2002 年度 修士学位論文

$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における $\pi^-\pi^0$ スペクトラル関数 測定

奈良女子大学大学院人間文化研究科
物理科学専攻 高エネルギー物理学研究室
平野　有希子

2003 年 2 月 5 日

目 次

第 1 章　序論 **1**

第 2 章　$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊に関する物理 **5**
2.1　タウ の物理 5
2.1.1　タウ (τ) レプトン 5
2.1.2　$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特性 7
2.2　ミューオンの異常磁気モーメント : $g-2$ 8
2.3　スペクトラル関数 ($v^{\pi\pi^0(s)}$) 12
2.4　$g-2$: これまでの理論値と実験値の比較 13

第 3 章　Belle 実験装置 **15**
3.1　KEKB 加速器 15
3.2　Belle 検出器 18
3.2.1　粒子崩壊点測定器 (SVD;Silicon Vertex Detecter) 21
3.2.2　中央飛跡検出器 (CDC;Central Drift Chamber) 21
3.2.3　エアロジェルチェレンコフカウンター
(ACC;Aerogel $\check{C}$erenkov Counter) 23
3.2.4　飛行時間測定器 (TOF;Time of Flight) 25
3.2.5　電磁カロリーメータ (ECL;Electromagnetic Calorimeter) 25
3.2.6　K_L,μ 粒子検出器 (KLM) 28
3.2.7　Belle トリガーシステム 28
3.2.8　データ収集システム (DAQ) 30

第 4 章　事象選別 **31**
4.1　解析に用いたデータ 31
4.2　$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象選別 31
4.2.1　τ-pair 事象選別 1 (tau skim) 34
4.2.2　τ-pair 事象選別 2 35
4.3　$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象選別 39
4.3.1　π^0 の再構成 42
4.3.2　$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別 42
4.3.3　$\pi^-\pi^0$ の不変質量分布 ($M^2_{\pi^\pm\pi^0}$) 47

第 5 章　$\pi^-\pi^0$ スペクトラル関数 測定 **57**
5.1　unfolding 57
5.2　SVD unfolding プログラムのテスト 60
5.2.1　unfolding のテストに用いたデータ 60
5.2.2　unfolding プログラムに対するテストの結果 62
5.2.3　unfolding で得られた分布の fit と真の分布との比較 62
5.3　データを用いた $\pi\pi^0$ の不変質量分布 $((M_{\pi\pi^0})^2)$ の unfolding 67
5.3.1　unfolding に使用したデータ 67
5.3.2　Breit-Wigner 関数の定義 72
5.3.3　unfolding の結果得られた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布と Breit-Wigner による fit 75
5.4　スペクトラル関数とパイオンの構造因子 分布 79
5.4.1　スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$ 79
5.4.2　パイオンの構造因子 $(|F_\pi|^2)$ 82
5.5　ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 $(a_\mu^{had,LO})$ 82

第 6 章　結果と考察 **85**

付 録 A 解析における補足 **87**
A.1　事象選別に関する補足 87

付 録 B　SVD unfolding **89**
B.1　簡単な例 89
B.2　SVD unfolding における smoothing(regularization) 90
B.3　unfolding に関する分布 92
B.3.1　SVD unfolding のテスト 92
B.3.2　データの unfolding 93

付 録 C 誤差の取り扱い **95**
C.1　fitting における誤差と χ^2 の取り扱い 95
C.2　ハドロン真空偏極項 $(a_\mu^{\pi\pi})$ を求める際の誤差の取り扱い 97
C.3　fitting に用いた変数間の相関関係 98

付 録 D 崩壊分岐比 **99**

付 録 E　他の実験 **103**

図 目 次

2.1 τ におけるハドロニックな崩壊 8
2.2 ミューオンの異常磁気モーメントファインマン図 10
2.3 ハドロンの真空偏極と e^+e^- 衝突のデータとの関係 10
2.4 e^+e^- のデータとタウ粒子のハドロニックな崩壊 11

3.1 KEKB 加速器 16
3.2 KEKB 加速器のルミノシティ 17
3.3 Belle 測定器 18
3.4 Belle 測定器の構造 20
3.5 SVD の構造 21
3.6 エネルギー損失 22
3.7 CDC の構造 23
3.8 ACC の構造 24
3.9 ACC カウンターモジュールの構造 24
3.10 CsI(Tl) カウンター 26
3.11 ECL の断面図 27
3.12 シャワーの再構成 28
3.13 Belle トリガーシステム 29
3.14 DAQ システム 30

4.1 事象選別の流れ 32
4.2 Missing Mass 37
4.3 Missing Mass と Missing Angle の 2 次元 plot 38
4.4 アコプナリティ角 39
4.5 τ-pair 事象の例 (x-z 平面) 40
4.6 τ-pair 事象の例 (x-y 平面) 41
4.7 各運動量における光子 2 つの分解能 43
4.8 事象の半球図 43
4.9 π^0 シグナル分布 46
4.10 π^0 シグナル分布 (log) 47
4.11 シグナル領域とサイドバンド領域における $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 48
4.12 モンテカルロにおける、シグナル領域とサイドバンド領域の $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 49

4.13 π^0 の運動量分布 50
4.14 π^0 の運動量分布の $R = \frac{Data}{MC} - 1$ plot 50
4.15 π^- の運動量分布図 51
4.16 π^0 の運動量分布の $R = \frac{Data}{MC} - 1$ plot 51
4.17 π^0 運動量ごとの $S_{\gamma\gamma}$ 図 52
4.18 $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 54
4.19 $\pi^{\pm}\pi^0$ の質量ごとの $S_{\gamma\gamma}$ 図 55

5.1 unfolding の流れ 61
5.2 SVD unfolding のテストにおける $log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ 図 63
5.3 SVD unfolding のテストにおいて得られた分布 64
5.4 $\boldsymbol{X}^{test} - \boldsymbol{X}^{unfold}$ 図 64
5.5 unfolding において cutoff 変数が小さすぎる場合の分布 65
5.6 cutoff 変数が小さすぎる場合の $\boldsymbol{X}^{test} - \boldsymbol{X}^{unfold}$ 図 65
5.7 unfolding において cutoff 変数が大きすぎる場合の分布 65
5.8 cutoff 変数が小さすぎる場合の $\boldsymbol{X}^{test} - \boldsymbol{X}^{unfold}$ 図 65
5.9 unfolding した分布を BW(K&S モデル) で fit した図 66
5.10 $\tau \to \pi\pi^0\nu$ 崩壊のモンテカルロをでの $(M_{\pi\pi^0})^2|_{generate}$ $.VS.$ $(M_{\pi\pi^0})^2|_{observed}$ plot. 69
5.11 モンテカルロで見積もった $(M_{\pi\pi^0})^2$ の範囲ごとアクセプタンス 70
5.12 モンテカルロから得た (X_{ini}) 分布 71
5.13 $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 (Bin 幅は $0.05(GeV)^2$) 71
5.14 $log|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}|$ 図 76
5.15 unfolding の結果得られた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布。(K&S モデルによる fit) 77
5.16 unfolding の結果得られた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布。(G&S モデルによる fit) 78
5.17 スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$ 分布 81
5.18 パイオンの構造因子 $(|F_\pi|^2)$ 分布 83

A.1 MC において $m_\rho = 775.3\ MeV$ を用いた場合の $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 87
A.2 $(M_{\pi\pi^0})^2$ の $\frac{DATA}{MC} - 1$ plot 87
A.3 MC において $m_\rho = 769.3\ MeV$ を用いた場合の $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 88
A.4 $(M_{\pi\pi^0})^2$ の $\frac{DATA}{MC} - 1$ plot 88

B.1 SVD unfolding のテストにおける singlar value s_i 分布 92
B.2 SVD unfolding のテストにおける χ^2 分布 92
B.3 SVD unfolding のテストにおける χ^2 分布 92
B.4 response matrix 分布 (event) 93
B.5 response matrix 分布 (確率) 93
B.6 singlar value s_i 分布 93

C.1 本解析で用いた error matrix の逆行列 96
C.2 本解析で用いた error matrix 97

表 目 次

2.1 相互作用一覧表 5
2.2 タウ粒子の崩壊モード一覧表 6
2.3 式 2.17 の中で使われている値 14

3.1 KEKB 加速器のパラメーター 16
3.2 Belle 検出器のパラメータ 19
3.3 $10^{34}_{cm^{-2}s^{-1}}$ のルミノシティーにおける各事象の断面積とトリガー頻度 . . . 29

4.1 シミュレーション使用プログラム 33
4.2 τ-pair 事象選別条件 39
4.3 $\tau^{\pm} \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象選別 45
4.4 MC における ρ , $\rho^{'}$ の値 53

5.1 unfolding のテストにおける fit の結果 63
5.2 unfolding で得られた質量分布を fit した結果 79
5.3 fit で得られた結果について他の実験との比較 80
5.4 スペクトラル関数の中で使われる値 80

D.1 崩壊分岐比の系統誤差 101

E.1 他の実験との比較 103

第1章　序論

現在、様々な素粒子現象を記述する理論として標準模型と呼ばれる理論が大きな成功をおさめている。標準理論は、素粒子として知られているクォークやレプトン間に働く 3 つの力 (強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用) の記述をもとにしており、多くの素粒子現象を精度よく説明する理論として知られている。しかしながら、標準理論の中ではゼロとされていたニュートリノの質量が存在する強い証拠が最近観測されるなど、標準理論を越える現象が報告され始めている。標準理論のより精密な検証と、それを越える物理を探求することは高エネルギー物理学の重要な課題である。
ニュートリノの質量に代表されるような素粒子の質量の起源の問題とともに、素粒子物理学の大きな謎として残っている問題の一つに粒子 · 反粒子間の対称性の破れ、すなわち CP 対称性の破れの問題がある。この CP 対称性の破れは長い間中性 K 中間子系においてのみ観測されていた。しかしながら、素粒子の標準模型の枠内に組み込まれている小林 · 益川理論によれば、第 3 世代の重いクォークである b クォークを含む B 中間子系において、大きな CP 対称性の破れがあることが期待されている。

この B 中間子系での CP 対称性の破れを観測し、小林 · 益川理論の検証を目的として建設されたのが、高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の電子・陽電子衝突型加速器、KEKB 加速器と、その衝突点に設置された大型検出器、Belle 検出器である。KEKB 加速器は、大量の B 中間子 · 反 B 中間子の生成を実現するために、非常に強いビーム強度を実現するように設計された加速器である。2002 年現在、 本加速器は衝突型加速器として世界最強のルミノシティ (ビーム強度) $\mathcal{L} = 8 \times 10^{33}\ cm^{-2}sec$ を達成している。この量は年間に約 10^8 個の B 中間子 · 反 B 中間子を作ることに相当する。このように B 中間子 · 反 B 中間子を工場の様に大量に作り出すことから、KEKB 加速器は B-ファクトリーとも呼ばれている。2002 年夏には、検出した 8500 万個の B 中間子と反 B 中間子の崩壊データを基に、両者の崩壊にはわずかな違いが存在し、B 中間子系において CP 対称性の破れがたしかに見られることを本実験においてはじめて確認することに成功した。

KEKB 加速器では、同時に $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応を通じて非常に高統計 (10^8 個 / 年) のタウ (τ) 粒子を得ることができる。ここで生成されるタウ粒子の量は、従来の加速器で得られたタウ粒子の数より、2 桁ほど多い量であり、KEKB は B-ファクトリーであると同時に、タウ粒子を多量に作り出す τ-ファクトリーとしても重要なものである。
多量のタウ粒子を用いて Belle 実験では これまでに、レプトン系における CP 非保存現象の探索 [25][36] や、$\tau \to \mu\gamma$, $\tau \to lK_s$ のようにレプトン数保存則を破る崩壊の探索など、

標準理論を越える物理現象の研究が進められている。

本論文では、Belle 検出器が収集した多量のタウ粒子対事象を用いて、様々なタウ粒子の崩壊の中で特にタウ粒子が 2π のハドロン系へ崩壊する

$$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau \tag{1.1}$$

過程に関する解析結果について報告する。

一般に、タウ粒子がハドロンの崩壊する崩壊分岐比やその終状態のハドロンの質量分布に関する実験データは、低いエネルギー領域のハドロン状態を記述する基礎的なデータとして非常に重要である。特にそれは、第 2 章でも述べるように、ミュー (μ) 粒子の異常磁気モーメント ($g-2$) の理論的計算や強い相互作用の結合定数 α_s の決定に大きな貢献をしてきた。

今回の解析では、$\pi\pi^0$ 系の質量分布を精度よく求めることによって、特にミュー粒子の異常磁気モーメント $g-2$ の計算に必要な精度の高い $\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数を提供することが目的である。これは $g-2$ の理論計算に大きく寄与するもので、「標準理論」の精密な検証に重要な役割を果たしている。

ミュー粒子の異常磁気モーメント $g-2$ の最新の最も精度の高い実験結果は、2002 年 9 月に、ブルックヘブン国立研究所 (BNL) で行われた $E821$ 実験より報告されており [2]、その測定結果は

$$a_\mu^{exp} = (11659203 \pm 8) \times 10^{10} \tag{1.2}$$

となっている。

一方 $g-2$ の理論計算については、2003 年 1 月に、M. Davier、S. Eidelman らによって報告された [6]。詳しくは第 2 章でのべることとし、結果のみを書くと式 1.2 の BNL の測定結果と比較した結果は、

$$\begin{cases} e^+e^- \text{のデータを用いた場合} & \cdots (11659169.3 \pm 7.0 \pm 3.5 \pm 0.4) \times 10^{-10}\ (3.0\sigma) \\ \tau \text{のデータを用いた場合} & \cdots (11659193.6 \pm 5.9 \pm 3.5 \pm 0.4) \times 10^{-10}\ (0.9\sigma) \end{cases} \tag{1.3}$$

というものである。この結果は、τ のデータを用いた場合は理論値と実験値は一致しているのに対し、e^+e^- のデータを用いた場合では、わずかに違いが見られることを示している。

$g-2$ の理論計算で、最も不定性を持つ部分は、強い相互作用をする粒子を仮想的に作り出すハドロニックな部分を含んだ補正項 (ハドロンの真空偏極項) の計算である。この項について純粋な理論計算をすることは現時点では不可能であり、実験的に測定されたデータを用いて補正項が計算されている。実験データとしては、1GeV 以下の $e^+e^- \to$ ハドロ

ン 反応の生成断面積やタウレプトンのハドロンを含む崩壊 (セミレプトニック崩壊) 過程である $\tau^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\nu_{\tau}$ 崩壊から得られるスペクトル関数が用いられている。

スペクトラル関数は、$\tau^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\nu_{\tau}$ の崩壊分岐比と $\pi^{\pm}\pi^{0}$ 系の質量分布の積によって表せるため、この 2 つの値を精密に測定することが重要である。Belle 実験のデータを用いた $\tau^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\nu_{\tau}$ 崩壊の崩壊分岐比の測定に関する報告が片岡真由子によって行われている [35]。本論文では、その解析を継承しさらに $\pi^{\pm}\pi^{0}$ 系の質量分布に関する詳しい研究結果を報告する。

以下、第 2 章では 理論的な背景として、タウ粒子と $\tau^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\nu_{\tau}$ 崩壊に関する物理にふれ、その後、タウの実験データとミュー粒子異常磁気モーメント $g-2$ の理論計算との関係について述べる。第 3 章では 今回の解析に用いた実験データを収集した KEKB 加速器と Belle 検出器の紹介を行う。続いて実際の解析として、第 4 章では $\tau^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\nu_{\tau}$ 崩壊を選ぶために用いた事象選別について述べ、第 5 章では $\pi^{\pm}\pi^{0}$ 系の質量分布の測定とスペクトル関数の測定について報告する。最後に第 6 章では まとめと考察を行う。

第2章　$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊に関する物理

2.1　タウ の物理

1975 年、アメリカの SLAC(スタンフォード 大学線形加速器センター) のマーチン · パール、ゲイリー · フェルド マンらによって、タウ粒子が発見された。彼らはこれを" 異常なレプトン生成の存在する証拠について" という論文で発表した。当時はタウレプトンについて直接的な理論からの予言は全くなく、真の意味での新発見であった。タウ粒子はレプトン族の第 3 世代目に位置し、第 3 世代の粒子の中では、クォーク族 · レプトン族を通じて一番最初に発見された粒子である。第 3 世代目の粒子の発見は、クォーク族とレプトン族の比較から、当時クォークも 3 世代が存在するという期待をもたせた。実際、1977 年には第 3 世代のクォークで電荷 $-\frac{1}{3}$ をもつボトム (b) クォークが、 1994 年には電荷 $\frac{2}{3}$ のトップクォーク (t) が発見されている。

2.1.1　タウ (τ) レプトン

タウ粒子の属するレプトン属には, 次にあるように 6 種類 3 世代の粒子が存在する。

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

これらレプトンの共通の特徴として、強い相互作用をせず電磁相互作用と弱い相互作用を行うことがあげられる。
相互作用については表 2.1 にまとめた。電磁相互作用は、光子 (γ) を媒介し、無限の距離に到達することができる。また弱い相互作用は短距離でしか到達できず、$W^\pm$ ボソンや Z^0 ボソンを媒介する。荷電カレント反応 ($l \to \nu_l$) の際 $W^\pm$ が放出され、中性カレント反応の際 Z^0 が放出される。

相互作用	媒介粒子 (質量)	到達距離 [m]	力を感じるもの
強い相互作用	グルーオン (0)	$\leq 10^{-15}$	色荷
弱い相互作用	$W^\pm(80\mathrm{GeV}), Z^0(90\mathrm{GeV})$	10^{-18}	弱電荷
電磁相互作用	光子 $\gamma(0)$	∞	電荷
重力	Graviton	∞	質量

表 2.1: 相互作用一覧表

タウ粒子は第 3 世代に属し、レプトンの中でも質量が最も大きく $1.78GeV/c^2$ であり、寿命は (290.6 ± 1.1)fs である。このように質量が重いことから、レプトンの中で唯一、終状態にハドロンを含んだ崩壊をすることができる粒子である。

KEKB 加速器のような電子 · 陽電子衝突型加速器では、タウ粒子は $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応によって生成される。KEKB 加速器の重心系のエネルギーは 10.58GeV に合わされており、このエネルギーでのタウ粒子対の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \to \tau^+\tau^-) = 0.91nb \tag{2.2}$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積[1] とほぼ同じであり、一年間で B 中間子対とほぼおなじ量 (10^8 個) のタウ粒子が生成できる。生成されたタウ粒子はそれぞれ平均 240μm 飛び、その後以下に述べるような終状態へ崩壊する。

崩壊過程	崩壊分岐比 (%)
$e^-\overline{\nu_e}\nu_\tau$	17.84 ± 0.06
$\mu^-\overline{\nu_\mu}\nu_\tau$	17.37 ± 0.06
$\pi^-\nu_\tau$	11.06 ± 0.11
$\pi^-\pi^0\nu_\tau$	25.41 ± 0.14
$\pi^-2\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	9.17 ± 0.14
$\pi^-3\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	1.08 ± 0.1
$h^-4\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	0.16 ± 0.06
$K^-\pi^0\nu_\tau$	0.450 ± 0.03
$\pi^-K^0\nu_\tau$	0.89 ± 0.04

表 2.2: タウ粒子の崩壊モード一覧表

タウ粒子は表 2.2 に示すようにさまざまな崩壊過程をもつ。それらの崩壊過程のうち、終状態に τ 以外の軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \to e\nu_e\nu_\tau$, $\tau \to \mu\nu_\mu\nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼ぶ。また終状態にハドロン (π,K やその共鳴状態) を含む崩壊をセミレプトニック崩壊と呼ぶ。タウ粒子の主な崩壊過程と現在知られている崩壊分岐比を表 2.2 に示した[2]。

タウ粒子が $e^-\overline{\nu_e}\nu_\tau$ や $\mu^-\overline{\nu_\mu}\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の崩壊幅は

[1] $\sigma(e^+e^- \to B\bar{B}) = 1.05$
[2] 表の値は Particle Data Groupe 2002 から得た。

よく理解されており、

$$\Gamma_{\tau\to l} \equiv \Gamma(\tau^- \to l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) r_{EW}, \tag{2.3}$$

で与えられる。ここで G_F はフェルミ結合定数、m_l は電子の質量 (m_e) またはミュー粒子の質量 (m_μ)、 $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合電子の質量はタウ粒子に比べて大変小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。r_{EW}=0.996 はフェルミ結合定数 G_F の中に含まれてない輻射補正である。
この式 2.3 の崩壊幅を用いて、レプトニックな崩壊の崩壊分岐比 $B_{\tau\to l}$ は、

$$B_{\tau\to l} = \frac{\Gamma_{\tau\to l}}{\Gamma_{tot}} \quad , \qquad (l = e, \mu) \tag{2.4}$$

で与えられる。ここで、Γ_{tot} はタウ粒子が崩壊するすべてのパターンの崩壊幅の和である。タウ粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} は $\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$ の関係がある。

2.1.2 $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特性

小節 2.2.1 で述べたように、タウ粒子は終状態でハドロンに崩壊するのに十分な質量を持った、唯一のレプトンである。本解析で用いた $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊もこのひとつであり、崩壊の模式図を図 2.1 に示す。この図からもわかるように、$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊は、強い相互作用を受けないレプトンだけの部分と、ウィークカレントを経て 2π の状態へ変換するハドロニックな系の部分とを分けて扱うことができる。弱い相互作用のみの部分はよく理解されているので、後で述べるように $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊は、低いエネルギー $(\sim 1GeV)$ 付近のハドロン状態の情報を得るシステムとして注目されている。

一般に、$\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のように終状態に、2 つの擬スカラーメソンを含むハドロニックな状態への崩壊では、終状態のハドロン系は一般に J^P=0^+ および 1^- のスピンパリティー量子数をもつ可能性がある。しかし、ベクトルカレントの保存則 (Conserve Vector Current , CVC) により、J^P=0^+ の状態は禁止される。したがって、$\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊では比較的質量の低いベクトルメソン $\rho(770)$ を通じた崩壊 $\tau \to \rho\nu_\tau$ が, 主な崩壊過程となっている。また $\rho(770)$ の励起状態である $\rho'(1450)$ や $\rho''(1700)$ も観測されている。さらにベクトルカレントの保存を仮定すると、この $\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊での $\pi\pi^0$ 系の質量スペクトラムと $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ 反応で生成される $\pi^+\pi^-$ 系の質量スペクトラムを関連づけることができる。
次に述べるように、$\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ の崩壊分岐比や $\pi\pi^0$ 系の質量スペクトラムの精密なデータはミューオンの異常磁気能率 $g_\mu - 2$ の理論計算の精度をあげる上で非常に重要である。

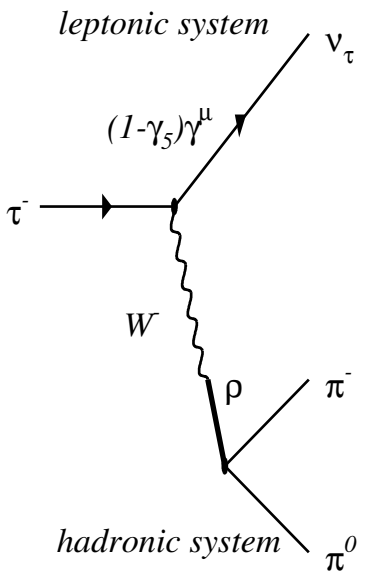

図 2.1: τ におけるハドロニックな崩壊

2.2 ミューオンの異常磁気モーメント : $g-2$

質量 m 電荷 e の粒子の磁気能率は $g-$ 因子を用いて、

$$\mu = g \cdot \frac{e\hbar}{2mc}\boldsymbol{S} \tag{2.5}$$

で表される。スピン $(\boldsymbol{S})\frac{1}{2}$ のディラック粒子の場合 $g=2$ である。しかしながら、実際のミューオンでは磁気能率 g_μ は 2 からプラス方向にずれていることが知られており、そのずれ a_μ は

$$a_\mu \equiv \frac{g_\mu - 2}{2} \tag{2.6}$$

と定義される。これは、ミューオンの異常磁気モーメントと呼ばれている。ミューオンの異常磁気モーメントは、電磁量子力学の正しさを証明するものとして、昔から精密な測定が試みられてきた [1][2]。その最新の実験結果が 2002 年 9 月、アメリカの BNL(ブルックヘブン国立研究所) で行われているミューオンの $g-2$ 実験 ($E821$ 実験) から報告された [2]。その値は

$$a_\mu^{exp} = 11659203 \pm 8 \times 10^{-10} \tag{2.7}$$

である。

一方、ミューオンの異常磁気モーメントにおける理論値的計算は、図 2.2 に示すような様々なダイアグラムの寄与の足し合わせとして与えられる。
それらは大きく、図 2.2.(a) のような純粋な電磁相互作用 (a_μ^{QED})、図 2.2.(b) のような弱い相互作用の影響 ($a_\mu(EW)$)、そして、現在理論にもっとも大きな不定性をもたらす図 2.2.(c), 図 2.2.(d) に示されるハドロニックな寄与 (a_μ^{hadron}) に分けられる。これは、

$$a_\mu = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{hadron} \tag{2.8}$$

と書き表せ、さらにハドロンが寄与する項 a_μ^{hadron} については、

$$a_\mu^{hadron} = a_\mu^{had,LO} + a_\mu^{had,HO} + a_\mu^{had,LBL} \tag{2.9}$$

と書き表せる。

ここで、a_μ^{QED} は純粋な電磁相互作用による項、a_μ^{EW} は弱い相互作用による項、$a_\mu^{had,LO}$、$a_\mu^{had,HO}$、$a_\mu^{had,LBL}$ はいずれもハドロンが寄与する項であり、順に、比較的低いエネルギー領域 (lowest-order) でのハドロンの真空偏極による項、高いエネルギー領域 (higher-order) でのハドロンの真空偏極による項 、光子光子散乱による項 (light-by-light) を示す。ハドロンの真空偏極の項は純粋な理論的計算が不可能なため、低エネルギーでの e^+e^- 衝突の断面積を量子力学的に考えなおすことで計算がなされる。この方法が現在のところ最も信頼できる方法である。(図 2.3 のようにハドロン真空偏極と e^+e^- 事象は 1 対 1 の対応関係にある。) 一方、後者 (光子光子散乱) に関する補正は適当な実験値を使って表すことができる量であるため理論的に計算されている。よって、特に補正の大きいハドロン真空偏極項について以下に述べる。

ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極の項のうち、大部分を占めるのは 1.8GeV 以下の比較的エネルギーの低い領域 ($a_\mu^{had,LO}$) であり、ハドロンの真空編曲による項のうち 91%を占めている。この値 ($a_\mu^{had,LO}$) は、実験的に

$$\begin{cases} \cdot\ e^+e^- \text{対消滅 } (e^+e^- \to hadraon) \text{ の散乱断面積} \\ \cdot\ \text{タウ粒子のハドロニックな崩壊} \end{cases}$$

の 2 つを用いて計算されている。アイソスピン保存則が完全に成り立つ場合、e^+e^- のデータとタウ粒子のハドロニックな崩壊によるデータは密接な関係にあり、タウ粒子の崩壊によるデータもまたハドロン真空偏極の計算に用いることができる。これにより、e^+e^- のデータを統計的に補うことができ、より精度の高い標準理論の予言を得ることができる。(図 2.3 の (a) の Hadron の部分と (b) の ρ の部分を結び付けて考えることができる。)

1.8GeV 以下の比較的エネルギーの低い領域におけるハドロンの真空偏極項は、式 2.10 で表されるように、終状態に含まれる π の数よってその寄与を分けて考えることができる。

$$a_\mu^{had,LO} = a_\mu^{\pi\pi} + a_\mu^{4\pi} + \cdots \tag{2.10}$$

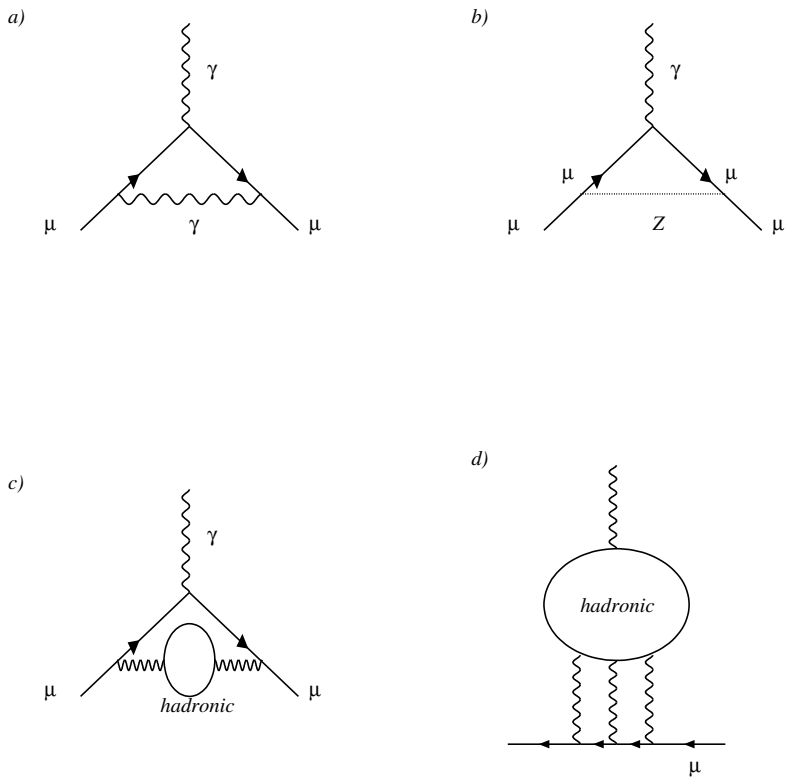

図 2.2: ミューオンの異常磁気モーメントファインマン図。 (a) は純粋な電磁相互作用 (a_μ^{QED}) の中でも最低次の項であり、電子の場合もミューオンの場合も同じである。(b) は弱い相互作用の影響 $(a_\mu(EW))$ を示し、この影響は理論的な不定性が少ない。(c) はハドロンの真空偏極によるもの、(d) は 4 個の光子の間の光子光子散乱が、ハドロンを媒介として起こることによる影響を示す。

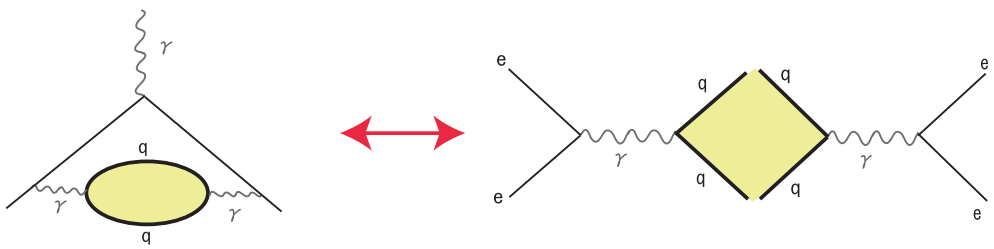

図 2.3: ハドロンの真空偏極と e^+e^- 衝突のデータとの関係

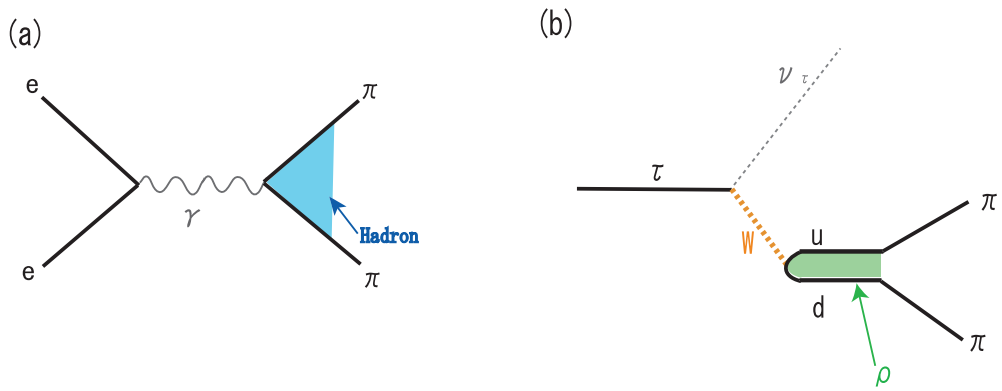

図 2.4: e^+e^- のデータとタウ粒子のハドロニックな崩壊

なかでも、支配的なものは 73% を占める $\pi\pi$ 系 (終状態に π が 2 つある系) の寄与 $(a_\mu^{\pi\pi})$ であり[3]、本解析で用いた $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊はこの寄与を求めるのに大きく貢献する。よって、以下では特に $\pi\pi$ 系の寄与 $(a_\mu^{\pi\pi})$ について述べる。

$e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ 反応の散乱断面積は以下のように書くことができる。

$$\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-) = \left(\frac{4\pi^2\alpha_{em}^2}{s}\right) v^{\pi\pi}(s), \tag{2.11}$$

ここで、$s = q^2$ は e^+e^- の重心エネルギーの 2 乗、$v^{\pi\pi}$ は、$\pi^+\pi^-$ 系の「スペクトラル関数[4]」である。

スペクトラル関数は、ハドロニックな物理の情報を記述するもので、タウ崩壊から得られた $v^{\pi\pi^0}(s)$ と e^+e^- 崩壊の $v^{\pi\pi}(s)$ は、アイソスピン保存則が完全に成り立つ場合には CVC より、

$$v_{I=1}^{\pi\pi}(s) = v^{\pi\pi^0}(s) \tag{2.12}$$

の関係で結ばれている。よって、式 2.11 はタウ崩壊から得られたスペクトラル関数 $v^{\pi\pi^0}(s)$ を用いて、

$$\sigma^{I=1}_{(e^+e^-\to\pi^+\pi^-)} = \left(\frac{4\pi^2\alpha_{em}^2}{s}\right) v^{\pi\pi^0}(s), \tag{2.13}$$

と書き表すこともできる。

[3] $a_\mu^{4\pi}$ は終状態に π 粒子が 4 つ含まれる $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$、$e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ などからの寄与である。

[4] 本論文では、スペクトラル関数の記述として、$ALEPH$ 実験での定義を用いている。$CLEO$ 実験におけるスペクトラル関数の定義は係数 π だけ $ALEPH$ 実験での定義と異なっている $(v_{ALEPH}^{\pi\pi} = v_{CLEO}^{\pi\pi})$。

ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項のうち $\pi\pi$ 系からの寄与 $(a_\mu^{\pi\pi})$ スペクトル関数 $v^{\pi\pi}(s)$ を用いて、

$$a_\mu^{\pi\pi} = \frac{\alpha_{em}^2(0)}{\pi}\int_{4M_\pi^2}^{\infty} ds \frac{K(s)}{s} v^{\pi\pi}(s) \tag{2.14}$$

で与えられる。ここで、$\alpha_{em}(0)$ は微細構造定数である。$K(s)$ は QED に関する既知の関数であり、

$$K(s) = x^2\left(1-\frac{x^2}{2}\right) + (1+x)^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\left(\ln(1+x) - x - \frac{x^2}{2}\right) + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)x^2\ln x, \tag{2.15}$$

で与えられている。ここで x、β_μ は、ミュー粒子の質量 M_μ の関数で、

$$x = (1-\beta_\mu)/(1+\beta_\mu)$$
$$\beta_\mu = (1-4M_\mu^2/s)^{\frac{1}{2}}$$

である。

このように、$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊や $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ 反応から得られる $\pi^+\pi^-$ 系のスペクトル関数 $v^{\pi\pi}$ を測定することによって、ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項のうち $\pi\pi$ 系からの寄与 $a_\mu^{\pi\pi}$ を計算することができる。

本解析の最終目標としては、ミューオンの異常磁気モーメントについて、理論からの計算値を求め、式 2.7 にあるような実験値と比較することであるが、本解析では、その前段階として、ミューオンの異常磁気モーメントの項の中で最も不定性を残すハドロンの真空偏極項について考える。特に本論文では、ハドロンの真空偏極項の中でも最も支配的な $\pi\pi$ 系の寄与を $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を用いて求める過程とその結果について報告する。

2.3 スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi^0(s)})$

小節 2.3.1 でふれたように、ミューオンの異常磁気能率のハドロン真空偏極項 $(a_\mu^{had,LO})$ は、スペクトラル関数を用いいて 2.14 式のように表せることから、ミューオンの異常磁気能率のハドロン真空偏極の項 $(a_\mu^{had,LO})$ を求めるにはまず、スペクトラム関数を得なければならないことがわかる。

$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を用いると 2π ののスペクトラル関数は、

$$v^{\pi\pi^0}(s) = \frac{M_\tau^2}{6\pi|V_{ud}|^2 S_{EW}}\left[(1-\frac{s}{M_\tau^2})(1+\frac{2s}{M_\tau^2})\right]^{-1}\frac{B_{\pi\pi^0}}{B_e}\frac{1}{N_{\pi\pi^0}}\frac{dN_{\pi\pi^0}}{ds} \tag{2.16}$$

と書き表すことができる。ここで、s は $(M_{\pi\pi^0})^2$、M_τ は τ 粒子の質量、$|V_{ud}|$ はカビボ-小林益川行列の成分、S_{EW} は電弱相互作用による補正係数をそれぞれ示しており、これらは比較的よく知られた数である。$B_{\pi\pi^0}$ は $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比であり、B_e は $\tau \to e^-\nu_e\nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比である。スペクトラル関数を得る上で必要となるのはこれらの崩壊分岐比と $\pi\pi^0$ 系の質量分布を求めることである。

上式中で

$$\frac{1}{N_{\pi\pi^0}}\frac{dN_{\pi\pi^0}}{ds}$$

が $\pi\pi^0$ 系の質量分布にあたり、この分布を精度よく求め、式 2.16 の関係からスペクトラル関数を得ることが本解析の目的である。

正確な $\pi\pi^0$ 系の質量分布を得るには、まず、実験データから $\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を選別し、$\pi\pi^0$ 系の質量分布得て、それに対して検出器などから受ける効果を考慮して補正しなくてはいけない。そのためには、検出器の効果や事象選別の効果を詳しく調べ、理解する必要がある。本論文では、この方法を詳しく記述するとともに、その結果について報告する。

2.4 $g-2$：これまでの理論値と実験値の比較

2.2 節、2.3 節で述べたような方法で、ミューオンの異常磁気モーメントの理論計算はなされる。
2003 年 1 月、この方法で計算された値が M. Davier、S. Eidelman、A. Höcker、Z. Zhang によって $CMD-2$、$ALEPH$、$CLEO$ 等の実験データを総合して導かれた [6]。これが、現在報告されている標準理論の予言値の中では最も精度が高く、最新のものである。
この結果を BNL、$g-2$ 実験 ($E821$ 実験) の最新の結果 (式 2.7) と比較した結果も報告され、以下のようになっている。

$$\begin{cases} \underline{\cdot\ e^+e^- \text{のデータを用いた場合}} \\ \quad a_\mu^{SM} = (11659169.3 \pm 7.0_{(had)} \pm 3.5_{(LBL)} \pm 0.4_{(QED+EW)}) \times 10^{-10} \\ \quad a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM} = (33.7 \pm 11.2) \times 10^{-10} \qquad (3.0\sigma) \\ \underline{\cdot\ \tau \text{のデータを用いた場合}} \\ \quad a_\mu^{SM} = (11659193.6 \pm 5.9_{(had)} \pm 3.5_{(LBL)} \pm 0.4_{(QED+EW)}) \times 10^{-10} \\ \quad a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM} = (9.4 \pm 10.5) \times 10^{-10} \qquad (0.9\sigma) \end{cases} \tag{2.17}$$

ここで、a_μ^{SM} の誤差のうち、1 番目 (had) はハドロニックな寄与による誤差、(LBL) はハドロンの光子光子散乱による寄与、(QED+EW) は電弱相互作用からの寄与をそれぞれ示す。
また、ここで用いられた各項の値を表 2.4 にまとめた。表 2.4 中の a_μ^{EW} において、1 番目

表 2.3: 式 2.17 の中で使われている値

term		使用されている値
a_μ^{QED}	純粋な電磁相互作用による項	$(11658470.6 \pm 0.3) \times 10^{-10}$
a_μ^{EW}	弱い相互作用による項	$(15.4 \pm 0.1 \pm 0.2) \times 10^{-10}$
$a_\mu^{had,LO}$	ハドロンの真空偏極による項 (lowest-order)	
	$\cdots$ e^+e^- データ	$(684.7 \pm 6.0_{(exp)} \pm 3.6_{(rad)}$
	$\cdots$ τ データ	$(709.0 \pm 5.1_{(exp)} \pm 1.2_{(rad)} \pm 2.8_{(SU(2))})$
$a_\mu^{had,HO}$	ハドロンの真空偏極による項 (higher-order)	$(-10.0 \pm 0.6) \times 10^{-10}$
$a_\mu^{had,LBL}$	光光散乱による項	$(8.6 \pm 3.5) \times 10^{-10}$

の誤差はハドロニックな反応による不定性を、2 番目の誤差はヒッグスの質量により制限されるボソンの交換による不定性を示す。また、$a_\mu^{had,LO}$ において、一番目の (exp) は実験誤差、次の (rad) は e^+e^- のデータの中で radiative な反応する際 missing に対する補正による誤差、$(SU(2))$ はアイソスピンを破る事象に対する補正による誤差を示している。

式 2.17、表 2.4 の中にも示したように、ハドロンの真空偏極項のうち、比較的低いエネルギー領域での補正が e^+e^- のデータと τ のデータを使った時では違いが見られる。最終的な a_μ^{SM} においても、τ のデータを用いた場合は計算値と実験値 0.9σ で一致しているのに対し、e^+e^- のデータを使用した場合は 3.0σ の違いが見られる。このように、使用するデータが e^+e^- か、τ かにより結果に違いが見られるため、実験値と理論値間の違いに加え、e^+e^- データと τ データによる違いについても今後さらなる検討が必要とされている。

本解析では、$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を用いて、新たな τ のデータを提供する事を目的としている。これを用いて、ミューオンの異常磁気モーメントの理論値のさらに精密な予測と、現在見られる e^+e^- データと τ データ間の違いをさらに検討することが可能である。