としてこの項目の不定性は $\Delta B_{h\pi^0} = 0.12\%$ となった。

★ γ/π^0 検出効率の不定性からくる系統誤差

π^0 の検出効率は、分岐比の良く分かっている $\eta \rightarrow 2\pi^0/\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊を用いて絶対値

表 5.5: 崩壊分岐比を求めるために使うパラメタの値とその統計誤差を示す。本文には、Old MC set の値を用いた。New MC set は、新版の TAUOLA プログラムによるもので、旧版に比べ、高次の輻射補正が含まれており、また $\tau^- \rightarrow \omega \pi^- \nu_\tau$ などの崩壊モードが実験データをもとに修正されている。Old MC set の 3 倍の統計で行った。また $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ のモンテカルロについても Old MC set の 10 倍以上もの統計で測定を行った為、New MC set の方が統計誤差が小さい。モンテカルロが違うため、個々の検出効率に少し差が見られるが、 f_b の値は安定しており、そのため最終の崩壊分岐比の結果が良く一致している事が分かる。

| パラメタの項目 | Old MC set | New MC set |
|--|---------------------|---------------------|
| 実験番号 | 9 | 11 |
| $N_{\tau\tau}$ | 1370812 ± 1171 | 2599152 ± 1612 |
| $N_{h\pi^0}$ | 337069 ± 580 | 628761 ± 793 |
| $\varepsilon_{\tau\tau}$ | $30.81 \pm 0.05 \%$ | $33.07 \pm 0.03\%$ |
| $\varepsilon_{h\pi^0}^\tau$ | $34.26 \pm 0.07 \%$ | $36.60 \pm 0.05 \%$ |
| $f_b = \frac{\varepsilon_{h\pi^0}^\tau}{\varepsilon_{\tau\tau}}$ | 1.112 ± 0.003 | 1.107 ± 0.004 |
| $\varepsilon_{h\pi^0}^{ID}$ | $42.62 \pm 0.13 \%$ | $42.23 \pm 0.06 \%$ |
| $b_{\tau\tau}$ | $7.66 \pm 0.03 \%$ | $7.38 \pm 0.01 \%$ |
| $b_{h\pi^0}^{\text{feed-down}}$ | $5.98 \pm 0.08 \%$ | $6.19 \pm 0.05 \%$ |
| $b_{h\pi^0}^{\text{non-}\tau}$ | $2.45 \pm 0.06 \%$ | $2.22 \pm 0.02 \%$ |
| $B_{h\pi^0}$ | 25.60% | 25.59% |

 表 5.6: $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊分岐比の系統誤差

| 統計誤差の項目 | $\Delta B_{h\pi^0} (\%)$ |
|--|--------------------------|
| 飛跡検出効率の不定性 | 0.12 |
| π^0/γ の検出効率不定性 | 0.25 |
| $\tau^+\tau^-$ 中のバックグラウンド | 0.09 |
| $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の feed-down バックグラウンド | 0.04 |
| non- τ からの $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ バックグラウンド | 0.05 |
| γ veto | 0.05 |
| トリガーの不定性 | 0.08 |
| モンテカルロの不定性 | 0.04 |
| 合計 | 0.31 |

を決め、検出効率の運動量依存性は $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0 / D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ 崩壊を用いて本解析とは独立に求めた。 π^0 の検出効率は、 π^0 の運動量が 1.0 GeV/c よりも小さいところで η や D の崩壊でデータから求めた検出効率と MC で求めた検出効率の比が約 93% であったので、その違いを補正した。この補正係数そのものの不定性は、 π^0 の運動量が 3.0 GeV/c よりも小さいところ $\pm 1.7\%$ である。これは較正の精度で決まっている。ここからくる全ての π^0 の運動量領域に対する $B_{h\pi^0}$ の系統誤差は、 $\Delta B_{h\pi^0} = 0.25\%$ となる。

また、チェックとして、光子の閾値を 0.06 GeV から 0.10 GeV まで変化させ崩壊分岐比を測定し、その結果 $B_{h\pi^0}$ におけるその不定性は 0.25% 以内であった (表 5.8)。

★ バックグラウンドの見積もりの不定性からくる系統誤差

主にハドロン生成事象 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) からくる、バックグラウンドの不定性 $\delta b_{h\pi^0}^{\text{non-}\tau}$ は、ハドロン生成事象からの寄与が主である τ の質量よりも高い質量領域のサンプルを用いて見積もった。

一方、他の τ 崩壊過程から来るフィードダウン・バックグラウンドの不定性から来る系統誤差は、PDG(2004)^[28] に載っている、 $\tau^- \rightarrow h^-(n\pi^0)\nu_\tau$ と $\tau^- \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比の測定誤差より見積もった。

★ γ ベトーの効果

事象選別において、2 個以上の π^0 を含む崩壊モードからのバックグラウンドを減らすために γ のベトー (余計な γ が半球中に存在しない事: veto) を要求している。しかし、もし $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の始状態または終状態で実際に γ が放射すれば、シグナルをも落してしまうことになる。加えて、 γ は、電磁シャワーの状態で見られる為、電子を γ と間違えて再構成している可能性もある。

これらの項目からの不定性の評価は、 γ のベトーの閾値を ± 0.1 GeV 変化させることで、 $\Delta B_{h\pi^0} = 0.05\%$ と求められた。

★ トリガーの不定性

飛跡のトリガーには、CDC のカソードにヒットがあること及び TOF カウンターの 2ヶ所以上で検出されることが要求されている。また、エネルギートリガーでは、カロリメータに 1GeV 以上のエネルギーが観測される事が要求されている。これらのトリガー条件の変動に伴う不定性は、実験が運転している間モニターし、祖の間に見られた最大の変化値から、飛跡やエネルギートリガーにおける検出効率の不定性をそれぞれ $\pm 3\%$ と見積もった。 $\tau^+\tau^-$ のトリガー検出効率が高い (97%) ので、これによる $B_{h\pi^0}$ の不定性 $\Delta B_{h\pi^0}$ は小さく 0.08% となる。

★ モンテカルロの統計からくる系統誤差

式 5.4 の方法で求められるモンテカルロの統計からくる誤差は、検出効率の計算の

統計及びバックグラウンドの見積もりの統計誤差が含まれる。

$$\begin{aligned}
 (\Delta B_{MC})^2 &= \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial N_\tau}\right)^2 \cdot (\Delta N_\tau)^2 + \left(\frac{\partial N_{h\pi^0}}{\partial N_{h\pi^0}}\right)^2 \cdot (\Delta N_{h\pi^0})^2 \\
 &+ \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial \epsilon_{\tau\tau}}\right)^2 \cdot (\Delta \epsilon_{\tau\tau})^2 + \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial \epsilon_{h\pi^0}^\tau}\right)^2 \cdot (\Delta \epsilon_{h\pi^0}^\tau)^2 \\
 &+ \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial \epsilon_{h\pi^0}^{ID}}\right)^2 \cdot (\Delta \epsilon_{h\pi^0}^{ID})^2 + \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial b_{\tau\tau}}\right)^2 \cdot (\Delta b_{\tau\tau})^2 \\
 &+ \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial b^{feed-down}}\right)^2 \cdot (\Delta b^{feed-down})^2 + \left(\frac{\partial B_{h\pi^0}}{\partial b^{non-\tau}}\right)^2 \cdot (\Delta b^{non-\tau})^2
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

5.4 崩壊分岐比 $B_{h^-\pi^0}$ の測定結果

式 5.1 にバックグラウンドおよび検出効率の値 (表 5.5) を代入し、得られた $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比は、

$$B_{h\pi^0} = (25.60 \pm 0.04 \pm 0.31)\% \tag{5.5}$$

である。ここで 2 番目の値は統計誤差、3 番目の値は系統誤差である。この系統誤差は、先に検討したもの全ての寄与を 2 乗和で足し合わせたものである (表 5.6)。

この結果と実験番号毎に出した崩壊分岐比のと差を図 5.1 と表 5.9 に示す。これにより、実験番号に依るふらつきは小さい事が分かる。

5.5 崩壊分岐比 $B_{\pi^-\pi^0}$ の測定結果

以上で求めた $B_{h\pi^0}$ の結果から、 $\tau^- \rightarrow K^-\pi^0 \nu_\tau$ の寄与を差し引き、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比 $B_{\pi^-\pi^0}$ を求める。

$\tau^- \rightarrow K^-\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比として PDG(2004)^[28] [$B_{K^-\pi^0} = (0.45 \pm 0.03)\%$] を用い、結果から差し引く事で $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比を得た。

$$B_{\pi\pi^0} = (25.15 \pm 0.04 \pm 0.31)\% \tag{5.6}$$

この結果と以前の他の実験の結果との比較を、表 5.7 に示す。今回の結果は、 $B_{\pi^-\pi^0}$ の最も精度の良い測定の 1 つであり、その誤差は他の高精度な測定とほぼ同じ (ALEPH を除く) レベルである。結果は誤差の範囲内で以前の結果と良く一致している。

表 5.7: 様々な実験で測定された $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比との比較。OPAL、L3、CLEO の結果は、PDG^[28] から、ALEPH の結果は、Ref.^[29] から得た。

| 実験 | $B_{h\pi^0}(\%)$ |
|-------|------------------------------|
| OPAL | $25.89 \pm 0.17 \pm 0.29$ |
| ALEPH | $25.924 \pm 0.097 \pm 0.085$ |
| L3 | $25.05 \pm 0.35 \pm 0.50$ |
| CLEO | $25.87 \pm 0.12 \pm 0.42$ |
| Belle | $25.60 \pm 0.04 \pm 0.31$ |

表 5.8: 光子の閾値を 0.06 GeV、0.10 GeV と変化させたときの崩壊分岐比の値と、その差。(π^0 の運動量の閾値も光子の閾値によっては変化させた。)

| item | γ threshold (GeV) | π^0 momentum cut (GeV) | B | $\Delta B = B - B_{ref}$ |
|----------|--------------------------|----------------------------|--------|--------------------------|
| standard | 0.08 | 0.25 | 25.60% | 0.0% |
| | 0.08 | 0.20 | 25.54% | -0.06% |
| | 0.06 | 0.20 | 25.35% | -0.25% |
| | 0.10 | 0.20 | 25.83% | 0.23% |
| | 0.10 | 0.25 | 25.82% | 0.22% |
| | 0.10 | 0.30 | 25.77% | 0.17% |

表 5.9: 実験番号毎に出した崩壊分岐比の値と、平均との違い

| item | $B_{h\pi^0} \pm (\text{統計誤差})$ | $\Delta B = B - B_{ref}$ |
|-----------|--------------------------------|--------------------------|
| 平均 | $25.60 \pm 0.04\%$ | 0.0 % |
| Exp. Dep. | | 0.19% |
| exp 9 | $25.73 \pm 0.17\%$ | 0.13% |
| exp 11 | $25.66 \pm 0.13\%$ | 0.06% |
| exp 13 | $25.65 \pm 0.11\%$ | 0.05% |
| exp 15 | $25.68 \pm 0.10\%$ | 0.08% |
| exp 17 | $25.57 \pm 0.11\%$ | -0.03% |
| exp 19 | $25.52 \pm 0.07\%$ | -0.08% |

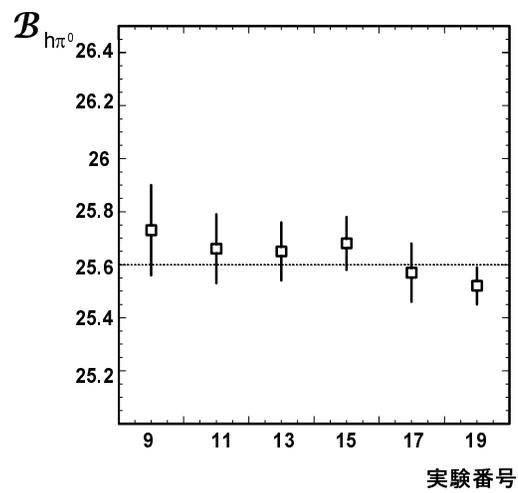


図 5.1: 実験番号ごとの $B_{h\pi^0}$ の結果。誤差棒は統計誤差を表す。

第6章 $\pi^- \pi^0$ 質量スペクトラムの測定

この章では、第4章で得た $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \nu_\tau$ 事象の $\pi^- \pi^0$ 系の質量 $(M_{\pi^- \pi^0})^2$ 分布に測定器の効果の補正を加えて $\pi^- \pi^0$ 質量スペクトラムを得るまでの過程について述べる。また、得られた分布をフィットし、 ρ 、 ρ' 、 ρ'' それぞれの共鳴状態に関するパラメタの測定を行う。

6.1 $\pi^- \pi^0$ の不変質量分布

6.1.1 $S_{\gamma\gamma}$ 分布を用いた π^0 バックグラウンドの差し引き

5.2.2 で説明したように¹、シグナル領域 ($-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$) にある π^0 候補から π^0 のサイドバンド領域を用いて見積もったバックグラウンドを差し引き真の π^0 シグナルを得る。 $\pi^- \pi^0$ の不変質量分布を得るためには $M_{\pi\pi^0}^2$ のビン毎にバックグラウンドを差し引いた。

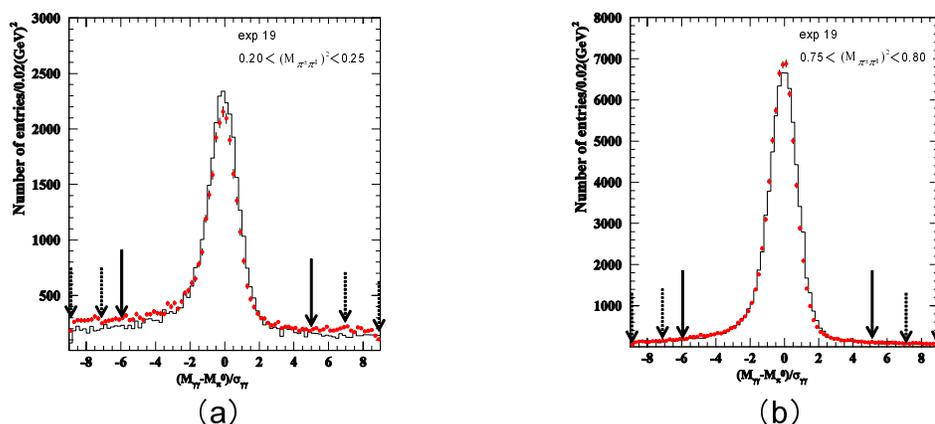


図 6.1: (a) は、 $0.20 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.25$ (GeV/c)² 領域事象に対する規格化された $\gamma\gamma$ 不変質量 ($S_{\gamma\gamma}$) 分布。データを黒丸で $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象モンテカルロをヒストグラムで示した。 $-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$ の矢印はシグナル領域を表し、 $9 < |S_{\gamma\gamma}| < 7$ はサイドバンド領域を表す。(b) は、 $0.75 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.80$ (GeV/c)² 領域のときの同様の分布である。

図の 6.1.1 の (a) と (b) に、 $0.20 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.25$ (GeV/c)² と $0.75 < M_{\pi\pi^0}^2 < 0.80$ (GeV/c)² の領域に対応する $S_{\gamma\gamma}$ 分布を示す。前者は後者に比べて多くのバックグラウンドが存在する事が分かる。差し引いた π^0 バックグラウンドの量は、全体で 9.4% で、 $M_{\pi\pi^0}^2$ 領域に依って 4% から 35% と異なっている。特に $\pi^- \pi^0$ の閾値付近と高い質量領域でバックグラウンドが多い。

¹ 図 4.8 のサイドバンド領域をもちいてバックグラウンドを見積もり、真の π^0 からくるシグナルの数を見積もる方法。

π^0 のバックグラウンドを差し引いた後、 5.55×10^6 事象の $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ イベントを得た。

6.1.2 $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布

前小節で得られた 5.55×10^6 個の $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$ 事象に対する $\pi^-\pi^0$ 系の不変質量分布を図 6.2 に示す。ここでは荷電粒子 h^- に対して π^- の質量を仮定している。図中の誤差棒付の黒丸はデータ、ヒストグラムはモンテカルロ・シミュレーション (信号 + バックグラウンド) を表す。白抜きの部分が $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ からの寄与を表し、狭い網かけの部分が $\tau^- \rightarrow K^-\pi^0\nu_\tau$ から、広い網かけの部分が $\tau^- \rightarrow h^-(n\pi^0)\nu_\tau$ から、斜線の部分が $\tau^+\tau^-$ 対生成以外 (主にハドロン生成 $q\bar{q}$) からの寄与を表す。

図 6.2 には、 $\rho(770)$ 共鳴状態のピークをはっきり見ることができる。このことは、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊において、 $\tau^- \rightarrow \rho^-\nu_\tau$ 崩壊が支配的であることを示している。さらに、 $\rho(770)$ 共鳴状態の励起状態である $\rho'(1400)$ 共鳴状態の肩が $M_{\pi\pi^0}^2 \sim 1.6 \text{ GeV}^2$ 付近に見られる。

また、 $M_{\pi\pi^0}^2 \geq 2.0 (\text{GeV}/c^2)^2$ の領域ではデータと MC に違いが見られるが、これは用いたモンテカルロのプログラム (TAUOLA)^[26] には、 $\rho''(1700)$ の共鳴が含まれていない為である。

以降、この $M_{\pi\pi^0}^2$ 分布からバックグラウンドを差し引き、検出器の効果を補正して真の $M_{\pi\pi^0}^2$ 分布を求め、本解析の目的である「質量スペクトラルの測定」を行う。

6.1.3 バックグラウンドの見積もり

$M_{\pi\pi^0}^2$ 分布中に含まれているバックグラウンドの割合を表 6.1 に示す。バックグラウンドには τ の他の崩壊モードからくるフィードダウン・バックグラウンドと $\tau^+\tau^-$ 対生成以外の過程からのバックグラウンドがある。

◇ フィードダウン・バックグラウンド

このバックグラウンドは、モンテカルロを用いてその事象数とスペクトラムを見積もった。一番大きいのは $\tau^- \rightarrow \pi^-(n\pi^0)\nu_\tau$ 崩壊からのバックグラウンドで全体で 5.5 % である。ここで n は $n \geq 2$ を意味し、主なプロセスは $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ および $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$ である。 $\tau^- \rightarrow K^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊からのバックグラウンドは 0.48 % である。本解析では、荷電 π と K を区別する粒子認識検出器 (particle identification detectors; PID) の情報を使っていないが、その寄与は $\pi^-(n\pi^0)\nu_\tau$ モードに比べて小さい。表 6.1 から明らかなように、フィードダウン・バックグラウンドは $M_{\pi\pi^0}^2 \leq 0.3 (\text{GeV}/c^2)^2$ の領域に多い。他の崩壊モードも考慮すると、全フィードダウン・バックグラウンドは $(6.0 \pm 0.1)\%$ であった。ここで、誤差は統計誤差と崩壊分岐比の不定性を含んでいる。

◇ $\tau^+\tau^-$ 対生成反応以外からのバックグラウンド

ハドロン生成過程 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$)) からの寄与のみで、他からの寄与は無視できる。ハドロン生成過程からのバックグラウンドは $(2.45 \pm 0.05)\%$ である。また、 $M_{\pi\pi^0}^2 > M_\tau^2$ より高い質量領域でのイベントはハドロン生成からのみの寄与と

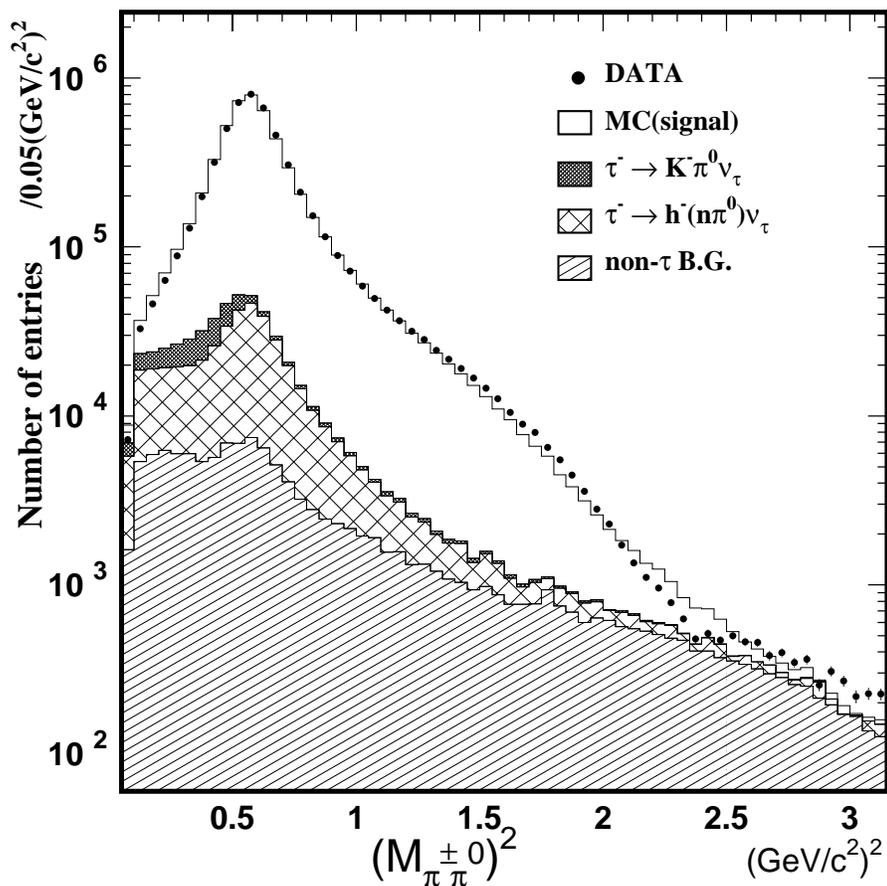


図 6.2: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ における不変質量の 2 乗の分布。誤差棒付の黒丸はデータ、ヒストグラムは MC シミュレーション (信号 + バックグラウンド) を表す。白抜きの部分が信号 ($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$) からの寄与を表し、狭い網かけの部分が $\tau^- \rightarrow K^-\pi^0\nu_\tau$ からの寄与、広い網かけの部分が $\tau^- \rightarrow h^-(n\pi^0)\nu_\tau$ からの寄与、斜線の部分がハドロン生成過程 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) からの寄与を表す。

期待できるので、その領域での事象数を MC の規格化に用いた。誤差 0.05% は規格化に依る系統誤差である。表 6.1 にあるように、このハドロン生成過程からのバックグラウンドは $M_{\pi\pi^0}^2 \geq 2.0$ (GeV/c^2)² 領域で支配的である。

6.1.4 バックグラウンドの差し引き

$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ のサンプルに入ってくるバックグラウンドの割合は、全体で 8.43% である。前節で述べたように、質量分布の領域 ($M_{\pi\pi^0}^2 \leq 0.3$ (GeV/c^2)² や $M_{\pi\pi^0}^2 \geq 2.0$ (GeV/c^2)²) によってはバックグラウンドが支配的である。

以上のバックグラウンドを差し引き得られた $M_{\pi\pi^0}^2$ 分布を図 6.3 に示す。(図中の誤差棒は、差し引き前のデータの各ヒストグラムのビン中の事象数の平方根 \sqrt{N} を示している。)

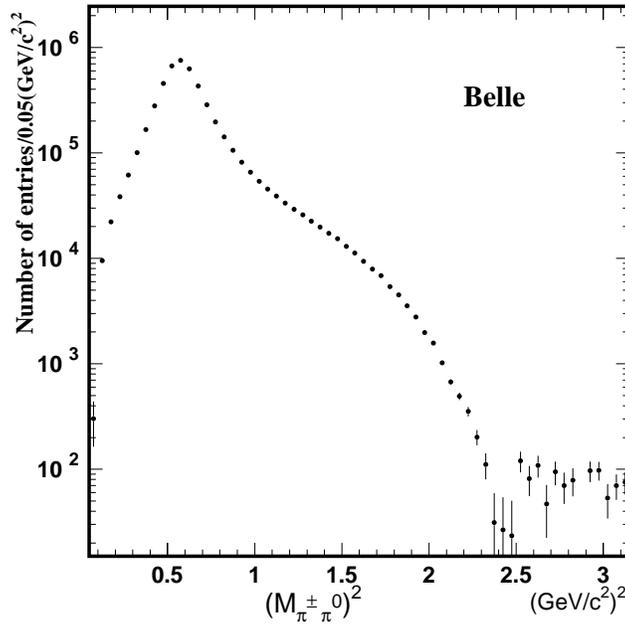


図 6.3: バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^-\pi^0$ 系の不変質量の 2 乗の分布

6.2 検出器のアクセプタンス補正とその結果

$(M_{\pi\pm\pi^0})^2$ 分布から真の $\pi^-\pi^0$ 質量スペクトラムを得るためには検出器の効果の補正が必要である。この節ではその方法について説明する。

表 6.1: $\pi^-\pi^0$ 不変質量分布に含まれるバックグラウンドの割合。フィード・ダウンからの寄与 ($\tau^- \rightarrow K^-\pi^0\nu_\tau$ 、 $\tau^- \rightarrow h^-(n\pi^0)\nu_\tau$) および $\tau^+\tau^-$ 対生成過程以外 (non- τ) からの寄与を示す。non- τ からの寄与はほとんどハドロン生成過程 ($q\bar{q}$) から来ている。この値は図 6.2 と対応している。一部、マイナスの値があるのは non- π^0 バックグラウンドの差し引きの効果である。

| Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ ((GeV/c ²) ²) | $K\pi^0\nu_\tau$ (%) | $hn\pi^0\nu_\tau$ (%) | non- τ (%) | Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ ((GeV/c ²) ²) | $K\pi^0\nu_\tau$ (%) | $hn\pi^0\nu_\tau$ (%) | non- τ (%) |
|---------|---|-------------------------|--------------------------|--------------------|---------|---|-------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1 | 0.088 | 15.8 | 57.7 | 22.4 | 32 | 1.625 | 0.5 | 3.1 | 7.3 |
| 2 | 0.125 | 14.1 | 40.7 | 16.3 | 33 | 1.675 | 0.4 | 2.3 | 8.6 |
| 3 | 0.175 | 10.8 | 28.3 | 12.8 | 34 | 1.725 | 0.6 | 3.3 | 9.7 |
| 4 | 0.225 | 9.2 | 20.6 | 9.8 | 35 | 1.775 | 0.4 | 2.4 | 14.4 |
| 5 | 0.275 | 8.1 | 15.4 | 6.8 | 36 | 1.825 | 0.5 | 3.7 | 13.6 |
| 6 | 0.325 | 6.7 | 10.8 | 4.6 | 37 | 1.875 | 0.5 | 4.5 | 15.4 |
| 7 | 0.375 | 5.3 | 8.1 | 2.7 | 38 | 1.925 | 0.6 | 5.1 | 16.7 |
| 8 | 0.425 | 3.7 | 6.4 | 1.8 | 39 | 1.975 | 1.0 | 5.5 | 22.7 |
| 9 | 0.475 | 2.4 | 5.4 | 1.4 | 40 | 2.025 | 0.4 | 3.8 | 26.9 |
| 10 | 0.525 | 1.3 | 4.9 | 1.0 | 41 | 2.075 | 0.8 | 7.1 | 32.9 |
| 11 | 0.575 | 0.6 | 4.9 | 0.9 | 42 | 2.125 | 1.2 | 8.0 | 40.8 |
| 12 | 0.625 | 0.4 | 4.9 | 1.0 | 43 | 2.175 | 1.0 | 6.5 | 48.0 |
| 13 | 0.675 | 0.3 | 5.0 | 1.1 | 44 | 2.225 | 1.0 | 8.7 | 53.2 |
| 14 | 0.725 | 0.3 | 5.1 | 1.3 | 45 | 2.275 | 1.1 | 11.7 | 61.5 |
| 15 | 0.775 | 0.3 | 5.3 | 1.5 | 46 | 2.325 | 0.5 | 7.1 | 74.9 |
| 16 | 0.825 | 0.4 | 5.2 | 1.8 | 47 | 2.375 | 0.7 | 8.1 | 84.7 |
| 17 | 0.875 | 0.4 | 5.4 | 2.1 | 48 | 2.425 | 0.3 | 15.8 | 78.8 |
| 18 | 0.925 | 0.4 | 5.3 | 2.6 | 49 | 2.475 | 0.6 | 15.7 | 78.7 |
| 19 | 0.975 | 0.4 | 5.1 | 3.0 | 50 | 2.525 | 0.3 | 4.5 | 71.1 |
| 20 | 1.025 | 0.4 | 4.8 | 3.3 | 51 | 2.575 | -0.5 | 9.2 | 73.7 |
| 21 | 1.075 | 0.4 | 4.3 | 3.8 | 52 | 2.625 | -0.9 | 7.2 | 69.8 |
| 22 | 1.125 | 0.5 | 4.3 | 3.7 | 53 | 2.675 | 0.0 | 9.8 | 77.9 |
| 23 | 1.175 | 0.5 | 4.1 | 4.3 | 54 | 2.725 | 0.0 | 4.6 | 71.5 |
| 24 | 1.225 | 0.4 | 3.8 | 4.2 | 55 | 2.775 | 0.8 | 4.6 | 74.4 |
| 25 | 1.275 | 0.4 | 3.7 | 4.7 | 56 | 2.825 | 0.8 | 8.2 | 69.2 |
| 26 | 1.325 | 0.4 | 3.2 | 4.9 | 57 | 2.875 | 1.1 | 20.5 | 83.2 |
| 27 | 1.375 | 0.5 | 3.1 | 5.0 | 58 | 2.925 | 0.0 | 5.3 | 63.2 |
| 28 | 1.425 | 0.3 | 3.8 | 5.4 | 59 | 2.975 | 0.0 | 0.5 | 63.2 |
| 29 | 1.475 | 0.5 | 2.6 | 5.6 | 60 | 3.025 | -1.8 | 1.3 | 76.1 |
| 30 | 1.525 | 0.4 | 3.7 | 6.7 | 61 | 3.075 | 0.0 | 8.9 | 60.2 |
| 31 | 1.575 | 0.4 | 3.7 | 6.9 | 62 | 3.125 | 0.0 | 10.1 | 56.2 |

6.2.1 検出器の効果の補正方法

検出器の効果には、 $M_{\pi\pi^0}^2$ 質量分布のビン毎の検出効率と検出器の有限な質量分解能によって起こるビン間のしみ出し (bin-by-bin migration) の効果の影響がある。本解析ではそれらの影響を、固有値分解法 [Singular-Value-Decomposition ; SVD 法]^[30] と呼ばれる、“アンフォールド (unfold)” の手法を用いて補正した。以下、固有値分解法について簡単に説明する。詳しくは付録 A を参照のこと。

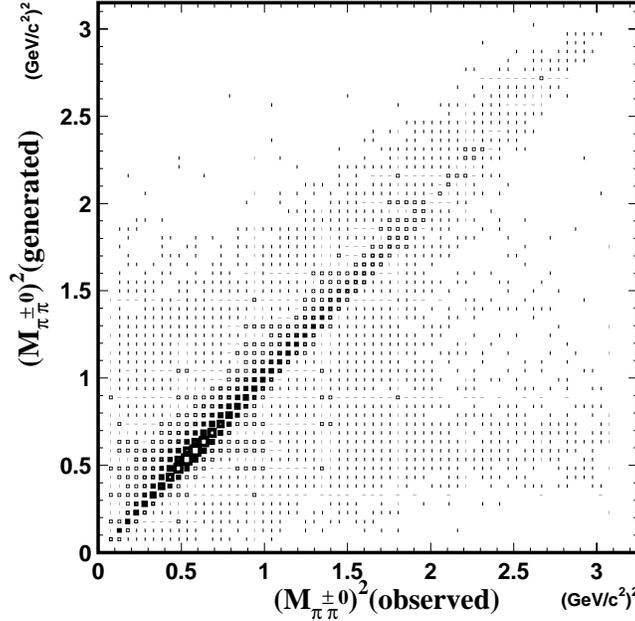


図 6.4: $(M_{\pi\pi^0})^2|_{\text{generated}}$ と $(M_{\pi\pi^0})^2|_{\text{observed}}$ の 2次元プロット。 $\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu$ 崩壊のモンテカルロを使い、縦軸に生成された時の $\pi\pi^0$ の質量の 2 乗分布 ($(M_{\pi\pi^0})^2|_{\text{generated}}$) を、横軸にはそれが観測されたときの $\pi\pi^0$ の質量 2 乗の分布 ($(M_{\pi\pi^0})^2|_{\text{observed}}$) をとり、これら 2 つの分布の相関関係を 2次元プロットで表示した。

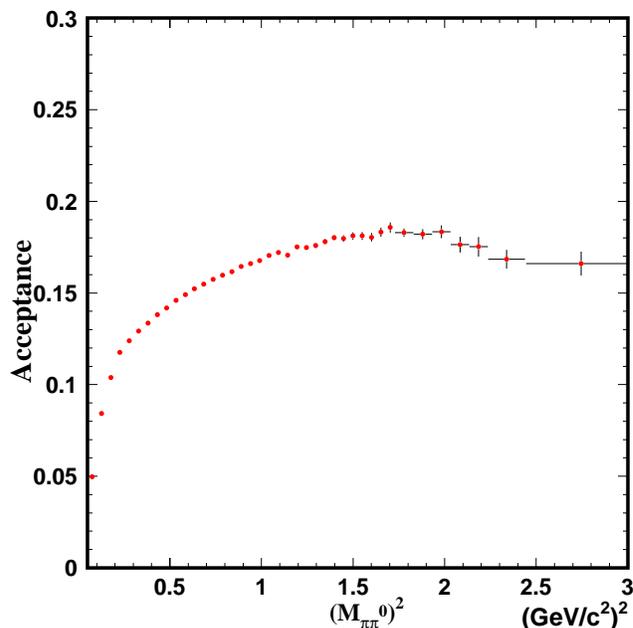
検出器の効果を補正するためには一般に

$$Ax = b \quad (6.1)$$

という線形方程式を解く必要がある。ここで x は求めるべき真の分布のベクター、 b は観測された分布のベクター、 A は検出器の効果を表すアクセプタンス行列で、一般に非対角要素を持つ (図 6.4)。真の分布 x は、アクセプタンス行列 A の逆行列 A^{-1} が求められれば

$$x = A^{-1}b \quad (6.2)$$

から得る事が出来る。しかしながら、付録 A で説明するように、逆行列 A^{-1} は観測された分布 b の統計誤差を大きく拡大してしまう項が一般に含まれており、そのままの逆行列を用いたのでは、大きく振動する不安定な解しか得られない。この問題を解決する方法が

図 6.5: $\pi^-\pi^0$ 系のアクセプタンス

固有値分解法 (SVD 法) である。固有値分解法では、行列 A の固有値を求めて、そのうち結果が統計的に意味のある項に対応する固有値のみを用いて逆行列を求めるという手法がとられる (付録 A)。この固有値分解法は、ALEPH 実験で最初に用いられた。

アクセプタンス行列 A_{ij} はモンテカルロ・シミュレーション (MC) を用いて以下のようにして得られる。まず、発生させたイベントを、検出器シミュレーションに通し、次に実際の実験データに用いたのと同じ解析プログラムに通す。これによって解析途中で加えられた選別条件による効果が自動的に MC イベントにも適用される。 A_{ij} は生成段階に j ビンにあった事象が、観測時に i ビンで観測される割合として与えられる。

このアクセプタンス行列と前小節で得たバックグラウンドを差し引いた $(M_{\pi-\pi^0})^2$ 分布が固有値分解法への入力となる。出力は補正された真の分布 x とその分散行列 X_{ij} (covariant matrix) である。

6.2.2 アクセプタンス行列

アクセプタンス行列 A_{ij} を求めるために用いた M_{gen}^2 と M_{obs}^2 との相関関係を図 6.4 に示す。図から分かるように、 M_{gen}^2 と M_{obs}^2 の間の明らかな相関が見えるが必ずしも対角要素のみではなく、非対角要素も見られる。これは検出器の有限の分解能の影響で、もともとの M^2 のビンとは違ったビンで観測された事による寄与である。

$(M_{\pi-\pi^0})^2$ に対するアクセプタンスを図 6.5 に示す。このアクセプタンス η_j は、求めた

表 6.2: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の $\pi^-\pi^0$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$) (アンフォールド後)

| Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ ((GeV/c ²) ²) | $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ (10 ⁻³) | 統計誤差 (10 ⁻³) | 系統誤差 (10 ⁻³) | Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ ((GeV/c ²) ²) | $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ (10 ⁻⁴) | 統計誤差 (10 ⁻⁴) | 系統誤差 (10 ⁻⁴) |
|---------|---|--|-----------------------------|-----------------------------|---------|---|--|-----------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0.088 | 10.3 | 5.0 | 4.1 | 32 | 1.625 | 331.93 | 11.43 | 2.33 |
| 2 | 0.125 | 64.5 | 3.0 | 4.6 | 33 | 1.675 | 298.43 | 9.26 | 2.12 |
| 3 | 0.175 | 123.2 | 3.0 | 3.8 | 34 | 1.725 | 263.91 | 8.89 | 2.54 |
| 4 | 0.225 | 191.2 | 3.4 | 3.8 | 35 | 1.775 | 198.85 | 8.09 | 3.16 |
| 5 | 0.275 | 284.3 | 4.3 | 3.6 | 36 | 1.825 | 176.86 | 6.14 | 2.85 |
| 6 | 0.325 | 443.5 | 5.9 | 3.8 | 37 | 1.875 | 145.50 | 5.35 | 2.74 |
| 7 | 0.375 | 690.8 | 8.6 | 3.8 | 38 | 1.925 | 110.07 | 4.61 | 2.11 |
| 8 | 0.425 | 1113.9 | 13.3 | 4.0 | 39 | 1.975 | 81.40 | 3.76 | 1.76 |
| 9 | 0.475 | 1781.8 | 20.8 | 4.6 | 40 | 2.025 | 64.57 | 3.45 | 1.78 |
| 10 | 0.525 | 2716.5 | 31.1 | 4.1 | 41 | 2.075 | 43.10 | 2.76 | 1.87 |
| 11 | 0.575 | 3260.2 | 37.2 | 3.8 | 42 | 2.125 | 27.46 | 2.53 | 1.93 |
| 12 | 0.625 | 2765.4 | 31.7 | 3.1 | 43 | 2.175 | 20.27 | 2.17 | 2.11 |
| 13 | 0.675 | 1879.6 | 21.9 | 2.3 | 44 | 2.225 | 14.58 | 2.03 | 2.17 |
| 14 | 0.725 | 1222.8 | 14.6 | 1.8 | 45 | 2.275 | 8.89 | 1.82 | 2.21 |
| 15 | 0.775 | 816.7 | 10.1 | 1.3 | 46 | 2.325 | 3.77 | 1.58 | 1.98 |
| 16 | 0.825 | 590.1 | 7.7 | 1.1 | 47 | 2.375 | 0.31 | 1.42 | 1.45 |
| 17 | 0.875 | 424.4 | 5.9 | 1.0 | 48 | 2.425 | -0.69 | 1.34 | 1.18 |
| 18 | 0.925 | 324.9 | 4.9 | 0.8 | 49 | 2.475 | 0.07 | 1.26 | 1.27 |
| 19 | 0.975 | 259.1 | 4.2 | 0.9 | 50 | 2.525 | 1.52 | 1.05 | 1.41 |
| 20 | 1.025 | 202.0 | 3.6 | 0.6 | 51 | 2.575 | 2.62 | 0.97 | 1.55 |
| 21 | 1.075 | 175.7 | 3.3 | 0.8 | 52 | 2.625 | 3.64 | 1.01 | 1.81 |
| 22 | 1.125 | 147.9 | 3.0 | 0.5 | 53 | 2.675 | 4.17 | 2.95 | 1.89 |
| 23 | 1.175 | 122.6 | 2.7 | 0.7 | 54 | 2.725 | 3.85 | 1.12 | 1.66 |
| 24 | 1.225 | 110.6 | 2.5 | 0.4 | 55 | 2.775 | 3.16 | 1.32 | 1.30 |
| 25 | 1.275 | 97.3 | 2.3 | 0.5 | 56 | 2.825 | 3.44 | 0.99 | 1.37 |
| 26 | 1.325 | 82.1 | 2.1 | 0.4 | 57 | 2.875 | 1.96 | 0.60 | 0.76 |
| 27 | 1.375 | 74.0 | 1.9 | 0.4 | 58 | 2.925 | 1.86 | 0.61 | 0.71 |
| 28 | 1.425 | 63.2 | 1.7 | 0.4 | 59 | 2.975 | 1.55 | 0.43 | 0.57 |
| 29 | 1.475 | 55.7 | 1.5 | 0.3 | 60 | 3.025 | 0.89 | 0.42 | 0.32 |
| 30 | 1.525 | 49.3 | 1.4 | 0.4 | 61 | 3.075 | 0.32 | 0.11 | 0.12 |
| 31 | 1.575 | 43.2 | 1.3 | 0.3 | 62 | 3.125 | 0.04 | 0.01 | 0.01 |

A_{ij} を用いて全ての観測量に対応するビン (i) で足し合わせることによって得たものである。

$$\eta_j = \sum_i A_{ij} \quad (6.3)$$

アクセプタンス η_j はなめらかに変化しており、その平均の値は 17% である。アクセプタンスが $M_{\pi\pi^0}^2$ の低い領域で低くなっているのは、 $M_{\pi\pi^0}^2$ の低い領域では、 π^- トラックと π^0 崩壊からの γ が $CSl(T1)$ カロリーメータにおいて重複する為であると考えられる。

モンテカルロシミュレーションによって確かめられた $M_{\pi\pi^0}^2$ の分解能は、低い質量領域で 0.005 (GeV/c²)²、高い質量領域で 0.030 (GeV/c²)² であった。本解析では、ビン幅を $\Delta M^2 = 0.050$ (GeV/c²)² に選んだ。このように、ビン幅を分解能と同程度か少し大きくとることにより、アクセプタンス行列の非対角要素を小さく抑える事が可能となる。

6.2.3 $\pi^-\pi^0$ 質量スペクトラムの結果

アンフォールドで得られた $\pi^-\pi^0$ 系の質量スペクトラム分布 dN/ds を図 6.6 に示す。ここで、 s は $s = M_{\pi^-\pi^0}^2$ を表す。また、結果の値を表 6.2 に載せた。表では、アンフォールドした後の全イベント数 3.2×10^7 で規格化した値 ($1/N \cdot dN/ds$) がまとめられている。グ

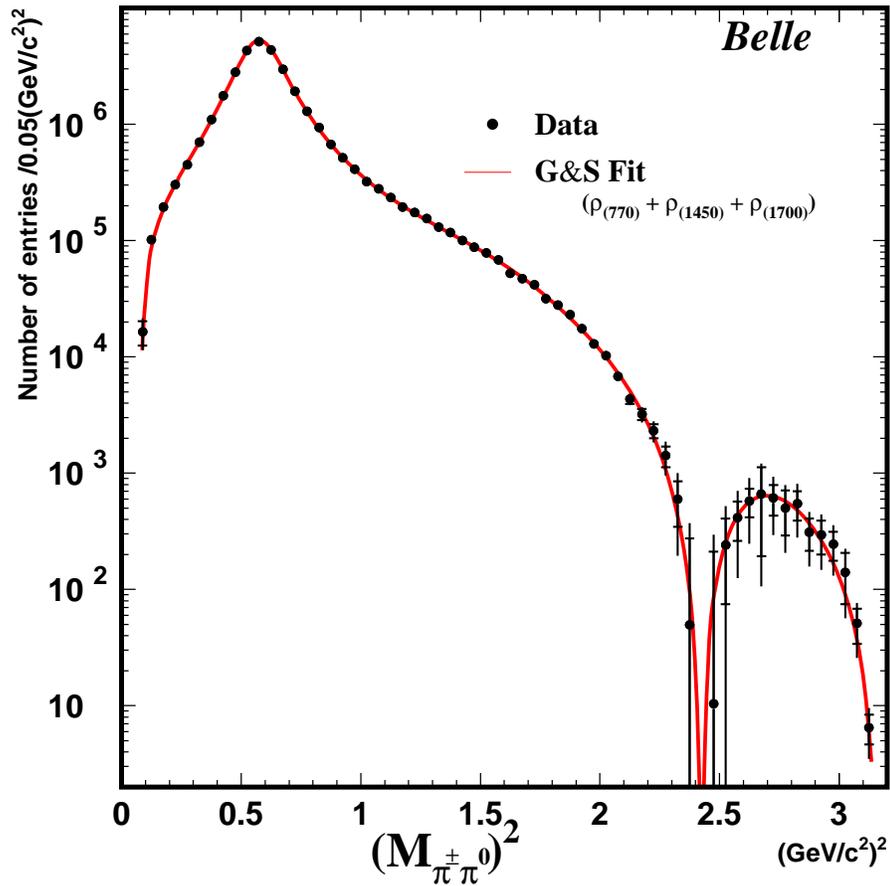


図 6.6: アンフォールド後の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の $\pi^- \pi^0$ 系の質量 2 乗分布。誤差棒つき黒丸はデータで、誤差棒は統計誤差と系統誤差を示す。実線は、Breit-Wigner 関数 (Gounaris-Sakurai モデル) によるフィット結果である。フィットには、3つの共鳴状態 ($\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$) が含まれている。詳しくは、本文の 6.3 節を参照。

ラフや表中の誤差棒は統計誤差と系統誤差の 2 乗和を示しており、短い方の誤差棒が統計誤差である。

ここで統計誤差はアンフォールドにより得られた分散行列の対角要素の平方根 ($\sigma_i = \sqrt{X_{ii}}$) をとった。この統計誤差には、データの統計誤差とバックグラウンドの差し引きに用いたモンカルロの統計誤差が含まれる。一方、系統誤差には固有値分解法の不定性とフィードダウン・バックグラウンド ($\tau^- \rightarrow K^-\pi^0\nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow h^-\pi^0\nu_\tau$) の不定性が含まれている。後者の不定性は、それぞれ崩壊分岐比^[28]の測定誤差分 ($\pm 1\sigma$) 動かして見積もった。 $q\bar{q}$ バックグラウンドについては、 $M_{\pi\pi^0}^2 > M_\tau^2$ 領域で見積もった規格化定数を $\pm 10\%$ 変化させそこから系統誤差を見積もった。また、固有値分解法の方法そのものによる 1% 系統不定性を分散行列の対角成分に含めた。この誤差は、モンテカルロシミュレーションによってもとの生成された既知の分布とアンフォールド後のスペクトラムとを比較する事によって見積もった。

分散行列 X の非対角要素の大きさを示すために、その相関係数 $\rho_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sqrt{X_{ii}X_{jj}}}$ を表 6.3 に示す。表には $0.002 < \rho_{ij}$ のもののみを表示した。

6.3 Breit-Wigner 関数による質量スペクトラムのフィット

アンフォールド後の質量 2 乗分布 (図 6.6) には、 ρ のピークと $\rho'(1450)$ の肩がはっきりと見える。 $s \approx 2.5$ (GeV/c^2)² に見られる dip は、 $\rho'(1450)$ と $\rho''(1700)$ の間の弱め合う干渉によるものである。この分布から ρ 、 ρ' 、 ρ'' のそれぞれの共鳴状態のパラメタを得るために、Breit-Wigner 関数を用い χ^2 フィットを行う。

χ^2 フィットでは、アンフォールド後の質量スペクトラムがビン同士の相関を持つため、 χ^2 には次のように分散行列 X の対角要素と非対角要素を考慮した。

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (y_i^{meas} - f(s_i; \alpha)) (X^{-1})_{ij} (y_j^{meas} - f(s_j; \alpha)) \quad (6.4)$$

ここで、 y_i^{meas} は i 番目のビンの $\frac{dN}{ds}$ の測定値 (表 6.2)、 s_i は i 番目のビンに相当する $s_i = M_{\pi\pi^0}^2$ の値、 $(X^{-1})_{ij}$ は、分散行列 X の逆行列であり、6.2.3 節で述べた統計誤差に相当する。 α はフィットされるべきパラメタ群であり、各共鳴の中心値、幅、位相などがこのパラメタに相当する。 $f(s; \alpha)$ は、パラメタ α のときの、フィットを行った関数を表す。 χ^2 の値が一番小さくなる時のパラメタ α がベストの値である。

フィット関数 $f(s; \alpha)$ には

$$f(s; \alpha) = \frac{dN}{ds} = A \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) \frac{\beta_-^3(s)}{12\pi} |F_\pi(s)|^2 \quad (6.5)$$

を用いた。ここで、 A は規格化の為のパラメタ、 $\beta_-(s)$ は $\pi^-\pi^0$ 静止系でのパイオンの速度、 $F_\pi(s)$ はパイオン構造因子である。このパイオンの構造因子 $F_\pi(s)$ は、各共鳴状態の Breit-Wigner 関数 BW_i ($i = \rho, \rho', \rho''$) を用いて、

$$F_\pi(s) = \frac{1}{1 + \beta + \gamma} (BW_\rho + \beta BW_{\rho'} + \gamma BW_{\rho''}) \quad (6.6)$$

表 6.3: $\pi^- \pi^0$ 系の質量分布 (表 6.2) の相関係数 ρ_{ij} の値。値が 0.02 よりも大きいもののみを示す。

| i | j | ρ_{ij} |
|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|
| 1 | 2 | 0.219 | 20 | 29 | 0.002 | 24 | 60 | 0.002 | 31 | 44 | 0.003 | 37 | 38 | 0.353 |
| 1 | 4 | 0.004 | 20 | 46 | 0.002 | 24 | 61 | 0.002 | 31 | 48 | 0.002 | 37 | 41 | 0.020 |
| 1 | 14 | 0.002 | 20 | 47 | 0.002 | 24 | 62 | 0.002 | 31 | 49 | 0.003 | 37 | 42 | 0.100 |
| 2 | 5 | 0.003 | 21 | 23 | 0.128 | 25 | 28 | 0.083 | 32 | 35 | 0.061 | 37 | 43 | 0.043 |
| 2 | 14 | 0.002 | 21 | 26 | 0.011 | 25 | 30 | 0.007 | 32 | 36 | 0.104 | 37 | 50 | 0.003 |
| 3 | 5 | 0.006 | 21 | 28 | 0.003 | 25 | 31 | 0.002 | 32 | 39 | 0.007 | 37 | 51 | 0.005 |
| 3 | 15 | 0.002 | 21 | 31 | 0.002 | 25 | 36 | 0.002 | 32 | 40 | 0.003 | 37 | 52 | 0.003 |
| 4 | 6 | 0.019 | 21 | 42 | 0.002 | 25 | 37 | 0.003 | 32 | 42 | 0.002 | 37 | 59 | 0.002 |
| 4 | 14 | 0.002 | 21 | 43 | 0.002 | 25 | 42 | 0.002 | 32 | 51 | 0.002 | 37 | 60 | 0.003 |
| 5 | 7 | 0.029 | 22 | 24 | 0.101 | 26 | 29 | 0.105 | 32 | 52 | 0.002 | 37 | 61 | 0.003 |
| 6 | 8 | 0.041 | 22 | 25 | 0.014 | 26 | 32 | 0.011 | 33 | 34 | 0.022 | 37 | 62 | 0.003 |
| 7 | 9 | 0.051 | 22 | 27 | 0.013 | 26 | 35 | 0.002 | 33 | 37 | 0.137 | 38 | 39 | 0.397 |
| 8 | 10 | 0.063 | 22 | 30 | 0.003 | 26 | 39 | 0.003 | 33 | 38 | 0.010 | 38 | 43 | 0.090 |
| 8 | 12 | 0.004 | 22 | 40 | 0.002 | 26 | 46 | 0.002 | 33 | 41 | 0.010 | 38 | 44 | 0.051 |
| 9 | 11 | 0.077 | 22 | 54 | 0.002 | 27 | 30 | 0.127 | 33 | 42 | 0.002 | 38 | 49 | 0.004 |
| 9 | 13 | 0.004 | 22 | 55 | 0.002 | 27 | 33 | 0.011 | 33 | 43 | 0.002 | 38 | 50 | 0.007 |
| 10 | 12 | 0.090 | 22 | 56 | 0.002 | 27 | 37 | 0.002 | 33 | 44 | 0.002 | 38 | 51 | 0.006 |
| 10 | 14 | 0.004 | 22 | 57 | 0.002 | 27 | 38 | 0.002 | 33 | 53 | 0.002 | 38 | 52 | 0.005 |
| 11 | 13 | 0.095 | 22 | 58 | 0.002 | 28 | 31 | 0.140 | 33 | 54 | 0.003 | 38 | 53 | 0.004 |
| 11 | 15 | 0.006 | 22 | 59 | 0.002 | 28 | 34 | 0.012 | 33 | 55 | 0.002 | 38 | 54 | 0.003 |
| 12 | 14 | 0.102 | 22 | 60 | 0.002 | 28 | 39 | 0.002 | 33 | 56 | 0.002 | 38 | 55 | 0.002 |
| 12 | 16 | 0.006 | 22 | 61 | 0.002 | 28 | 42 | 0.003 | 34 | 35 | 0.092 | 39 | 40 | 0.458 |
| 13 | 15 | 0.113 | 22 | 62 | 0.002 | 29 | 32 | 0.152 | 34 | 38 | 0.117 | 39 | 44 | 0.064 |
| 13 | 17 | 0.007 | 23 | 25 | 0.072 | 29 | 33 | 0.006 | 34 | 39 | 0.043 | 39 | 45 | 0.064 |
| 14 | 16 | 0.121 | 23 | 26 | 0.037 | 29 | 35 | 0.008 | 34 | 42 | 0.002 | 39 | 46 | 0.017 |
| 14 | 18 | 0.009 | 23 | 28 | 0.015 | 29 | 36 | 0.005 | 34 | 43 | 0.002 | 39 | 51 | 0.004 |
| 14 | 21 | 0.002 | 23 | 38 | 0.002 | 29 | 40 | 0.003 | 34 | 45 | 0.002 | 39 | 52 | 0.007 |
| 15 | 17 | 0.128 | 23 | 49 | 0.002 | 29 | 44 | 0.005 | 34 | 46 | 0.002 | 39 | 53 | 0.006 |
| 15 | 19 | 0.010 | 23 | 50 | 0.002 | 29 | 45 | 0.003 | 35 | 36 | 0.185 | 39 | 54 | 0.005 |
| 16 | 18 | 0.141 | 24 | 26 | 0.039 | 30 | 33 | 0.130 | 35 | 39 | 0.099 | 39 | 55 | 0.003 |
| 16 | 20 | 0.006 | 24 | 27 | 0.063 | 30 | 34 | 0.037 | 35 | 40 | 0.068 | 40 | 41 | 0.484 |
| 17 | 19 | 0.151 | 24 | 29 | 0.007 | 30 | 37 | 0.010 | 35 | 45 | 0.003 | 40 | 45 | 0.028 |
| 17 | 21 | 0.006 | 24 | 30 | 0.002 | 30 | 39 | 0.002 | 35 | 46 | 0.005 | 40 | 46 | 0.067 |
| 18 | 20 | 0.144 | 24 | 35 | 0.002 | 30 | 42 | 0.005 | 35 | 47 | 0.005 | 40 | 47 | 0.041 |
| 18 | 23 | 0.003 | 24 | 46 | 0.002 | 30 | 46 | 0.005 | 35 | 48 | 0.002 | 40 | 48 | 0.007 |
| 18 | 27 | 0.002 | 24 | 55 | 0.002 | 30 | 47 | 0.004 | 36 | 37 | 0.308 | 40 | 55 | 0.003 |
| 19 | 21 | 0.140 | 24 | 56 | 0.002 | 31 | 34 | 0.107 | 36 | 40 | 0.066 | 40 | 56 | 0.004 |
| 19 | 26 | 0.002 | 24 | 57 | 0.002 | 31 | 35 | 0.080 | 36 | 41 | 0.088 | 40 | 57 | 0.005 |
| 20 | 22 | 0.147 | 24 | 58 | 0.002 | 31 | 38 | 0.009 | 36 | 42 | 0.009 | 40 | 58 | 0.005 |
| 20 | 25 | 0.007 | 24 | 59 | 0.002 | 31 | 40 | 0.004 | 36 | 46 | 0.003 | 40 | 59 | 0.005 |

| i | j | ρ_{ij} |
|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|-----|-----|-------------|
| 40 | 60 | 0.006 | 44 | 62 | 0.003 | 52 | 55 | 0.537 | 57 | 60 | 0.979 |
| 40 | 61 | 0.006 | 45 | 46 | 0.712 | 52 | 56 | 0.382 | 57 | 61 | 0.973 |
| 40 | 62 | 0.006 | 45 | 47 | 0.187 | 52 | 57 | 0.275 | 57 | 62 | 0.971 |
| 41 | 42 | 0.558 | 45 | 54 | 0.034 | 52 | 58 | 0.203 | 58 | 59 | 0.998 |
| 41 | 47 | 0.070 | 45 | 55 | 0.047 | 52 | 59 | 0.157 | 58 | 60 | 0.994 |
| 41 | 48 | 0.062 | 45 | 56 | 0.051 | 52 | 60 | 0.128 | 58 | 61 | 0.991 |
| 41 | 49 | 0.024 | 45 | 57 | 0.050 | 52 | 61 | 0.112 | 58 | 62 | 0.989 |
| 41 | 57 | 0.004 | 45 | 58 | 0.049 | 52 | 62 | 0.104 | 59 | 60 | 0.999 |
| 41 | 58 | 0.006 | 45 | 59 | 0.048 | 53 | 54 | 0.939 | 59 | 61 | 0.998 |
| 41 | 59 | 0.007 | 45 | 60 | 0.047 | 53 | 55 | 0.815 | 59 | 62 | 0.997 |
| 41 | 60 | 0.008 | 45 | 61 | 0.047 | 53 | 56 | 0.689 | 60 | 61 | 1.000 |
| 41 | 61 | 0.008 | 45 | 62 | 0.046 | 53 | 57 | 0.590 | 60 | 62 | 0.999 |
| 41 | 62 | 0.008 | 46 | 47 | 0.756 | 53 | 58 | 0.520 | 61 | 62 | 1.000 |
| 42 | 43 | 0.611 | 46 | 48 | 0.266 | 53 | 59 | 0.472 | | | |
| 42 | 48 | 0.032 | 46 | 56 | 0.021 | 53 | 60 | 0.441 | | | |
| 42 | 49 | 0.057 | 46 | 57 | 0.039 | 53 | 61 | 0.423 | | | |
| 42 | 50 | 0.040 | 46 | 58 | 0.050 | 53 | 62 | 0.414 | | | |
| 42 | 51 | 0.019 | 46 | 59 | 0.056 | 54 | 55 | 0.963 | | | |
| 42 | 52 | 0.006 | 46 | 60 | 0.060 | 54 | 56 | 0.890 | | | |
| 43 | 44 | 0.654 | 46 | 61 | 0.062 | 54 | 57 | 0.819 | | | |
| 43 | 45 | 0.058 | 46 | 62 | 0.063 | 54 | 58 | 0.763 | | | |
| 43 | 50 | 0.048 | 47 | 48 | 0.787 | 54 | 59 | 0.723 | | | |
| 43 | 51 | 0.064 | 47 | 49 | 0.330 | 54 | 60 | 0.696 | | | |
| 43 | 52 | 0.053 | 48 | 49 | 0.806 | 54 | 61 | 0.679 | | | |
| 43 | 53 | 0.034 | 48 | 50 | 0.418 | 54 | 62 | 0.672 | | | |
| 43 | 54 | 0.016 | 48 | 51 | 0.066 | 55 | 56 | 0.980 | | | |
| 43 | 55 | 0.003 | 49 | 50 | 0.848 | 55 | 57 | 0.942 | | | |
| 44 | 45 | 0.696 | 49 | 51 | 0.534 | 55 | 58 | 0.906 | | | |
| 44 | 46 | 0.103 | 49 | 52 | 0.203 | 55 | 59 | 0.877 | | | |
| 44 | 51 | 0.012 | 50 | 51 | 0.885 | 55 | 60 | 0.857 | | | |
| 44 | 52 | 0.048 | 50 | 52 | 0.613 | 55 | 61 | 0.845 | | | |
| 44 | 53 | 0.054 | 50 | 53 | 0.302 | 55 | 62 | 0.839 | | | |
| 44 | 54 | 0.045 | 50 | 54 | 0.051 | 56 | 57 | 0.990 | | | |
| 44 | 55 | 0.034 | 51 | 52 | 0.900 | 56 | 58 | 0.972 | | | |
| 44 | 56 | 0.023 | 51 | 53 | 0.662 | 56 | 59 | 0.954 | | | |
| 44 | 57 | 0.016 | 51 | 54 | 0.401 | 56 | 60 | 0.941 | | | |
| 44 | 58 | 0.010 | 51 | 55 | 0.191 | 56 | 61 | 0.932 | | | |
| 44 | 59 | 0.007 | 51 | 56 | 0.049 | 56 | 62 | 0.928 | | | |
| 44 | 60 | 0.004 | 52 | 53 | 0.916 | 57 | 58 | 0.995 | | | |
| 44 | 61 | 0.003 | 52 | 54 | 0.731 | 57 | 59 | 0.987 | | | |

で与えられる。ここで β と γ はそれぞれ ρ 共鳴に対する ρ' 共鳴、 ρ'' 共鳴の相対的な強度を示すパラメタである。 β と γ は一般には複素数 ($\beta \equiv |\beta|e^{i\phi_\beta}$ 、 $\gamma \equiv |\gamma|e^{i\phi_\gamma}$) で、それぞれの絶対値 $|\beta|$ 、 $|\gamma|$ と相対位相 ϕ_β 、 ϕ_γ がパラメタとなる。

Breit-Wigner 関数には Gounaris-Sakurai (GS) モデル^[31]を採用した。このモデルは良く用いられる一般の Breit-Wigner 関数に比べ、広い範囲で共鳴状態の形を再現できるモデルとして知られている。その形は、

$$BW_i^{GS} = \frac{M_i^2 + d \cdot M_i \Gamma_i}{(M_i^2 - s) + f(s) - i\sqrt{s}\Gamma_i(s)} \quad (6.7)$$

で与えられる。

ここで、エネルギー依存のある幅 $\Gamma_i(s)$ は次のように与えられる。

$$\Gamma_i(s) = \Gamma_i \left(\frac{M_i^2}{s} \right) \left(\frac{k(s)}{k(M_i^2)} \right)^3 \quad (6.8)$$

ここで $k(s) = \frac{1}{2}\sqrt{s}\beta_-(s)$ は、 $\pi^- \pi^0$ 静止系でのパイオンの運動量である。 $dh/ds|_{M_i^2} = h(M_i^2) \left[(8k^2(M_i^2))^{-1} - (2M_i^2)^{-1} \right] + (2\pi M_i^2)^{-1}$ を用い、関数 $f(s)$ と $h(s)$ は次のように定義される。

$$f(s) = \Gamma_i \frac{M_i^2}{k^3(M_i^2)} \left[k^2(s) (h(s) - h(M_i^2)) + (M_i^2 - s)k^2(M_i^2) \frac{dh}{ds} \Big|_{s=M_i^2} \right] \quad (6.9)$$

$$h(s) = \frac{2}{\pi} \frac{k(s)}{\sqrt{s}} \ln \frac{\sqrt{s} + 2k(s)}{2m_\pi}, \quad (6.10)$$

$$d = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{k^2(M_i^2)} \ln \frac{M_i + 2k(M_i^2)}{2m_\pi} + \frac{M_i}{2\pi k(M_i^2)} - \frac{m_\pi^2 M_i}{\pi k^3(M_i^2)}. \quad (6.11)$$

ここで d は $s = 0$ で $|BW(0)| = 1$ を保証するための項である。

(6.5) 式のフィット関数は、 ρ 、 ρ' 、 ρ'' 共鳴状態それぞれの質量 M_i と幅 Γ_i 、それらの相対的な振幅 $|\beta|$ 、 $|\gamma|$ と位相 ϕ_β 、 ϕ_γ 及び、規格化定数 A の合計 11 個のパラメタを含んでいる。

6.3.1 共鳴状態 ρ 、 ρ' 、 ρ'' のパラメタのフィット結果

$\pi^- \pi^0$ 系の質量 2 乗分布 (図 6.6) の実線は、パラメタ 11 個全てを自由 (float) にしてフィットを行った結果である。

このモデルは分布をよくフィットし、フィットの $\chi^2/(d.o.f)$ は $\chi^2/(d.o.f) = 55/51$ である。フィットの結果得たパラメタの値を表 6.4 の 2 列目に示す。表 6.4 の初めの誤差は統計誤差、2 番目の誤差は系統誤差を表す。系統誤差には、光子のエネルギー測定の変動性、固有値分解法の変動性、バックグラウンドの差し引きの変動性の効果を含んでいる。光子のエネルギー測定の変動性は、 π^0 の質量の中心値が PDG の値とどれだけずれているかから見積もった。固有値分解法の変動性は、この手法で用いるパラメタ k (詳しくは付録 A 参照。) を ± 2 動かし見積もり、バックグラウンドの差し引きの変動性は、崩壊分岐比^[28]を

表 6.4: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ における、 $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ 共鳴状態の Breit-Wigner 関数 (Gounaris-Sakurai model) による、 $M_{\pi\pi^0}^2$ 分布のフィット結果。2 列目が全てのパラメータをフロートにしたもの、3 列目が ϕ_γ を fix したときのフィット結果である。共に、初めの誤差が統計誤差で、2 番目の誤差が系統誤差である。系統誤差には、バックグラウンドの不定性、アンフォールドの操作についての不定性、光子のエネルギー測定の不定性が含まれている。

| Parameter | Fit result (all free) | Fit result (fixed ϕ_γ) |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| M_{ρ^-} (MeV/ c^2) | $774.6 \pm 0.2 \pm 0.3$ | $774.3 \pm 0.2 \pm 0.3$ |
| Γ_{ρ^-} (MeV) | $150.6 \pm 0.3 \pm 0.5$ | $150.0 \pm 0.3 \pm 0.5$ |
| $M_{\rho'}$ (MeV/ c^2) | $1336 \pm 12 \pm 23$ | $1436 \pm 15 \pm 23$ |
| $\Gamma_{\rho'}$ (MeV) | $471 \pm 29 \pm 21$ | $553 \pm 31 \pm 21$ |
| $ \beta $ | $0.090 \pm 0.009 \pm 0.013$ | $0.161 \pm 0.020 \pm 0.013$ |
| ϕ_β (degree) | $123.7 \pm 5.0 \pm 7.0$ | $149.1 \pm 2.4 \pm 7.0$ |
| $M_{\rho''}$ (MeV/ c^2) | $1600 \pm 13 \pm 4$ | $1804 \pm 16 \pm 4$ |
| $\Gamma_{\rho''}$ (MeV) | $255 \pm 19 \pm 79$ | $567 \pm 81 \pm 79$ |
| $ \gamma $ | $0.062 \pm 0.015 \pm 0.015$ | $0.136 \pm 0.024 \pm 0.015$ |
| ϕ_γ (degree) | -64.1 ± 7.9 | [0] |
| $\chi^2/\text{d.o.f}$ | 55/51 | 94/52 |

$\pm 1\sigma$ 動かすことで見積もった。 ρ の質量の系統誤差 0.3 MeV は、ほとんどが光子のエネルギー測定の不定性からきている。バックグラウンドの不定性は ρ'' 共鳴の部分で支配的である。

全てのパラメータを自由にしたときのパラメータの相関係数 (error matrix) を表 6.5 に示す。相関係数の値から、どのパラメータ間に相関が強いかわかる事が出来る。

表 6.4 の 3 列目には、 ϕ_γ を 0° に固定したときの結果を示す。以前の結果では、 ϕ_γ を 0° に固定されていたので、それとの比較のため同様のフィットを試みた。 ϕ_γ を 0° に固定すると固定していないときと比べて $M_{\rho'}$ 、 $\Gamma_{\rho'}$ の値が 100MeV、 $M_{\rho''}$ 、 $\Gamma_{\rho''}$ の値が 200MeV 高くなるのが特徴的である。

6.3.2 以前の τ のデータとの比較

以前の τ の測定結果 (ALEFH、CLEO) との比較を表 6.6 に示す。我々の結果は全てのパラメータを自由にした場合と ALEPH 実験で固定されたパラメータを同じように固定した場合²、2 種類について示した (表 6.6 の 2 列目と 3 列目)。フィットの結果得られた ρ の質量 $M_\rho = 774.6 \pm 0.2 \text{ MeV}/c^2$ や幅 $\Gamma_\rho = 150.6 \pm 0.3 \text{ MeV}$ は ALEPH^[29] と CLEO^[18] の結果と良く一致している。

これまでの測定結果では、 ρ'' のパラメータを決定する事が出来なかったため固定されてい

²このときの $\chi^2/(\text{d.o.f})$ は悪くなっているのは、全てフロートにしたときにベストフィットだからである。

表 6.5: スペクトラル関数のフィットにおける、フィットパラメタ間の相関係数

| | M_ρ | Γ_ρ | β | ϕ_β | $M_{\rho'}$ | $\Gamma_{\rho'}$ | γ | ϕ_γ | $M_{\rho''}$ | $\Gamma_{\rho''}$ |
|-------------------|----------|---------------|---------|--------------|-------------|------------------|----------|---------------|--------------|-------------------|
| M_ρ | 1 | 0.35 | -0.17 | -0.60 | -0.46 | -0.06 | 0.11 | -0.29 | -0.23 | 0.04 |
| Γ_ρ | | 1 | -0.35 | 0.10 | -0.18 | -0.40 | -0.09 | -0.15 | -0.17 | -0.28 |
| β | | | 1 | 0.13 | 0.72 | 0.82 | 0.61 | 0.31 | 0.62 | 0.86 |
| ϕ_β | | | | 1 | 0.55 | -0.31 | -0.05 | 0.39 | 0.45 | -0.14 |
| $M_{\rho'}$ | | | | | 1 | 0.56 | 0.03 | 0.76 | 0.83 | 0.60 |
| $\Gamma_{\rho'}$ | | | | | | 1 | 0.36 | 0.27 | 0.40 | 0.82 |
| γ | | | | | | | 1 | -0.52 | -0.11 | 0.44 |
| ϕ_γ | | | | | | | | 1 | 0.89 | 0.32 |
| $M_{\rho''}$ | | | | | | | | | 1 | 0.55 |
| $\Gamma_{\rho''}$ | | | | | | | | | | 1 |

 表 6.6: $\pi^-\pi^0$ 系の質量 2 乗分布のフィット結果。 $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ それぞれのパラメタのフィット結果を、ALEPH 実験^[29]、CLEO 実験^[18] によって測定されたものと比較した。括弧の中の数字はフィットで固定した値を示す。値が得られていない所は—となっている。

| Parameter | This work (all free) | This work (fixed $M_{\rho''}$, $\Gamma_{\rho''}$, ϕ_γ) | ALEPH(τ) | CLEO(τ) |
|----------------------------|-------------------------|--|-------------------|-------------------|
| M_{ρ^-} (MeV/ c^2) | 774.6 ± 0.2 | 773.9 ± 0.1 | 775.5 ± 0.7 | 775.1 ± 0.6 |
| Γ_{ρ^-} (MeV) | 150.6 ± 0.3 | 150.8 ± 0.3 | 149.0 ± 1.2 | 150.4 ± 1.2 |
| $M_{\rho'}$ (MeV/ c^2) | 1336 ± 12 | 1395 ± 4 | 1328 ± 15 | 1406 ± 13 |
| $\Gamma_{\rho'}$ (MeV) | 471 ± 29 | 411 ± 9 | 468 ± 41 | 455 ± 34 |
| $ \beta $ | 0.090 ± 0.009 | 0.095 ± 0.02 | 0.120 ± 0.008 | 0.121 ± 0.009 |
| ϕ_β (degree) | 123.7 ± 5.0 | 161 ± 2.0 | 153 ± 7 | — |
| $M_{\rho''}$ (MeV/ c^2) | 1600 ± 13 | [1713] | [1713] | — |
| $\Gamma_{\rho''}$ (MeV) | 255 ± 19 | [235] | [235] | — |
| $ \gamma $ | 0.062 ± 0.015 | 0.045 ± 0.002 | 0.023 ± 0.008 | 0.032 ± 0.009 |
| ϕ_γ (degree) | -64.1 ± 7.9 | [0] | [0] | — |
| $\chi^2/(d.o.f)$ | 55 / 51 | 134/54 | 119 / 110 | 22.9/23 |
| Reference | | | [29] | [18] |

表 6.7: $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ それぞれのパラメタのフィット結果を、 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ のデータ (CMD-2 実験) と比較した結果。括弧の中の数字は固定してフィットを行った。ただし、CMD-2 の結果は ρ^0 、 ρ'^0 、 ρ''^0 の結果である。

| Parameter | This work (all free) | This work (fixed $\Gamma_{\rho''}$ ϕ_γ) | CMD-2(e^+e^-) |
|----------------------------|-------------------------|---|-------------------|
| M_{ρ^-} (MeV/ c^2) | 774.6 ± 0.2 | 773.9 ± 0.1 | 773.3 ± 0.6 |
| Γ_{ρ^-} (MeV) | 150.6 ± 0.3 | 150.8 ± 0.3 | 145.2 ± 13 |
| $M_{\rho'}$ (MeV/ c^2) | 1336 ± 12 | 1395 ± 5 | 1337 ± 35 |
| $\Gamma_{\rho'}$ (MeV) | 471 ± 29 | 411 ± 10 | 569 ± 81 |
| $ \beta $ | 0.090 ± 0.009 | 0.095 ± 0.003 | 0.123 ± 0.011 |
| ϕ_β (degree) | 123.7 ± 5.0 | 160.8 ± 2.4 | 139.4 ± 6.5 |
| $M_{\rho''}$ (MeV/ c^2) | 1600 ± 13 | 1712 ± 8 | 1713 ± 15 |
| $\Gamma_{\rho''}$ (MeV) | 255 ± 19 | [235] | [235] |
| $ \gamma $ | 0.062 ± 0.015 | 0.045 ± 0.003 | 0.048 ± 0.008 |
| ϕ_γ (degree) | -64.1 ± 7.9 | [0] | [0] |
| $\chi^2/(d.o.f)$ | 55 / 51 | 134/53 | — |
| Reference | | | |

た³が、今回の測定で初めて ρ'' 共鳴のパラメタの値を決定する事が出来た。

その結果は $M_{\rho''} = (1600 \pm 13)$ MeV、 $\Gamma_{\rho''} = (255 \pm 19)$ MeV、 $\phi_\gamma = (-64.1 \pm 7.9)$ deg. である。

6.3.3 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ のデータとの比較

我々の $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ のデータをフィットした結果と以前の $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ の $\pi^+\pi^-$ 質量分布 (CMD-2) をフィットした結果との比較を表 6.7 に示す。表の 3 列目には、比較するために $\Gamma_{\rho''}$ と ϕ_γ を CMD-2 でのフィットで使用された値に固定した場合のフィット結果をのせる。 ρ 共鳴の質量 M_ρ や幅 Γ_ρ は、 ρ^- と ρ^0 で良く一致している。また、 $\Gamma_{\rho''}$ と ϕ_γ を同じ値に固定すると、 $M_{\rho''}$ や $|\gamma|$ の値も良く一致する事が分かる。

6.3.4 フィット結果のまとめ

以上のフィット結果をまとめる。

従来より 1 桁以上多い $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ のデータから得られた、 $M_{\pi\pi^0}^2$ 分布を Breit-Wigner 関数 (GS モデル) でフィットする事で $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ および $\rho''(1700)$ 共鳴状態の共鳴パラメタを決定した。今回初めて 3 つの共鳴 ρ 、 ρ' 、 ρ'' の全てのパラメタを自由にしたフィットが実行出来た。特に今回の結果には、 $\rho'(1450)$ と $\rho''(1700)$ の間の弱め合う干渉によって

³表 6.7 に示す e^+e^- のデータで測定された結果に fix されている。

引き起こされる dip が、はっきりと見られ、そこから、 $\rho''(1700)$ 共鳴状態のパラメタ (質量、幅、強度) を初めて決定した。

6.4 パイオン形状因子 ($|F_\pi|^2$)

パイオンの形状因子は、質量スペクトラルやスペクトラル関数とともにハドロン系の状態を記述するのに特徴的な物理量であり、理論的な議論に便利な量である。次式を用いると質量分布 $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ からパイオン形状因子 ($|F_\pi(s)|^2$) やスペクトラル関数 (v_-) を得る事が出来る^[18, 32]。

$$v_- = \frac{m_\tau^2}{6\pi|V_{ud}|^2 S_{EW}} \left(\frac{\mathcal{B}_{\pi\pi}}{\mathcal{B}_e} \right) \left[\left(1 - \frac{s}{m_\tau^2} \right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2} \right) \right]^{-1} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds} \quad (6.12)$$

$$v_-(s) = \frac{\beta_-^3(s)}{12\pi} |F_\pi(s)|^2 \quad (6.13)$$

ここで、 $\beta_-(s)$ は $\pi^-\pi^0$ 静止系でのパイオンの速度である。

$$\beta_-(M) = \sqrt{\left(1 - \frac{(m_{\pi^+} - m_{\pi^0})^2}{M^2} \right) \left(1 - \frac{(m_{\pi^+} + m_{\pi^0})^2}{M^2} \right)} \quad (6.14)$$

パイオン形状因子 ($|F_\pi(s)|^2$) とスペクトラル関数 (v_-) は式 6.13 の関係より変換出来るので、どちらかの分布が分かれば十分である。以下、パイオン形状因子 ($|F_\pi(s)|^2$) の分布について議論する。

質量スペクトラム $\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$ から求めたパイオン形状因子の結果 $|F_\pi(s)|^2$ を図 6.7 と 図 6.8 に示す。また、ビン毎の $|F_\pi(s)|^2$ の値を表 6.8 に載せた。図 6.7 では CLEO 実験の結果^[18] と、図 6.8 では ALEPH 実験の結果^[29] と比較している。

図 6.7、図 6.8 では見えない差を確認するためのより詳しい比較の図を図 6.9 に示す。図 6.9 では、Belle および CLEO、ALEPH の測定点と Belle のデータをフィットした曲線との相対差を示す。図 6.9 では、特にミュオン異常磁気モーメントのハドロン項 ($a_\mu^{\text{had,LO}}$) への寄与が大きい $0.2\text{--}2.2 \text{ GeV}/c^2$ の領域について示した。比較した Belle と CLEO のデータは誤差の範囲内で良く一致している。また ALEPH のデータとは一部系統的な差が見られるが、その差は誤差の範囲内である。

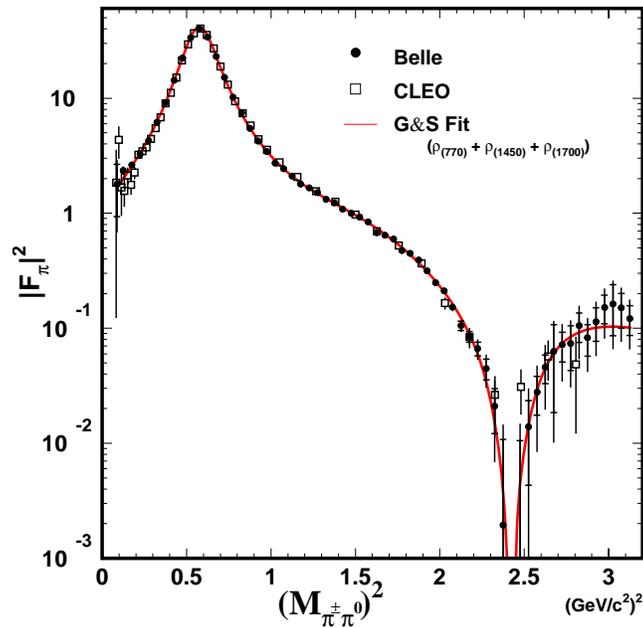


図 6.7: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $|F_\pi|^2$ 。黒丸のプロットが Belle の結果で、白の四角いプロットが CLEO^[18] の結果である。Belle のデータの誤差棒には統計誤差と系統誤差の両方が含まれている。実線は、共鳴状態 $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ を含む Breit-Wigner 関数 (Gounaris-Sakurai モデル)(本文 6.3 節参照) による全てのパラメータをフットにした時のフット結果を示す。

表 6.8: $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0 \nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $|F_\pi|^2$ の値

| Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ (GeV/c ²) ² | $ F_\pi ^2$ | 統計誤差 | 系統誤差 | Bin No. | $M_{\pi\pi^0}^2$ (GeV/c ²) ² | $ F_\pi ^2$ | 統計誤差 | 系統誤差 |
|---------|--|-------------|-------|-------|---------|--|-------------|-------|-------|
| 1 | 0.088 | 1.83 | 0.881 | 0.717 | 32 | 1.625 | 0.69 | 0.024 | 0.005 |
| 2 | 0.125 | 2.40 | 0.111 | 0.171 | 33 | 1.675 | 0.65 | 0.020 | 0.005 |
| 3 | 0.175 | 2.69 | 0.065 | 0.084 | 34 | 1.725 | 0.61 | 0.020 | 0.006 |
| 4 | 0.225 | 3.32 | 0.059 | 0.065 | 35 | 1.775 | 0.48 | 0.020 | 0.008 |
| 5 | 0.275 | 4.36 | 0.066 | 0.055 | 36 | 1.825 | 0.45 | 0.016 | 0.007 |
| 6 | 0.325 | 6.30 | 0.084 | 0.054 | 37 | 1.875 | 0.40 | 0.015 | 0.007 |
| 7 | 0.375 | 9.34 | 0.117 | 0.051 | 38 | 1.925 | 0.32 | 0.013 | 0.006 |
| 8 | 0.425 | 14.58 | 0.174 | 0.052 | 39 | 1.975 | 0.25 | 0.012 | 0.005 |
| 9 | 0.475 | 22.83 | 0.266 | 0.059 | 40 | 2.025 | 0.22 | 0.011 | 0.006 |
| 10 | 0.525 | 34.34 | 0.394 | 0.051 | 41 | 2.075 | 0.15 | 0.010 | 0.007 |
| 11 | 0.575 | 40.93 | 0.467 | 0.047 | 42 | 2.125 | 0.11 | 0.010 | 0.008 |
| 12 | 0.625 | 34.66 | 0.397 | 0.039 | 43 | 2.175 | 0.09 | 0.009 | 0.009 |
| 13 | 0.675 | 23.61 | 0.275 | 0.030 | 44 | 2.225 | 0.07 | 0.009 | 0.010 |
| 14 | 0.725 | 15.45 | 0.184 | 0.023 | 45 | 2.275 | 0.05 | 0.009 | 0.011 |
| 15 | 0.775 | 10.41 | 0.129 | 0.017 | 46 | 2.325 | 0.02 | 0.009 | 0.011 |
| 16 | 0.825 | 7.61 | 0.099 | 0.014 | 47 | 2.375 | 0.00 | 0.009 | 0.009 |
| 17 | 0.875 | 5.55 | 0.077 | 0.013 | 48 | 2.425 | 0.00 | 0.009 | 0.008 |
| 18 | 0.925 | 4.32 | 0.065 | 0.011 | 49 | 2.475 | 0.00 | 0.010 | 0.010 |
| 19 | 0.975 | 3.51 | 0.056 | 0.012 | 50 | 2.525 | 0.01 | 0.010 | 0.013 |
| 20 | 1.025 | 2.79 | 0.049 | 0.009 | 51 | 2.575 | 0.03 | 0.010 | 0.017 |
| 21 | 1.075 | 2.49 | 0.046 | 0.011 | 52 | 2.625 | 0.05 | 0.013 | 0.023 |
| 22 | 1.125 | 2.15 | 0.043 | 0.007 | 53 | 2.675 | 0.06 | 0.045 | 0.029 |
| 23 | 1.175 | 1.83 | 0.040 | 0.010 | 54 | 2.725 | 0.07 | 0.021 | 0.031 |
| 24 | 1.225 | 1.70 | 0.038 | 0.006 | 55 | 2.775 | 0.07 | 0.031 | 0.031 |
| 25 | 1.275 | 1.54 | 0.037 | 0.008 | 56 | 2.825 | 0.11 | 0.030 | 0.042 |
| 26 | 1.325 | 1.34 | 0.035 | 0.007 | 57 | 2.875 | 0.08 | 0.025 | 0.032 |
| 27 | 1.375 | 1.25 | 0.033 | 0.006 | 58 | 2.925 | 0.11 | 0.037 | 0.043 |
| 28 | 1.425 | 1.11 | 0.030 | 0.007 | 59 | 2.975 | 0.15 | 0.042 | 0.056 |
| 29 | 1.475 | 1.02 | 0.027 | 0.005 | 60 | 3.025 | 0.16 | 0.075 | 0.059 |
| 30 | 1.525 | 0.94 | 0.027 | 0.007 | 61 | 3.075 | 0.14 | 0.049 | 0.053 |
| 31 | 1.575 | 0.86 | 0.027 | 0.007 | 62 | 3.125 | 0.11 | 0.031 | 0.039 |

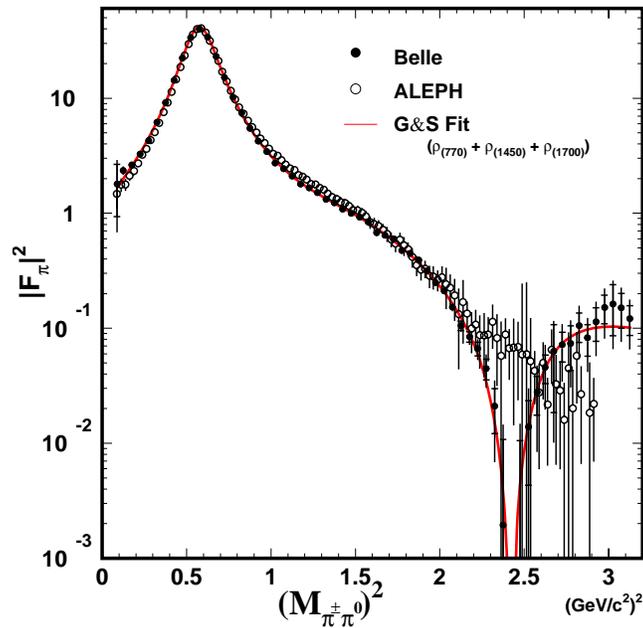


図 6.8: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ から得られたパイオン構造因子 $|F_\pi|^2$ 。黒丸のプロットが Belle の結果で、白丸のプロットが ALEPH^[29] の結果である。Belle のデータの誤差棒には統計誤差と系統誤差の両方が含まれている。実線は、共鳴状態 $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ を含む Breit-Wigner 関数 (Gounaris-Sakurai モデル)(本文 6.3 節参照) による全てのパラメータをフットにした時のフット結果である。

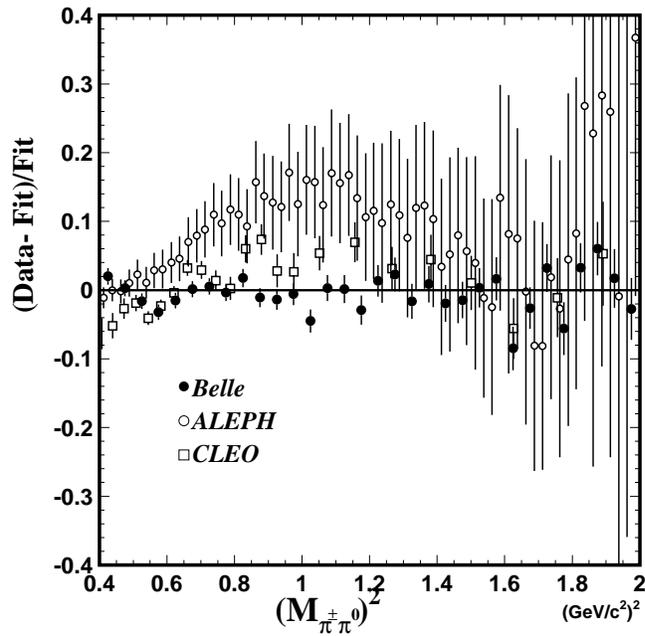


図 6.9: Belle、CLEO および ALEPH において測定された $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 質量領域におけるパイオン構造因子 $|F_{\pi}(s)|^2$ の比較。データ点は Belle のデータをフィットをした曲線との相対差を示す。

第7章 ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ の測定

7.1 ハドロン真空偏極項

2章でも述べたように、ミューオンの異常磁気モーメントの理論予想の中で最も大きな誤差をもつのはハドロン真空偏極項の部分 $a_\mu^{\text{had},LO}$ である。この $a_\mu^{\text{had},LO}$ の中でも、 $\pi\pi$ 系からの寄与が最も大きく、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のデータは、 $a_\mu^{\pi\pi}$ の値の精密な決定に貴重なデータを提供している。

この章では、本解析で得た $\pi^- \pi^0$ 系の質量分布を用いて、 $a_\mu^{\pi\pi}$ の値の評価を行う。

7.1.1 $a_\mu^{\pi\pi}$ の評価

アンフォールド後の質量 2 乗分布 $(1/N)(dN/ds)$ を用いると $\pi^- \pi^0$ 系のスペクトラル関数 $v_-(s)$ は、次のように与えられる^[18, 32]。

$$v_-(s) = \frac{m_\tau^2}{6\pi|V_{ud}|^2 S_{EW}} \left(\frac{B_{\pi\pi}}{B_e} \right) \left[\left(1 - \frac{s}{m_\tau^2} \right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2} \right) \right]^{-1} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds} \quad (7.1)$$

ここで m_τ は τ 粒子の質量を、 V_{ud} は小林益川行列の要素、 S_{EW} は電弱放射補正、 B_e は $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の $B_{\pi\pi}$ は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比を表す。

これを、式 (2.26) に代入することで、ミューオン異常磁気モーメントの $\pi\pi$ チャンネルからの寄与 $a_\mu^{\pi\pi}$ を以下のように求めることができる。

$$a_\mu^{\pi\pi} = \frac{\alpha_0^2}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{m_\tau^2} \frac{v_-(s)}{s} K(s) ds \quad (7.2)$$

$$= \frac{\alpha_0^2}{\pi} \sum_i \frac{v_-(s_i)}{s_i} K(s_i) \Delta s_i \quad (7.3)$$

$$= \sum_i W_i n_i \quad (7.4)$$

ここで Δs_i は質量分布のビン幅 $\Delta s_i = 0.050 \text{ (GeV}/c^2)^2$ 、 n_i は i 番目のビンの質量分布の事象数、 W_i は i 番目のビンにかかる係数である。

式 (7.1) の $(1/N)(dN/ds)$ 以外のパラメタは、このスペクトラムの測定からは決められない外部パラメタである。本解析で用いたこれらのパラメタの値とその誤差を表 7.1 に示す。 m_τ 、 V_{ud} 、 B_e には PDG(2004)^[28] の値を採用した。電弱放射補正 S_{EW} には、 1.0233 ± 0.0006 を用いた。この値は、後で述べるアイソスピンの保存の破れ補正と無矛盾であるように求められた値である^[1, 33]。

$\pi^-\pi^0$ の崩壊分岐比 $B_{\pi\pi^0}$ には、

$$B_{\pi\pi^0} = (25.42 \pm 0.11)\% \quad (7.5)$$

を用いた。これは、本論文の結果 (第 4 章) と最近の ALEPH の $B_{\pi\pi^0}$ の測定の値を含め、Ref.^[17] に倣って¹世界平均をとることで得た値である。この新たな世界平均値を以下用いる。

表 7.1: 外部パラメタの値と $a_\mu^{\pi\pi}$ の外部系統誤差

| Source | Value | Relative error (%) | $\Delta a_\mu^{\pi\pi}$ (10^{-10}) | Reference |
|----------------|----------------------|--------------------|--|-----------|
| S_{EW} | 1.0233 ± 0.0006 | 0.06 | ± 0.32 | [1][33] |
| V_{ud} | 0.9734 ± 0.0008 | 0.08 | ± 0.42 | [28] |
| B_e | $(17.84 \pm 0.06)\%$ | 0.34 | ± 1.82 | [28] |
| $B_{\pi\pi^0}$ | $(25.42 \pm 0.11)\%$ | 0.43 | ± 2.30 | |
| Total external | | | ± 3.0 | |

$a_\mu^{\pi\pi}$ の誤差 $\Delta a_\mu^{\pi\pi}$ は分散行列の X_{ij} の非対角要素も含めて次式から求めた。

$$\Delta a_\mu^{\pi\pi} = \sum_{i,j} W_i X_{ij} W_j \quad (7.6)$$

以下、 $a_\mu^{\pi\pi}$ の値を求める積分領域を $\sqrt{s} = 0.50\text{--}1.80 \text{ GeV}/c^2$ とする。これは、閾値付近はバックグラウンドの見積もりやアクセプタンス補正の不定性が大きいのでその影響を避けるためである。

7.1.2 系統誤差の見積もり

$a_\mu^{\pi\pi}$ の結果を示す前に $a_\mu^{\pi\pi}$ の系統誤差について述べる。

$a_\mu^{\pi\pi}$ の系統誤差には、本解析では決められない外部パラメタからのものと、内部 (本測定) からのものがある。外部パラメタからの誤差を表 7.1 にまとめた。外部パラメタからの誤差では $B_{\pi\pi^0}$ の測定誤差 ($\Delta B_{\pi\pi^0}$) からのものが支配的であり、外部パラメタの項目からくる外部系統誤差は $\pm 3.0 \times 10^{-10}$ である。

本研究の質量スペクトラルの測定からくる内部系統誤差として検討した項目を表 7.2 に挙げる。

主な原因は (1) バックグラウンド (2) エネルギースケール、および (3) 検出効率の不定性からの寄与が考えられる。

¹統計に依る加重平均をとる方法

(1) 先に述べたように、 $\pi^{-}\pi^0$ サンプルのなかのバックグラウンドの 2 つの項目として、(i) $\tau^{-} \rightarrow h^{-}(n\pi^0)\nu_{\tau}$ や $\tau^{-} \rightarrow K^{-}\pi^0\nu_{\tau}$ 崩壊からのバックグラウンドと、(ii) $\tau^{+}\tau^{-}$ 対生成以外からのバックグラウンドがある。(i) の場合には、崩壊分岐比の不定性を誤差の見積もりに用い、 $\tau^{-} \rightarrow h^{-}(n\pi^0)\nu_{\tau}$ 崩壊から $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = \pm 0.09 \times 10^{-10}$ 、 $\tau^{-} \rightarrow K^{-}\pi^0\nu_{\tau}$ 崩壊からの寄与が $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = \pm 0.15 \times 10^{-10}$ であった。(ii) には、コントロールサンプルにより見積もったバックグラウンドの不定性の寄与が $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = \pm 0.11 \times 10^{-10}$ であった。 $\text{non-}\pi^0$ のバックグラウンドの差し引きの不定性は、シグナルとサイドバンド領域を変化させて決定した。

 表 7.2: $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の内部系統誤差

| 項目 | $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} \times 10^{-10}$ (0.50–1.80 GeV/ c^2) |
|---|--|
| バックグラウンド: | |
| non- τ ($e^{+}e^{-} \rightarrow \bar{q}q$) | ± 0.11 |
| feed-down $h(n\pi^0)\nu$ | ± 0.09 |
| feed-down $K^{-}\pi^0\nu$ | ± 0.15 |
| エネルギースケール | ± 0.10 |
| π^0/γ 選別 | ± 0.24 |
| γ ベト | ± 0.93 |
| 検出効率: | |
| π^0/γ | ± 0.35 |
| 荷電飛跡 | < 0.10 |
| 積分手順 | < 0.10 |
| 内部系統誤差 合計 | ± 1.04 |

π^0 検出効率の不定性からくる $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の誤差は $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = \pm 0.24 \times 10^{-10}$ である。また、 γ ベトの効果はベトのエネルギーを $\pm 100\text{MeV}$ 変動させて $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = \pm 0.93 \times 10^{-10}$ と見積もった。

以上、各々の誤差の 2 乗和をとることで、 $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の全内部系統誤差は $\pm 1.0 \times 10^{-10}$ と見積もった。

7.1.3 結果の安定性のチェック

最後に、 $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェックとして、サンプルをサブサンプルに分け、次のようなテストを行った。

- (1) サブサンプルとして、タグサイドが、例えば電子 1 個のものや飛跡 1 本または、3 本のものを用い、独立に $a_{\mu}^{\pi\pi}$ を測定した。その値は、上記のこれらサブサンプルの統計誤差内で一致した。

- (2) サブサンプルは、2000、2001、2002 年の各々の段階での結果を指す。これも、 $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の値を統計誤差内で一致した。
- (3) サンプルは、荷電粒子の飛跡と光子のクラスターとが重なり合った領域に影響を受けやすい。この影響を見積もるために、光子クラスターと飛跡の外挿との距離が 25 cm 以上離れているものの代わりに、40cm または 50 cm のもの、それぞれについて $a_{\mu}^{\pi\pi}$ を測定した。結果、得られた $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の変化は上で見積もった系統誤差の範囲内で一致した。

 表 7.3: $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (1)

| タグサイド のトポロジー | 統計誤差 | $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = a_{\mu}^{\pi\pi} - (a_{\mu})_{ref}$ $\times 10^{10}$ (0.50–1.80 GeV/ c^2) |
|-----------------|------------|--|
| 電子 1 つ | ± 1.80 | -1.06 |
| 荷電飛跡 1 本 | ± 0.76 | +0.73 |
| 荷電飛跡 3 本 | ± 2.20 | -0.83 |

 表 7.4: $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (2)

| 年度:実験番号 | 統計誤差 | $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = a_{\mu}^{\pi\pi} - (a_{\mu})_{ref}$ $\times 10^{10}$ (0.50–1.80 GeV/ c^2) |
|----------|------------|--|
| 2000. 9 | ± 2.78 | -1.82 |
| 2001. 11 | ± 2.11 | -1.08 |
| 2001. 13 | ± 1.67 | 0.35 |
| 2001. 15 | ± 1.58 | -0.35 |
| 2002. 17 | ± 1.73 | 0.38 |
| 2002. 19 | ± 1.21 | 0.54 |

 表 7.5: $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の安定性のチェック (3)

| 光子クラスターと 飛跡の外挿との距離 (cm) | $\Delta a_{\mu}^{\pi\pi} = a_{\mu}^{\pi\pi} - (a_{\mu})_{ref}$ $\times 10^{10}$ (0.50–1.80 GeV/ c^2) |
|----------------------------|--|
| 25 | 0 |
| 40 | -0.41 |
| 50 | -0.24 |

7.1.4 $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の結果

質量領域 $\sqrt{s} = 0.50\text{--}1.80$ GeV/ c^2 に対する $a_{\mu}^{\pi\pi}$ の結果は次のようになった。

$$a_{\mu}^{\pi\pi}[0.50, 1.80] = (464.4 \pm 0.6 (\text{stat.}) \pm 1.0 (\text{sys.}) \pm 3.0 (\text{sys. ext.}) \times 10^{-10},$$

ここで、初めの誤差は統計誤差を、2 番目の誤差と 3 番目の誤差は、内部からと外部からの系統誤差をそれぞれ表す。

$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ からの結果と比較するにはこの結果にアイソスピンの破れの補正を加える必要がある。ただ、どれだけのアイソスピンの補正が必要かについては良く分かっていない所もある。ここでは良く知られたアイソスピンの破れの効果、すなわち ρ - ω 干渉の効果と π^- と π^0 の質量差によるものを考慮し、その補正の大きさを、 $(-1.8 \pm 2.3) \times 10^{-10}$ と見積もった。ここで中心値は Ref.^[18] から得て、誤差は Ref.^[1] の表 5 の値を用いた。この補正を結果に適用し、次の結果を得た。

$$a_{\mu}^{\pi\pi}[0.50, 1.80] = (462.6 \pm 0.6 (\text{stat.}) \pm 3.2 (\text{sys.}) \pm 2.3 (\text{isospin})) \times 10^{-10}$$

ここで、初めの誤差は統計誤差、2 番目は系統誤差 (内部と外部の 2 乗和)、3 番目はアイソスピンの破れの補正からくる誤差である。

同じ積分領域での従来 of タウのデータ^[1] および e^+e^- 実験^[34] からの結果は以下のとおりである。

$$a_{\mu}^{\pi\pi}[0.50, 1.80] = (464.0 \pm 3.0 (\text{exp.}) \pm 2.3 (\text{isospin})) \times 10^{-10} \quad (\tau : \text{ALEPH, CLEO})$$

$$a_{\mu}^{\pi\pi}[0.50, 1.80] = (450.2 \pm 4.9 (\text{exp.}) \pm 1.6 (\text{rad.})) \times 10^{-10} \quad (e^+e^- : \text{CMD2, KLOE}).$$

初めの誤差には統計誤差と系統誤差の両方が 2 乗和で含まれている、 e^+e^- の実験結果の 2 番目の誤差は輻射補正に伴う誤差である。

今回の結果は、上に示したタウのデータ (ALEPH、CLEO) を用いた結果と良く一致しているが、 e^+e^- から得られたの結果よりは大きい値を示している。これは、 τ 崩壊で作られた 2π 系の質量スペクトラムと $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 反応の 2π 系には既知のアイソスピンの破れを補正しても違いが存在している事を示唆しており、本研究の結果はその原因のさらなる究明が重要であることを明白にした。

第8章 結果と考察

Belle 実験で収集したデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比、 $\pi^- \pi^0$ の質量スペクトラムを測定した。また、得られた質量スペクトラムを用いてミュオンの異常磁気モーメントの 2π 系のハドロン真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ を求めた。

使用したデータは、Belle 実験で 2000 年 10 月から 2002 年 3 月までに収集された 72.2/fb に相当する。観測された $\tau^+ \tau^-$ 対生成事象は 22.7×10^6 事象で、そのうち、 5.55×10^6 事象の $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象を得た。これは従来の実験の最も高い統計のデータ量の 17 倍に相当する。

本研究で測定した $\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$ と $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比は、

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{h\pi^0} &= (25.60 \pm 0.04(\text{stat.}) \pm 0.31(\text{sys.}))\% \\ \mathcal{B}_{\pi\pi^0} &= (25.15 \pm 0.04(\text{stat.}) \pm 0.31(\text{sys.}))\% \end{aligned}$$

である。この値は以前の実験結果と同程度の誤差であり、結果は誤差内で一致している。

次に、固有値分解法を用いて $\pi\pi^0$ の不変質量分布求め、得られた分布に対して Breit-Wigner 関数 (GS モデル) でフィットをし、 $\rho(770)$ 、 $\rho'(1450)$ 、 $\rho''(1700)$ に対する共鳴パラメータを決定した。特に、世界で初めて明確な ρ'' の共鳴状態の寄与を観測し、その質量や幅を決定した。

得られた $\pi^- \pi^0$ 不変質量分布を用い計算したミュオンの異常磁気モーメントの 2π 系のハドロンの真空偏極項 $a_\mu^{\pi\pi}$ の値は

$$a_\mu^{\pi\pi}[0.50, 1.80] = (462.6 \pm 0.6 (\text{stat.}) \pm 3.2 (\text{sys.}) \pm 2.3 (\text{isospin})) \times 10^{-10}$$

である今回の $a_\mu^{\pi\pi}$ の結果は、これまでの τ のデータを用いた結果と良く一致しているが、 e^+e^- から得られた結果よりは高い値を示している。本研究の結果は、 τ 崩壊で作られた 2π 系の質量スペクトラムと $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ 反応とには、既知のアイソスピンの破れを補正しても違いが存在している事を明白にした。

謝辞

本研究を行うにあたり、お世話になりました方々に紙面をお借りしてお礼申し上げます。

まず、このような素晴らしい国際的な実験に参加できる機会を与えてくださった、高エネルギー物理学研究室の野口先生、林井先生、宮林先生に深く感謝致します。

野口先生は、日頃から気にかけて下さり絶妙なタイミングで有益な助言をして下さいました。宮林先生には、高エネルギー物理学の基礎から丁寧に御指導いただきました。そして直接御指導いただきました林井先生には、解析手法のだけでなく、物理や解析の楽しさも教えて頂きました。本当にありがとうございました。

また、日頃の疑問や質問にいつも丁寧に答えて下さった片岡先輩、井本先輩を始めとする研究室の皆様、名古屋大学の方々、他の Belle Collaborator の方々に心から感謝致します。このの方々のおかげで、大変充実した研究生活を送ることができました。

最後に、私が充実した研究生活ができるよう支えて下さった全ての方々に感謝いたします。

参考文献

- [1] A. Höcker, M. Davier, S. Eidelman and Z. Zhang, Eur. phys. J. C **27**, 497 (2003).
- [2] D. Nomura, K. Hagiwara, A.D. Martin and T. Teubner, Phys. Lett. B **557**, 69 (2003).
- [3] M. Davier and A. Höcker, Phys. Lett. B **435**, 427 (1998).
- [4] G.W. Bennett *et al.* (Muon g 2 Collaboration), Phys. Rev. Lett. **92**, 161802 (2004).
- [5] M. Davier, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **144**, 250 (2005).
- [6] M. Kataoka, タウ粒子ハドロニック崩壊 ($\tau^- \rightarrow h^- \pi^0 \nu_\tau$) の崩壊分岐比の測定, Master's thesis, Nara Women's University (2002).
- [7] Y. Hirano, $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における $\pi^- \pi^0$ スペクトラル関数測定, Master's thesis, Nara Women's University (2003).
- [8] K. Matsuda, $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における $\pi^- \pi^0$ スペクトラル関数の測定, Master's thesis, Nara Women's University (2004).
- [9] S.Narison, QCD as a Theory of Hadrons (2004).
- [10] E.Peskin and V.Schroeder, An Introduction Quantum Field Theory (1995).
- [11] A. Czarnecki and W.J. Marciano, Phys. Rev. D **64**, 013014 (2001). hep-ph/0102122; A. Nyffeler, hep-ph/0305135 (unpublished); E. Rafael, hep-ph/0208251 (unpublished).
- [12] The definition of the weak spectral function(or form factor) used in this paper ($v_-(s)$) is different by $\sqrt{2}$ from the one ($v_-^w(s)$) used in the other literature: $v_-(s)^w = \sqrt{2}v_-(s) = \sqrt{2}v_0^{J=1}(s)$. See, for example, A.Z. Dubničkova, S. Dubnička and M.P. Rekaló, Czechoslovak Jour. Phys., **43**, 1057 (1993).
- [13] R.R Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collaboration), Phys. Lett. B **578**, 285 (2004).
- [14] R.R. Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collaboration), Phys. Lett. B **527**, 161 (2002).
- [15] A. Aloisio *et al.* (KLOE Collaboration), Phys. Lett. B **606**,12 (2005).
- [16] R. Barate *et al.* (ALEPH Collaboration), Z. Phys. C **76**, 15 (1997).

- [17] M. Davier, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **123**, 135 (2003).
- [18] S. Anderson *et al.* (CLEO Collaboration), Phys. Rev. D **61**, 112002 (2000).
- [19] BELLE Collaboration, BELLE Progress Report, (2000).
- [20] S. Jadach and Z. Was, KORALB (v2.4), Comp. Phys. Commun. **85**, 453 (1995).
64, 267 (1991);**36**,191 (1985).
- [21] J.H. Kühn, S. Jadach and Z. Was, Comp. Phys. Commun. **64**, 275 (1991). **70**, 69 (1992);**76**, 361 (1993).
- [22] S. Jadach *et al.*, Comp. Phys. Commun. **102**, 229 (1997).
- [23] Z. Was, S. Jadach and B.H.L. Ward, Comp. Phys. Commun. **130**, 260 (2000).
- [24] CLEO Collaboration, The QQ B meson decay event generator.
See <http://www.lns.cornell.edu/public/CLE0/soft/QQ>.
- [25] P.H. Daverveldt, F.A. Berends and R. Kleiss, Comp. Phys. Commun. **40**, 285 (1986).
- [26] hep-ph/0312240 (unpublished); Z. Was P. Golonka *et al.* and P. Golonka, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **144**, 88 (2005).
- [27] R. Brun *et al.*, GEANT 3.21, CERN Report No.DD/EE/84-1 (1987).
- [28] S. Eidelman *et al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. B **592**, 1 (2004).
- [29] S. Schael *et al.* (ALEPH Collaboration), Phys. Rep. **421**, 191 (2005).
- [30] A. Höcker and V. Kartvelishvili, Nucl. Instr. Meth. A **372**, 469 (1996).
- [31] G.J. Gounaris and J.J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. **21**, 244 (1968).
- [32] A. Stahl, Physics with Tau Leptons, Springer (1999).
- [33] G. Ecker, V. Cirigliano and H. Neufeld, Phys. Lett. B **513**, 361 (2001).
- [34] A. Höcker, M. Davier, S. Eidelman and Z. Zhang, Eur. phys. J. C **31**, 503 (2003).
- [35] G. D'Agostini, Nucl. Instr. Meth. A **362** (1995).
- [36] J. Schwinger, Phys. Rev. **73**, 416L (1948).
- [37] M. Passera, J. Phys. G **31**, R75 (2005). hep-ph/0411168.

付録A 固有値分解法 (SVD法)

A.1 はじめに

観測された不変質量分布には、その検出器の有限なアクセプタンスや分解能からの寄与がある。このため、観測された質量分布は実際の分布(真の分布)と同じではなく、いくぶん歪められている。よって、真の分布を得るには、これらの歪みを補正する必要がある。

この補正の手続き、すなわち、「観測された分布」から「真の分布」を求めることを一般に「unfolding」という。

unfoldingで真の質量分布を求めることは、高エネルギー実験にとって非常に重要なことである。しかしながら、unfoldingすることは一般的には難しくこれまでに様々な手法が提案されてきた。現在、確立されているunfoldingの方法としては、*CERN*で行われていた*ALEPH*実験で開発された‘固有値分解法 (Singular Value Decomposition)’^[30]や*DESY*実験で発展した‘Bayes theorem’法^[35]などがある。

本解析では、前者の‘固有値分解法 (Singular Value Decomposition 法)’を用いた。以下、その固有値分解法によるunfoldingの手法について説明する。

まず、真の分布、検出器の response matrix、観測によって得られた分布を、それぞれ

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{真の分布のベクター} & : \boldsymbol{x} (\boldsymbol{x} = x_1, \dots, x_n) \\ \text{検出器の response matrix} & : \boldsymbol{A} (\boldsymbol{A} = A_{11}, \dots, A_{mn}) \\ \text{観測された分布のベクター} & : \boldsymbol{b} (\boldsymbol{b} = b_1, \dots, b_m) \end{array} \right.$$

とおく¹。これらを使って3つの関係を表すと、

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \tag{A.1}$$

のようになる。数学的にはこの線形方程式の解は、

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b} \tag{A.2}$$

で与えられる。実際のunfoldingのとき問題となるのは、このような解を与える安定な逆行列が存在するかどうかである。もし、行列 \boldsymbol{A} が対角要素のみならば、逆行列は各要素の逆から簡単に求まり問題はない。問題は行列 \boldsymbol{A} に非対角要素があるときである。このときは、観測された分布 \boldsymbol{b} の統計的なふらつきが異常に拡大されて結果 \boldsymbol{x} へ影響するとい

¹検出器の response matrix は、「真の分布では、Bin,jであった事象が、観測された分布では Bin,iで再構成される確率」で与えられる。検出器の response matrix は、モンテカルロシミュレーションを用いて得られる。

うことが起こる。この理由のために、機械的に式 (A.1) のように、行列 A の逆行列をそのまま適用しても安定な解は得られない。SVD unfolding 法では、以下のようにして統計的に意味を持たない結果に対応する固有値を除く手法を導入することで、意味のある真の分布 x を求める手法をつかっている。

A.2 固有値分解法

まず、行列 A を

$$\begin{aligned} A &= USV^T \\ &= U \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{pmatrix} V^T \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

このように U 、 S 、 V の行列の積に分解する。ここで、 U と V は直行列²、 S はその対角要素に、行列の A の固有値 s_i を持つ対角行列である。固有値の順序は大きい順

$$s_i \geq s_{i+1} \quad (\text{A.4})$$

となっている。この順に並べることが重要であり、これは後から統計的に意味のない所を除くために使う。式 (A.3) を使い、式 (A.1) を表すと、

$$USV^T x = b \quad (\text{A.5})$$

となる。これを变形して、

$$SV^T x = U^T b \quad (\text{A.6})$$

ここで、 x と b を回転させた系で考えることにする。

$$\begin{cases} \text{真の分布 } x \text{ を回転させた系} & Z = V^T x \\ \text{観測された分布 } b \text{ を回転させた系} & d = U^T b \end{cases}$$

上の回転させた系を用いると、

$$SZ = d \quad (\text{A.7})$$

となる。 S は対角行列であるので、ベクター Z の成分 Z_i は以下のように与えられる。

$$Z_i = \frac{d_i}{s_i} \quad (\text{A.8})$$

式 (A.8) から明らかなように、 s_i が小さく、その大きさが統計によるふらつきと同程度のときは、その統計誤差が拡大されてしまう。固有値分解法では、このような小さな固有値

² $UU^T = U^T U = I$

の影響を除くために 'cut off parameter τ ' を導入し、式 (A.8) を

$$z_i = \frac{d_i s_i}{s_i^2 + \tau} \quad (\text{A.9})$$

と定義し直す。ここで、

$$\tau = s_k^2 \quad (\text{A.10})$$

であり、 k は「データとして意味のあるところと、統計的に意味のないところを区別するための値」であり、「response matrix A のランク k 」とする。

行列のランク k はそれ自身の統計誤差、 σ_{d_i} と等しくなる

$$\frac{d_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \quad (\text{A.11})$$

ところの i をその行列のランク k とする。

τ が小さすぎるとき (k が大きすぎるとき) は求めた分布 x は大きく振動し意味のない分布になる。逆に、 τ が大きすぎるとき (k が小さすぎるとき) では求めた分布 x は物理的に重要な情報を欠いた分布になる (図 A.1)。そのため行列のランク k の決定は非常に重要である。

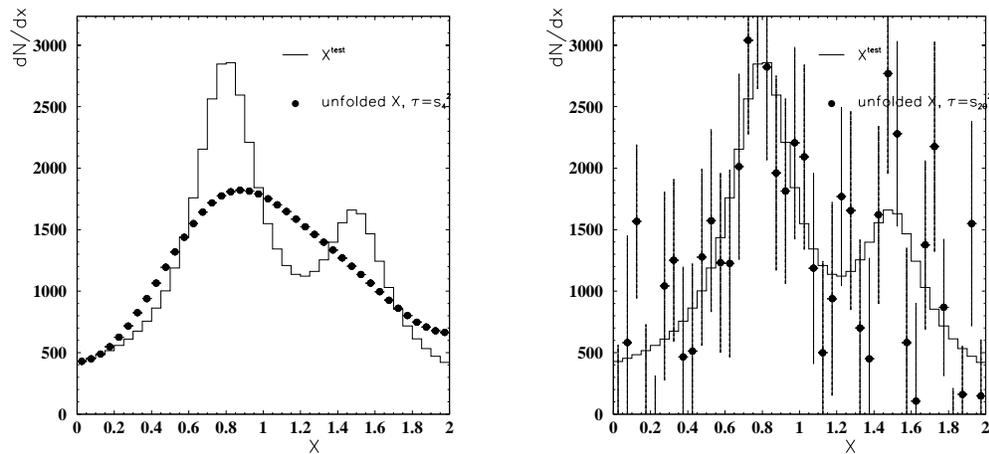


図 A.1: 左は $k = 4$ のときのアンフォールド後の結果 (プロット) と真の分布 (ヒストグラム) との比較、右は $k = 20$ のときのアンフォールド後の結果 (プロット) と真の分布 (ヒストグラム) との比較である。 k が小さいと分布はスミアされてしまい、真の分布が再現できていない。また k の違いにより分布が異なる事が分かる。

実際の SVD unfolding では、単にランク k で有意義なデータとそうでない物を分け、統計的に意味を持たないと判断されたデータを一切使用しないのではなく、式 (A.10) で分かるように「意味がないと判断された範囲のデータについては、データの重み (weight) を減らす」という形で、なめらかにカットを入れている。

A.3 簡単な例

ここでは 2 行 2 列の最も簡単な場合を例にとって、アクセプタンス行列 A の逆行列 A^{-1} にどのような問題が起こるかについて説明する。検出器の効果を表すアクセプタンス行列 A を用いて測定された分布 $\mathbf{b} = \{b_i\} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ と真の分布 $\mathbf{x} = \{x_j\} = (x_1, \dots, x_m)$ ($m \leq n$) は

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (\text{A.12})$$

という固有値方程式の形で関係づけられている。

今最も簡単な例として、アクセプタンス行列 A が

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & 1 - \epsilon \\ 1 - \epsilon & 1 + \epsilon \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

のような形をしている場合を考える。

ここで ϵ は $0 \leq \epsilon \leq 1$ であり、検出器の性質を決めるパラメタである。例えば $\epsilon = 1$ ならば、 A は

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

となり理想的な検出器を意味する。一方 $\epsilon \ll 1$ のように小さくなればなるほど検出効率の悪い検出器であることを表す。例えば $\epsilon = 0$ ならば、 A は

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

となり、各ピンの区別がつかない非常に分解能の悪い検出器に対応する。

固有値分解法 (SVD) を用いて、行列 A は次のように分解できる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (\text{A.16})$$

ここで直行列 U と V は

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

である。行列 A の固有値は $s_1 = 1$ と $s_2 = \epsilon$ である。

ここで \mathbf{b} は観測されたイベントの数

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

を用いて、前節にしたがって U 、 V の回転した系でのベクター \mathbf{z} と \mathbf{d} を定義すると、

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}^T \mathbf{x} \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{U}^T \mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} b_1 + b_2 & b_1 - b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

固有値方程式 A.12 は、

$$S\mathbf{z} = \mathbf{d} \quad (\text{A.21})$$

となる。行列 S は対角行列なので、この固有値方程式は簡単に解くことが出来、

$$\mathbf{z} = S^{-1}\mathbf{d} \quad \text{ここで} \quad S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

となる。求めたいベクトル \mathbf{x} は、 \mathbf{z} を用いて

$$\mathbf{x} = V\mathbf{z} = VS^{-1}\mathbf{d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} b_1 + b_2 \\ b_1 - b_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$= \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

のように与えられる。

式 (A.24) は (ϵ が有限のときの) 式 (A.12) の正確な解である。しかし、第 2 項が

$$\frac{b_1 - b_2}{2\epsilon}$$

であることに注目してもらいたい。この差 $b_1 - b_2$ が統計の範囲内 ($|b_1 - b_2| < \sqrt{b_1 - b_2}$) であったとき、差 $b_1 - b_2$ は単なる統計的なふらつきで意味はないが ϵ が小さくなるとこの項がだんだん大きくなり、統計的に意味のある第 1 項より大きくなるということが起こる。これが図 A.1 の右図に見られる振動の原因である。このような場合には、この項、すなわち固有値の $s_2 = \epsilon$ を除いた結果

$$\mathbf{x} = \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

の方が物理的に意味のある結果となっている。

付録B ミューオン異常磁気モーメントの標準理論による計算の現状

本章では、ミューオンの異常磁気モーメントの標準理論による計算の現状について概観する。

1948年にシュウィンガーが、ミューオン異常磁気モーメント $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$ への QED の寄与を計算した^[36]。

$$a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} = 1.2 \times 10^{-3} \quad (0.12\%)$$

この大きさは電子の異常磁気モーメントとも共通である。これが a_μ の計算の最も初期の結果であり、これにより、電磁量子力学 (QED) の確かさが実証された記念碑的な計算である。

a_μ の理論値は、一般に電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用から来るものの3つの和として書く事ができる。

$$a_\mu^{\text{theory}} = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{hadron}} \quad (\text{B.1})$$

これらの項それぞれの計算の現状について以下にまとめる。最新のレビューは参考文献^[37]にまとめられている。

B.1 QED の補正項 a_μ^{QED}

電子 (質量 m_e)、 τ 粒子 (質量 m_τ) の影響を採り入れると、QED による値は次のように書ける。

$$a_\mu(\text{QED}) = A_1 + A_2(m_\mu/m_e) + A_2(m_\mu/m_\tau) + A_3(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) \quad (\text{B.2})$$

関数 A_i は、 α/π の巾級数に展開すると、

$$A_i = A_i^{(2)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + A_i^{(4)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + A_i^{(6)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + A_i^{(8)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + A_i^{(10)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \quad (\text{B.3})$$

展開係数 A_i^n は、すべての i と n について有限な値を持つことが QED のくりこみ可能性に依って保証される。

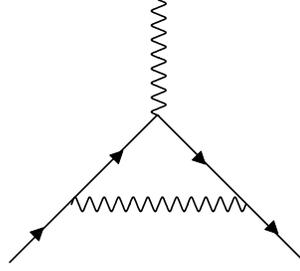


図 B.1: a_μ^{QED} 項の代表的なダイアグラム

1 ループ

$A_1^{(2)}$ は、図 B.1 についてシュウィンガーが解析的に得た値である。 $A_1^{(2)} = 1/2(A_2^{(2)} = A_3^{(2)} = 0)$ これが、この理論の発展の始まりとなった。1ループの寄与は、電子の異常磁気モーメントと共通である。

2 ループ

2ループの寄与は、解析的に値が求められ知られている。

$$A_1^{(4)} = \frac{197}{144} + \left(\frac{1}{2} - 3\ln 2\right) \zeta(2) + \frac{3}{4} \zeta(3) \quad (\text{B.4})$$

$$= -0.3284789\dots \quad (\text{B.5})$$

ここで ζ は、リーマンのゼータ関数である。

$A_2^{(4)}$ は、電子および τ 粒子の真空偏極の寄与によるものである。

$$A_2^{(4)}(m_\mu/m_e) = 1.094\ 258\ 3111(84) \quad (\text{B.6})$$

$$A_2^{(4)}(m_\mu/m_\tau) = 0.000\ 078\ 064(25) \quad (\text{B.7})$$

この誤差は、ミューオンの質量、 τ 粒子の質量の測定誤差のみから来る。

3 ループ

この寄与も解析的に値が求められている。

$A_1^{(6)}$ は、72個のファインマンダイアグラム図から得られる。このほとんどが解析的に答えが得られている。

$$A_1^{(6)} = 0.517\ 479\ 061\ 674\dots \quad (\text{B.8})$$

$$A_2^{(6)}(m_\mu/m_e) = 22.868\ 380\ 02(20) \quad (\text{B.9})$$

$$A_2^{(6)}(m_\mu/m_\tau) = 0.000\ 360\ 51(21) \quad (\text{B.10})$$

$$A_3^{(6)}(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) = 0.000\ 527\ 66 \quad (\text{B.11})$$

4 ループ

891 個ものファインマンダイアグラムの寄与がある。

$$A_1^{(8)} = -1.7093(42) \quad (\text{B.12})$$

$$A_2^{(8)}(m_\mu/m_e) = 132.6823(72) \quad (\text{B.13})$$

$$A_3^{(8)}(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) = 0.037\,594(83) \quad (\text{B.14})$$

5 ループ

9080 個ものファインマンダイアグラムの寄与があり、精度を高めるための計算が現在も進行している。

a_μ^{QED} の値

以上の結果を総合して得られた a_μ^{QED} の値は、

$$a_\mu^{\text{QED}} = 116\,584\,718.8(0.3)(0.4) \times 10^{-11} \quad (\text{B.15})$$

である。始めの誤差は、理論の近似によるもの ($O(5)$ の不定性で決まっており)、2 番目の誤差は、微細構造定数 α の測定値の不定性¹ からきたものである。

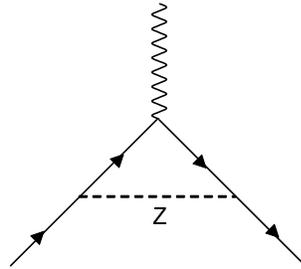
B.2 電弱の補正項 a_μ^{EW} 

図 B.2: a_μ^{EW} 項の代表的なダイアグラム

a_μ の電弱の補正項には B.2 のようなダイアグラムの寄与が考えられ、またその寄与は、QED の効果との関連で、 $(m_\mu/M_W)^2$ の因数によって抑制される。

¹最近の CODATA による値 $\alpha^{-1} = 137.035\,999\,11(46)$ を用いた。

1 ループ

$$a_{\mu}^{\text{EW}}(1\text{loop}) = \frac{5G_{\mu}m_{\mu}^2}{24\sqrt{2}\pi^2} \left[1 + \frac{1}{5}(1 - 4\sin^2\theta_W)^2 + O(m_{\mu}^2/M_{Z,W,H}^2) \right] \quad (\text{B.16})$$

$$= 194.8 \times 10^{-11} \quad (\text{B.17})$$

$G_{\mu} = 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ $\sin^2\theta_W = 1 - M_W^2/M_Z^2$ M_Z^2 、 M_W^2 、 M_H^2 は、それぞれ Z-boson、W-boson、Higgs の質量。

2 ループ

$\ln(M_{Z,W}/m_f)$ の項のせいで無視することができない。ここで M_f は重い fermion の質量。

$$a_{\mu}^{\text{EW}}(2\text{loop}) = -42.3(2.0)(1.8) \times 10^{-11} \quad (\text{B.18})$$

3 ループ

この効果はまだ分かっていない。この寄与は、ログリズミックなので非常に小さいと考えられる。

a_{μ}^{EW} の値

$$a_{\mu}^{\text{EW}} = 154(1)(2) \times 10^{-11} \quad (\text{B.19})$$

B.3 ハドロンの補正項 a_{μ}^{hadron}

ハドロンの補正項は、強い相互作用をする粒子を仮想的につくり出すハドロニックな寄与が含まれる項であり、理論に最も大きな不定性をもたしている項である。比較的低エネルギー領域でのハドロンの真空偏極による項 ($a_{\mu}^{\text{had,LO}}$)、高いエネルギー領域でのハドロンの真空偏極による項 ($a_{\mu}^{\text{had,HO}}$)、4個の光子の間の光子光子散乱による項 ($a_{\mu}^{\text{had,LBL}}$)

$$a_{\mu}^{\text{hadron}} = a_{\mu}^{\text{had,LO}} + a_{\mu}^{\text{had,HO}} + a_{\mu}^{\text{had,LBL}} \quad (\text{B.20})$$

$a_{\mu}^{\text{had,LO}}$ 項について

2章でも述べたが、 e^+e^- 反応や $\tau \rightarrow 2\pi\nu_{\tau}$ $\tau \rightarrow 4\pi\nu_{\tau}$ などの実験データを用いて理論計算がなされる。ダイアグラムは図 B.3。

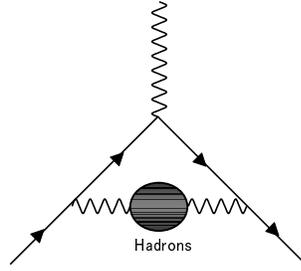


図 B.3: $a_{\mu}^{had,LO}$ 項の代表的な
ダイアグラム

$$a_{\mu}^{had,LO}(e^{+}e^{-}) = 6944(48)_{exp}(10)_{rad} \times 10^{-11} \quad (B.21)$$

$$a_{\mu}^{had,LO}(\tau) = 7110(50)_{exp}(8)_{rad}(28)_{SU(2)} \times 10^{-11} \quad (B.22)$$

$$a_{\mu}^{had,LO}(e^{+}e^{-}, \tau) = 7027(47)(10) \times 10^{-11} \quad (B.23)$$

$$(B.24)$$

この項の見積もりが本解析の大きなテーマである。

$a_{\mu}^{had,HO}$ 項について

$a_{\mu}^{had,LO}$ 項よりも高次のものの寄与を考える。ダイアグラムは図 B.4 のようなものが考えられる。その大きさは、 $a_{\mu}^{had,LO}$ 項の 1/100 程度である。

$$a_{\mu}^{had,HO}(e^{+}e^{-}) = -101(1) \times 10^{-11} \quad (B.25)$$

$$a_{\mu}^{had,HO}(\tau) = -97.9(0.9)_{exp}(0.3)_{rad} \times 10^{-11} \quad (B.26)$$

$a_{\mu}^{had,LBL}$ 項について

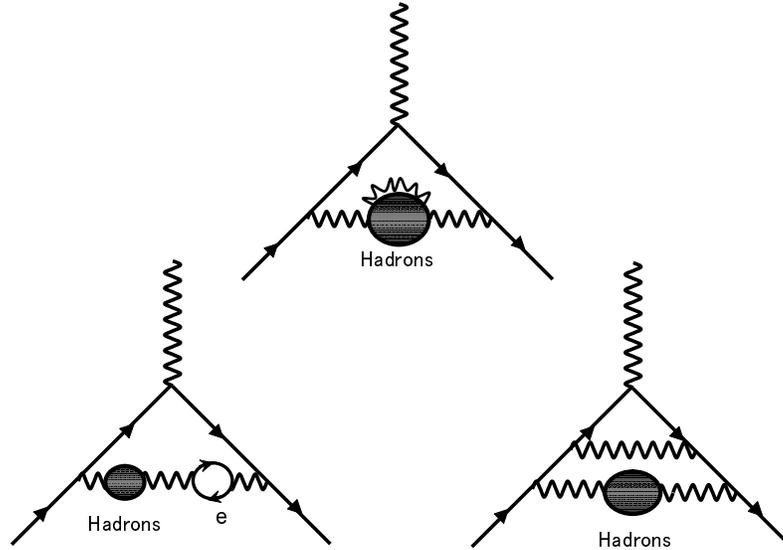
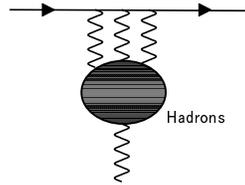
LBL は light-by-light のことであり、二光子散乱のデータを用いる。ダイアグラムは図 B.3 で与えられる。色々な見積もりがある。以下にその代表的な値を与える。

$$a_{\mu}^{had,LBL} = 80(40) \times 10^{-11} \quad (B.27)$$

$$a_{\mu}^{had,LBL} = 136(25) \times 10^{-11} \quad (B.28)$$

B.4 新しい物理の効果—超対称性粒子の場合

標準理論と差があるということは、そこに新しい物理の寄与があるかもしれない。様々な理論の効果が計算されているが、その中でも一番有力である超対称性粒子の場合を紹介する^[11]。


 図 B.4: $a_\mu^{had,HO}$ 項の代表的なダイアグラム

 図 B.5: $a_\mu^{had,LBL}$ 項の代表的なダイアグラム

もし超対称性粒子 (SUSY) が存在するならば、B.6 ようなダイアグラムの寄与が予想される。

この寄与は次の式で与えられる。

$$|a_\mu^{\text{SUSY}}| \sim \frac{\alpha(M_Z)}{8\pi\sin^2\theta_W} \frac{m_\mu^2}{\tilde{m}^2} \tan\beta \left(1 - \frac{4\alpha}{\pi} \ln \frac{\tilde{m}}{m_\mu} \right) \quad (\text{B.29})$$

ここで $\tilde{m} = M_{\text{SUSY}}$ は典型的な超対称性粒子の質量、 $\tan\beta$ は $\tan\beta \equiv \langle \Phi_2 \rangle / \langle \Phi_1 \rangle$ で与えられる、超対称性理論には良く使われているパラメタの一つである。

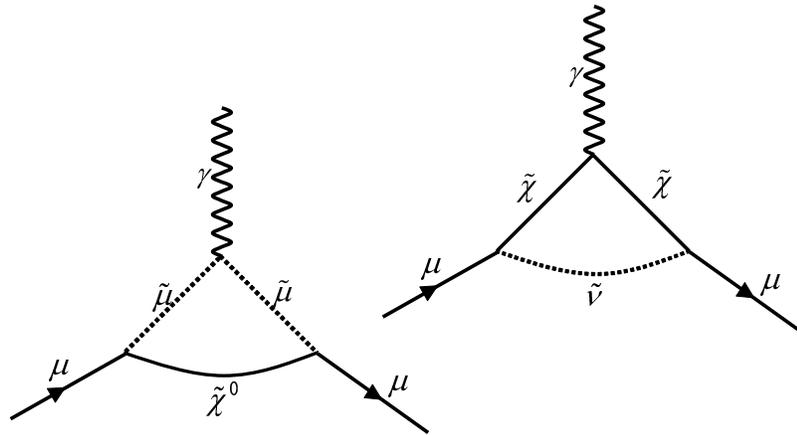


図 B.6: 新しい物理の効果の代表的なダイアグラム

具体的な値を代入すると、

$$|a_{\mu}^{\text{SUSY}}| \sim 130 \times 10^{-11} \left(\frac{100 \text{ GeV}}{\tilde{m}} \right)^2 \tan \beta \quad (\text{B.30})$$

となる。すなわち現在、測定されている a_{μ} の実験と理論との差は超対称性粒子の質量が数 100 GeV であれば十分説明できる範囲であり、非常に興味深い。

付録C A High Statistics Study of the Decay $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$

本論文の内容を記載し投稿したプレプリントを付録とする。