

2012年度 修士学位論文

$\tau^- \longrightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊における
スペクトラル関数の測定

奈良女子大学大学院 人間文化研究科
物理科学専攻 高エネルギー物理学研究室

磯村 明那

2013年2月8日

目次

はじめに	1
第 1 章 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊の物理	3
1.1 タウの物理	3
1.1.1 クォーク・レプトン	3
1.1.2 タウ粒子崩壊について	4
1.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊の物理	10
1.3 スペクトラル関数の測定方法	14
1.4 4π 系での CVC の関係	15
1.5 本論文の構成	16
第 2 章 実験装置	17
2.1 KEKB 加速器	17
2.1.1 非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器)	17
2.2 Belle 検出器	20
2.2.1 粒子崩壊点検出器 (SVD)	21
2.2.2 中央飛跡検出器 (CDC)	22
2.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター (ACC)	23
2.2.4 飛行時間測定器 (TOF)	24
2.2.5 電磁カロリメータ (ECL)	26
2.2.6 超電導ソレノイド	29
2.2.7 K_L^0 、 μ 粒子検出器 (KLM)	29
2.2.8 トリガーシステム	29
2.2.9 データ収集システム (DAQ)	31
2.2.10 KEKB 計算機システム	32
第 3 章 事象選別	33
3.1 電子・陽電子衝突反応の概要	33
3.2 解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション	36
3.3 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別	38
3.3.1 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別 1	39
3.3.2 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別 2	39

3.4	$\tau \rightarrow 3\pi\pi^0\nu_\tau$ 事象選別	44
3.4.1	π^0 の再構成	44
3.4.2	$\tau \rightarrow 3\pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別の条件	44
3.4.3	$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象に対する $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の不変質量分布	47
第 4 章	$\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系のスペクトラル関数の測定	49
4.1	データの再構成の手法	49
4.1.1	簡単な例	53
4.2	モンテカルロシミュレーションを用いたアンフォールドのテスト	55
4.2.1	アンフォールドのテストに用いたデータ	55
4.2.2	アンフォールドプログラムに対するテストの結果	55
4.3	実データを用いた不変質量分布 $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ のアンフォールド	59
4.3.1	実データのアンフォールドに使用したデータ	59
4.3.2	実データを用いたアンフォールドの結果得られた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布	64
4.4	スペクトラル関数の導出	66
第 5 章	これまでの実験結果との比較	69
5.1	$3\pi\pi^0$ 系の不変質量分布	69
5.2	$3\pi\pi^0$ 系のアンフォールド後の不変質量分布	71
5.3	$3\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数分布	73
第 6 章	まとめ	75

目次

1.1	クォークの遷移とその強さ	3
1.2	$\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図	6
1.3	強い相互作用の結合定数 α_s の分布。Q=1.777GeV が τ の質量を表しており、このとき $\alpha_s(Q) = 0.334$ である。	9
1.4	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊	10
1.5	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)。緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]	11
1.6	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]	11
1.7	ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験) 緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。	12
1.8	軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。	12
1.9	$e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 反応の全断面積	15
2.1	KEKB 加速器の概略図	19
2.2	Belle 検出器の全体図	20
2.3	SVD の全体図	21
2.4	CDC の断面図	23
2.5	ACC の配置図	24
2.6	ACC のカウンターモジュール	24
2.7	TOF/TSC モジュール	26
2.8	ECL の断面図	27
2.9	CsI(Tl) カウンター	28
2.10	Belle トリガーシステム	30
2.11	Belle データ収集システム	32
3.1	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象選別の流れ	35
3.2	事象の半球図	40
3.3	ミッシング質量	40

3.4	ミッシング質量とミッシング角の2次元プロット。(1)はデータを、(2)(3)(4)はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれからのバックグラウンドを示す。ここで赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。 . . .	41
3.5	アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{acop} = 180^\circ - \phi_{open} $ と定義される。ここで ϕ_{open} は $r - \phi$ での2つのトラックの開き角である。	42
3.6	$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例($x - z$ 平面)この事象では τ^- がこの事象では τ^- が $\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊をし、 τ^+ が $\tau^+ \rightarrow e^+\nu_e\nu_\tau$ 崩壊をしている。	43
3.7	$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例($x - y$ 平面)。3.6と同じ事象を $x - y$ 平面で見た図。ビームは円の中心に紙面垂直に通っている。	43
3.8	π^0 のシグナル分布。データをプロットで e^+e^- からの崩壊をもとにしたモンテカルロの事象を色つきヒストグラムで示した。矢印はシグナル領域を表す。	45
3.9	$\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の2乗の分布。実験データを黒色の実線、色つきのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は1,395,040事象である。	48
3.10	$\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の2乗の分布。y軸を対数目盛にしている。	48
4.1	実際のデータを入力として、アンフォールドする際の流れ	52
4.2	SVDunfoldingのテストにおける $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ 。横軸が i 、縦軸が $\log \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} $ である。矢印はkregを表しており、今の場合kreg=10である。	56
4.3	TSVDunfoldのテストにおいて得られた分布。kreg=10の場合。実線の赤いヒストグラムはテスト分布を、青い点線は観測された分布を、黒い点はアンフォールドした結果得られた分布を示している。	57
4.4	TSVDunfoldのテストにおいて得られた分布。kreg=2の場合。図中の点やヒストグラムの意味は図4.3と同じである。	57
4.5	TSVDunfoldのテストにおいて得られた分布。kreg=66場合。図中の点やヒストグラムの意味は図4.3と同じである。	58
4.6	TSVDunfoldのテストにおいて得られた分布。アクセプタンスとして用いるMCとデータとして用いるMCを同じ実験番号e000055を利用。この図ではkreg=10である。図中の点やヒストグラムの意味は図4.3と同じである。	58
4.7	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2 _{generate} \cdot VS \cdot M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2 _{observed}$ プロット。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 崩壊のモンテカルロを使って、横軸にgenerateされた時の $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の質量分布を、横軸にはそれが観測された時の $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の質量分布をとり、これら2つの分布の相関関係を2次元プロットで示した。	60
4.8	モンテカルロで見積った $\tau^-\tau^+$ 選別と $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 選別間のアクセプタンス。縦軸にアクセプタンス η_j を横軸に $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ をとった図	61

4.9	測定された $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の不変質量の 2 乗の分布。黒色の実線は観測された実験データで、色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。 . . .	63
4.10	バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の不変質量の 2 乗の分布	63
4.12	アンフォールドしたあとの統計誤差の 2 乗分布	65
4.11	バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ データを使ってアンフォールドした分布	65
4.13	アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ を全事象数 3.66×10^7 で規格化した分布	66
4.14	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ のスペクトラル関数の分布	67
5.1	$\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、MC を色付きのヒストグラムで表した。色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 1,395,040 事象である。	69
5.2	OPAL 実験で測定された $3\pi\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データをプロット、バックグラウンドが色付きのヒストグラムで表されている。 [5] . .	70
5.3	アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ を全事象数 3.66×10^7 で規格化した分布	71
5.4	OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布 [5]	72
5.5	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ のスペクトラル関数の分布	73
5.6	これまでに測定された $M_{3\pi\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験) . .	74

表 目 次

1.1	相互作用一覧表	4
1.2	τ 粒子の崩壊モード一覧表。表中、A は軸ベクター状態 ($J^p = 1^+$) であり、 V はベクタ状態 ($J^p = 1^{-1}$) を表す。S はストレンジネスを持つ状態である。 崩壊分岐比の値は、2012 年 PDG による。	5
2.1	KEKB 加速器：各パラメータの設計値	18
2.2	各検出器とその役割	21
2.3	ECL と粒子の相互作用	27
2.4	ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における断面積とトリガーレート	31
3.1	シュミレーション使用プログラム名	34
3.2	各実験番号の収集時期とルミノシティー	36
3.3	選別条件によるイベント数の段階別変化	46
3.4	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊事象選別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊からくる バックグラウンドの評価	47
4.1	バックグラウンドを差し引く前と後の事象数と誤差	62
4.2	アンフォールドしたあとの各 Bin ごとの事象数と統計誤差・相対誤差	64
6.1	$\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$)(アンフォールド後) 6 ~ 33Bin	82
6.2	$\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$)(アンフォールド後) 34 ~ 61Bin	83
6.3	$\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ のスペクトラル関数の値 6 ~ 33Bin	84
6.4	$\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ のスペクトラル関数の値 34 ~ 61Bin	85

はじめに

現在、様々な素粒子現象を記述する理論として「素粒子の標準理論」が大きな成功をおさめている。標準理論は、素粒子として知られているクォークやレプトン間に働く、重力以外の3つの力、強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の記述をもとにしており、多くの素粒子現象を精度よく説明する理論として知られている。しかしながら、標準理論ではゼロとされていたニュートリノが有限の質量を持つことが観測されたり、宇宙には多くの見えない物質が存在する証拠が最近の宇宙の観測で見つかるなど、標準理論を超える現象が近年報告され始めている。また、理論的にも、標準理論が究極の理論になり得ないことも多く知られており、いろいろな理論的な試み（超対称性理論や超弦理論）が提案されている。標準理論の精密な検証と標準理論を超える物理の探求は現代素粒子物理学の重要な課題である。

同時に標準理論の大きなミッシングリンクの問題として残っている課題が、低エネルギーのハドロン現象をクォーク間の強い相互作用を記述する量子色力学(QCD)で理解することである。強い相互作用の結合定数が弱くなる高エネルギーの現象ではQCDは実験によってよく検証されているが、低いエネルギー(1GeV以下)の現象を第一原理(QCD)から説明できるレベルには達していない。

τ (タウ)粒子のハドロン崩壊は、このような低いエネルギーのハドロン状態を調べる理想的な過程である。その利点としては、

1. 初期状態がレプトンであるため純粋なハドロン反応に見られる複雑さがないこと。
2. 同様に、電子・陽電子対からのハドロン生成反応も、ハドロンを調べるのに最適な反応ではあるが、そこでは終状態が光と同じ量子数を持つベクター ($J^P = 1^-$) 状態のみが可能である。他方で、弱い相互作用による τ 粒子の崩壊では、様々な量子数を持つ状態、ベクター状態、軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$)、さらに原理的にはスカラー状態 ($J = 0$) のハドロン系の研究が可能である。

レプトニックカレント J_{lep}^μ とハドロニックカレント $J_{had,\mu}$ によって行列要素が以下のように入らされる。

$$i\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{lep}^\mu J_{had,\mu}$$

レプトニックカレントは既に知られているが、ハドロニックカレントは先天的に知られていない。カレントのベクター部分は分極ベクトル ϵ_μ に比例する。

$$J_{had\mu} = f(Q^2)\epsilon_\mu$$

ここで係数 f は Q^2 (不変質量の二乗) に依存するスペクトラル関数である。これらは QCD の理論で計算出来ないが、実験で決めることは可能である。このように QCD 理論においてスペクトラル関数を求めることは非常に興味深い。

本論文ではハドロン系でのベクター状態である $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊のスペクトラル関数について測定を行う。

第1章 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊の物理

1.1 タウの物理

1.1.1 クォーク・レプトン

自然界を構成する基本的な要素には 'レプトンとクォーク' という2種類がある。レプトンとクォークにはスピン $\frac{1}{2}$ を持っており、フェルミ粒子である。現在、6種類のレプトンとクォーク、そしてそれぞれ6種類の反粒子が知られている。クォークの種類は 'flavor' と呼ばれ、次のように2重項を形成し、3世代からなる。

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

図 1.1 にクォーク間の遷移の強さを表す定性的な図を示す。図中の矢印は、その遷移のおおよその強さを表している。≡ が一番強く、=、-、点線の順に弱くなっていく。また、この様子を行列式で表すと、

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

となり、これがいわゆるカビボ・小林・益川行列 (CKM 行列) である。

レプトンには、以下にあるように6種類3世代の粒子が存在することが知られている。

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

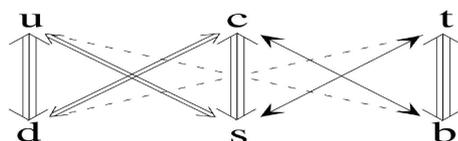


図 1.1: クォークの遷移とその強さ

相互作用	媒介粒子 (質量)	到達距離 [m]	力を感じるもの
強い相互作用	グルーオン (0)	$\leq 10^{-15}$	色荷
弱い相互作用	$W^\pm(80\text{GeV}), Z^0(90\text{GeV})$	10^{-18}	弱電荷
電磁相互作用	光子 $\gamma(0)$	∞	電荷
重力	グラビトン	∞	質量

表 1.1: 相互作用一覧表

これらレプトンの共通の特徴として、強い相互作用をせず、電磁相互作用と弱い相互作用のみ行うことがあげられる。現在知られている4つの相互作用の特徴を表(1.1)にまとめた。電磁相互作用は、光子を媒介し、無限の距離に到達することが出来る。

τ 粒子をもっとも簡単に生成する方法は、電子・陽電子衝突型加速器で τ 粒子対を生成させることである ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$)。重心系のエネルギー、 $\sqrt{s}=10.58\text{GeV}$ の KEKB 加速器で、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)) = (0.919 \pm 0.003)nb \quad (1.1)$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積とほぼ同じであり、一年間で B 中間子対とほぼ同じ量 (10^8 個) の τ 粒子が生成できる。生成された τ 粒子はそれぞれ平均 $240\mu\text{m}$ 飛び、その後、様々な終状態へ崩壊する。

1.1.2 タウ粒子崩壊について

現在知られている τ の崩壊モードの例を表 1.2 に示す。 τ 粒子のこれらの崩壊過程のうち、終状態に軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\tau, \tau \rightarrow \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼ぶ。終状態にハドロン、すなわち π 、 K やハドロンの共鳴状態を含む崩壊をハドロニック崩壊、またはセミ・レプトニック崩壊と呼ぶ。

ハドロニック崩壊は、さらにストレンジ $S=0$ のノンストレンジモードと $|S|=1$ のストレンジネスを持つ状態に大きく分けることが出来る。

レプトニック崩壊

τ が $e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ や $\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の割合は 35.1% である。レプトニック崩壊の崩壊分岐比は 0.4% の精度で測定されている。この崩壊分岐比の値は理論的には電弱相互作用のループレベルの放射補正までよく理解されており、崩壊幅は次式

$$\Gamma = 1\tau \rightarrow l \equiv \Gamma(\tau^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_\mu^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) \left(1 + \frac{3}{5} \frac{m_\tau^2}{m_w^2}\right) \left(1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi} \left[\frac{25}{4} - \pi^2\right]\right) \quad (1.2)$$

表 1.2: τ 粒子の崩壊モード一覧表。表中、A は軸ベクター状態 ($J^P = 1^+$) であり、V はベクター状態 ($J^P = 1^-$) を表す。S はスカラー状態を持つ状態である。崩壊分岐比の値は、2012 年 PDG による。

崩壊モード	崩壊過程	崩壊分岐比 (%)
レプトニック崩壊		
	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	17.83 ± 0.04
	$\nu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	17.41 ± 0.04
ハドロニック崩壊		
A	$\pi^- \nu_\tau$	10.83 ± 0.06
V	$\pi^- \pi^0 \nu_\tau$	25.52 ± 0.09
A	$\pi^- 2\pi^0$	9.30 ± 0.11
V	$\pi^- 3\pi^0$	1.05 ± 0.09
A	$\pi^- \pi^- \pi^+ \nu_\tau$	9.02 ± 0.06
V	$\pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0$	4.48 ± 0.06
S	$K^- \nu_\tau$	0.700 ± 0.010
S	$K^- \pi^0 \nu_\tau$	0.429 ± 0.018
S	$\bar{K}^0 \pi^0 \nu_\tau$	0.84 ± 0.04
S	$K^- 2\pi^0 \nu_\tau$	0.065 ± 0.023
S	$K^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$	0.035 ± 0.002
S	$\bar{K}^0 \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	0.40 ± 0.04

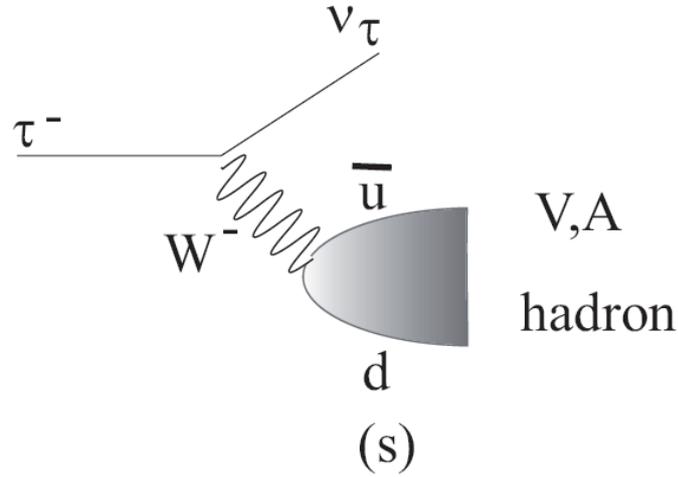


図 1.2: $\tau^- \rightarrow (\text{hadron})^- \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図

で与えられる。ここで $l = e, \mu$ 、 G_μ はフェルミ結合定数、 m_l は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、関数 $f(x)$ は $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合、電子の質量は τ 粒子に比べて非常に小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。この式 () の崩壊幅を用いて、レプトニックな崩壊の崩壊分岐比 $B_{\tau \rightarrow l}$ は

$$B_{\tau \rightarrow l} = \frac{\Gamma_{\tau \rightarrow l}}{\Gamma_{tot}} (l = e, \mu) \quad (1.3)$$

で与えられる。ここで、 Γ_{tot} は τ 粒子が崩壊する全てのモードの崩壊幅の和である。 τ 粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} の関係は $\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$ で与えられるので、 Γ_{tot} は τ の寿命 τ_τ を測定することで求めることができる。

ハドロニック崩壊

τ 粒子のハドロニック崩壊過程 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$ のファインマン図を図 1.2 に示す。図 1.2 から分かるように、 τ 粒子のハドロニック崩壊では、強い相互作用を受けないレプトンだけのバーテックス部分と、ウィークカレントを経てハドロンの状態へ崩壊するハドロニックな部分とからなっている。前者のバーテックスの構造はよく分かっており、V-A 型 ($\gamma^\mu (1 - \gamma^5)$) で与えられる。

ハドロロン側のバーテックスもベクター γ^μ に比例する項と軸ベクター $\gamma^\mu \gamma^5$ に比例する項からなるがその比例係数は 1 ではない。一般にその係数はスペクトル関数 $v_J(s)$ と $a_J(s)$ で与えられる。ここで、 J はハドロロン系のスピンである。一般に J は 1 または 0 の値をとることができるが、 τ の崩壊ではスピン 1 の状態が主要な成分となっている。スピン 1 の

状態は、スピン、パリティ $J^P = 1^-$ のベクター状態 (V) と $J^P = 1^+$ の軸ベクター状態 (A) が可能である。 τ 粒子の場合にはその両者への崩壊が可能で、終状態の π 中間子が偶数個の時がベクター状態で奇数個の時が軸ベクター状態となる。これ以外に K 中間子を奇数個含んでいるストレンジネス S を持つ状態が存在する。この崩壊過程の分岐比はカビボ角 $\sin \theta_c = V_{us}$ の二乗がかかるため $S = 0$ の崩壊と比べて抑制されている。

理論的には τ 粒子のハドロン崩壊率 (R 比) は

$$R_\tau \equiv \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{hadrons} \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = R_{\tau,V} + R_{\tau,A} + R_{\tau,S} \quad (1.4)$$

のように与えられる。これはは 2 点相関関数 $\Pi^J(s)$ の s に関する積分として与えられる。ここで s はハドロン系全体の質量の 2 乗である。

$$R_\tau = 12\pi \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 + 2\frac{2}{M_\tau^2}\right) \text{Im}\Pi^T(s) + \text{Im}\Pi^L(s)\right] \quad (1.5)$$

上記の相関関数は以下のように各々の寄与に分解される。

$$\Pi^J(s) \equiv |V_{ud}|^2 [\Pi_{ud}^{V,J}(s) + \Pi_{ud}^{A,J}(s)] + |V_{us}|^2 [\Pi_{us}^{V,J}(s) + \Pi_{us}^{A,J}(s)] \quad (1.6)$$

V_{ij} は小林益川の行列要素である。上の標識中に現れる 2 点相関関数は電流の真空期待値として以下のように定義されている。この定義式は理論の計算に便利である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(q) \equiv i \int dx e^{ipx} \langle 0 | T(J_{\mu,ij}^{V/A}(x) J_{\nu,ij}^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle \quad (1.7)$$

ここで、ハドロンのベクターカレント J^V と軸ベクターカレント J^A は $J_\mu^V = \bar{q}_j \gamma_\mu q_i$, $J_\mu^A = \bar{q}_j \gamma_\mu \gamma^5 q_i$ で与えられる。また、添え字 i, j はクォークのフレーバー (アップ、ダウン、ストレンジネス) を表す。相関関数はハドロン静止系の角運動量 $J = 0, 1$ により、 Π^0 と Π^1 に分解することが可能である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(p) = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2) \Pi_{i,j}^{V/A,1}(p^2) + p_\mu p_\nu \Pi_{i,j}^{V/A,0}(p^2) \quad (1.8)$$

これらの虚数部はハドロンのスペクトラル関数 v_1 (ストレンジネスのベクター状態)、 a_1 (ストレンジネスの軸ベクター状態)、 v_0 (ノンストレンジのベクター状態) によって与えられる。

$$\text{Im}\Pi_{\bar{u}d(s)}^{(1),V/A}(s) = \frac{1}{2\pi} v_1/a_1(s) \quad (1.9)$$

$$\text{Im}\Pi_{\bar{u}d(s)}^{(0),A}(s) = \frac{1}{2\pi} a_0(s), \quad (1.10)$$

相関関数の理論計算は、QCD の和則を用いた一般的な方法が知られている。そこでは強い相互作用の結合定数 α_s とクォークの質量および小林・益川の行列要素がパラメータとなる。 τ 粒子のストレンジネスを持たない ($S=0$) のハドロニック崩壊の崩壊率 $R_{\tau,V+A}$ は α_s の影響を受けることが知られている。

$$R_{\tau,V+A} = N_c |V_{ud}|^2 S_{EW} (1 + \delta_P + \delta_{NP}) \quad (1.11)$$

ここで N_c はクォークカラーの数であり 3 である。 δ_P は摂動論的 QCD からの補正項であり α_s^4 の項まで良く知られた値である。

$$\delta_P = \frac{\alpha_s(m_\tau^2)}{\pi} + 5.2023 \frac{\alpha_s^2(m_\tau^2)}{\pi^2} + 26.366 \frac{\alpha_s^3(m_\tau^2)}{\pi^3} + (78.003 + K_4) \frac{\alpha_s^4(m_\tau^2)}{\pi^4} + O(\alpha_s^5(m_\tau^2))$$

K_4 の値はまだ知られていない。 δ_{NP} は非摂動論的 QCD の補正項であり、ハドロニック崩壊の終状態の不変質量分布によって求められる。不変質量は実験によって求められるため議論なされている。現在までに分かっているハドロニック崩壊の崩壊率 $R_{\tau,S,V+A}$ は

$$R_{\tau,S,V+A} = 3.6380 \pm 0.0083 \quad (1.12)$$

と計算されている。しかしながら、理論上でのクォークモデルでは

$$R_{\tau,S,V+A} = N_c \times (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2) \approx 3 \quad (1.13)$$

ここで $V_{ud} = 0.974 \pm 0.0010$ 、 $V_{us} = 0.2246 \pm 0.00012$ である。このように理論値と実験値で違いがある。この違いから α_s は求められている。現在、 α_s の精度の高い測定は τ と Z_0 の質量の部分で決まっている。 α_s の分布を図 1.3 に示す。 $Q = 1.777 \text{ GeV}$ のとき τ 粒子の質量を表しており、 $\alpha_s = 0.334 \pm 0.014$ である。

τ 粒子のハドロニック崩壊の実験データは崩壊率 R を実験的に決めることが出来るという利点を持っている。特にハドロニック崩壊のベクター状態と軸ベクター状態に分けての質量分布測定は QCD 理論で興味を持たれている。スペクトル関数は重心系エネルギーで $0.5 \sim 2 \text{ GeV}$ にあたる領域のハドロンの情報を持っており、この低いエネルギー部分は QCD 理論では計算することが出来ない。それゆえ、実験からスペクトル関数を求めることは非常に重要であり、QCD 和則などの理論と比較することで、クォーク凝縮状態 ($\langle 0|q\bar{q}|0 \rangle$) 等に関する情報を得ることが出来る。

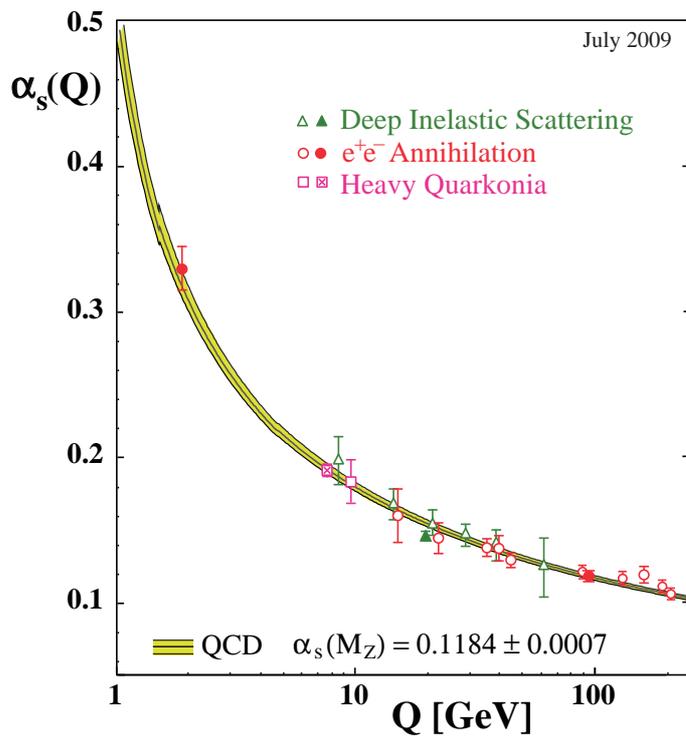


図 1.3: 強い相互作用の結合定数 α_s の分布。 $Q=1.777\text{GeV}$ が τ の質量を表しており、このとき $\alpha_s(Q) = 0.334$ である。

1.2 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊の物理

本論文では、 τ のハドロニック崩壊モードのうち、特に4個の π 中間子へ崩壊する過程 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ について Belle 検出器で収集したデータを用いて研究した結果について報告する。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 崩壊の模式図を図 1.4 に示す。

この $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊は、以下の点で興味深い。

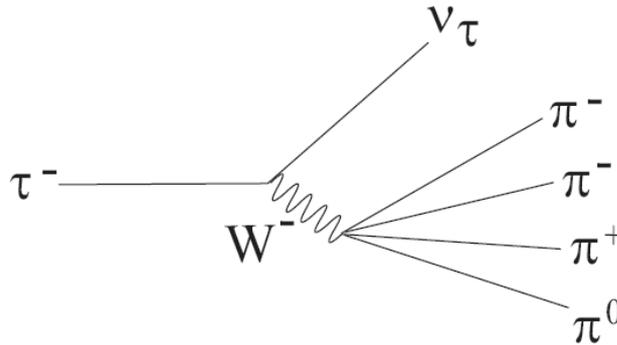


図 1.4: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊

1. ベクター状態のスペクトラル関数 (4π) の測定は QCD 理論との比較において非常に重要である。

これまで $\tau \rightarrow 4\pi$ のスペクトル関数において ALEPH 実験、OPAL 実験の結果が出ている。ALEPH 実験、OPAL 実験で得られたスペクトル関数の分布を以下に示す。OPAL 実験で得られたベクター状態が図 1.5、軸ベクター状態が図 1.6 である。ALEPH 実験で得られたベクター状態が図 1.7、軸ベクター状態が図 1.8 である。

ベクター状態のスペクトル関数の分布、図 1.5(OPAL 実験)、図 1.7(ALEPH 実験)において 2GeV 以上の高い質量領域でエラーバーが大きいことがわかる。この高い領域は 4π 系のスペクトル関数を表している。2GeV 以上の質量分布を精度よく求めることは摂動論的 QCD においても重要である。

これらのスペクトル関数の測定において Belle 実験のデータが欠けている。この状況を変えるために Belle 実験でのスペクトル関数の測定が求められている。本解析では Belle 実験のデータを用いて $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系での質量分布を求め、式 1.14 の関係からスペクトル関数の分布を得ることが目的である。Belle 実験では、LEP 加速器の ALEPH 実験、OPAL 実験の 2 桁多いの実験データを持っていることから理論結果の質に多大な影響を与えられられる。

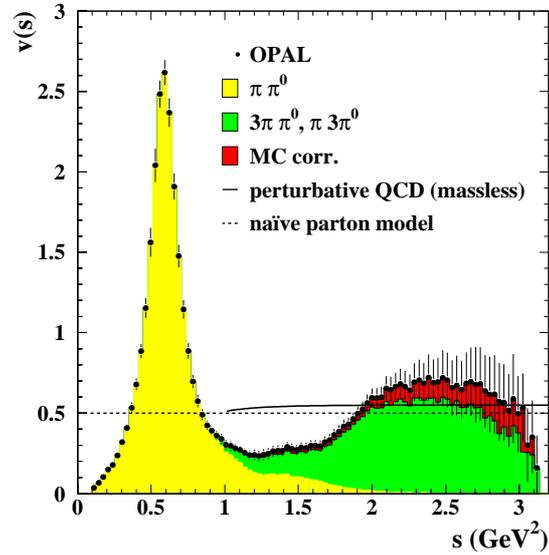


図 1.5: ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験)。緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]

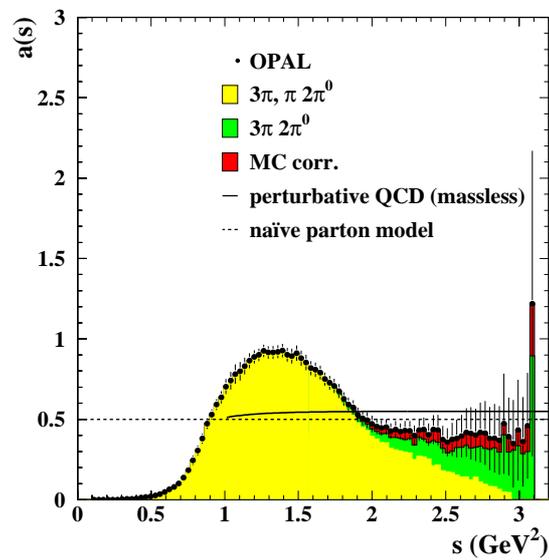


図 1.6: 軸ベクター状態のスペクトラル関数の分布 (OPAL 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。 [5]

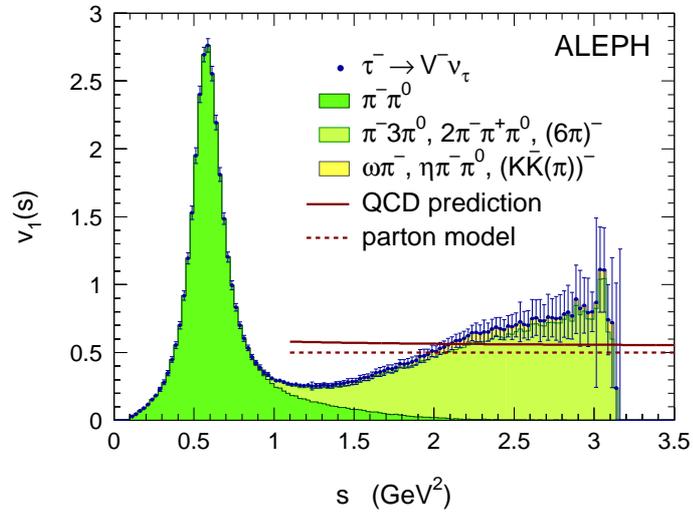


図 1.7: ベクター状態のスペクトル関数の分布 (ALEPH 実験) 緑色のヒストグラムが 4π の分布を表しており、 $v(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。

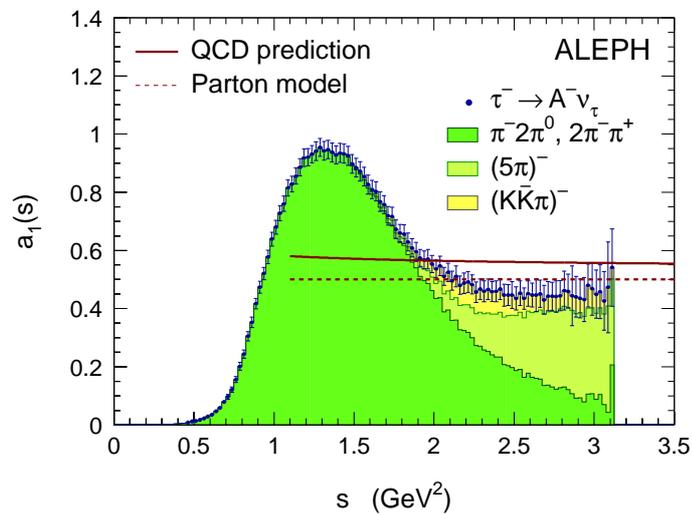


図 1.8: 軸ベクター状態のスペクトル関数の分布 (ALEPH 実験) $a(s)=0.5$ 付近にある黒色の実線は摂動論的 QCD の理論値である。

2. ベクターカレントの保存則 CVC(Conserbation of the Vector Current) 仮説に基づくと、 4π のベクター状態は電子・陽電子衝突によ 4π 生成過程と関係づけられる。

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 \text{ 及び } 2\pi^+2\pi^-$$

τ 粒子の結果と電子・陽電子衝突の結果の比較はこの CVC 仮説の検証に非常に重要である。

1.3 スペクトラル関数の測定方法

スペクトル関数は実験の得られた値から導出することが出来る。4 π 系でのスペクトラル関数を以下に示す。

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{CKM}|^2 S_{EW}} \frac{1}{(1 - \frac{s}{M_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{M_\tau^2})} \frac{B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau)}{B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds} \quad (1.14)$$

ここで、 s は不変質量の2乗、 M_τ は τ 粒子の質量、 $|V_{CKM}|$ はカビボ-小林益川行列の成分、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数、 $B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ の崩壊分岐比、 $B(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ は $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比、 $\frac{1}{N_{V/A}} \frac{dN_{V/A}}{ds}$ は質量分布をそれぞれ示している。

この中で崩壊分岐比と質量分布は実験より値が決められている。本解析ではこのうち質量分布

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

に注目して、質量分布の測定を行う。そしてその結果を元にスペクトラル関数を導出していく。

1.4 4π 系での CVC の関係

CVC 仮説に基づくと、 τ 粒子の 4π 崩壊での崩壊幅とスペクトラル関数の関係は以下のようによらされる。

$$\frac{\Gamma_{4\pi\nu}(q)}{dq} = \frac{G_F^2 V_{ud}^2}{16\pi^2 M_\tau^3} \cdot q(M_\tau^2 + 2q^2)^2(M_\tau^2 - 2q^2) \cdot V^3\pi\pi^0(q) \quad (1.15)$$

ここで、 $q = \sqrt{s}$ は $3\pi\pi^0$ 系の質量 V_{ud} は、カビボ・小林・益川 (CKM) 行列の項で $V_{ud} = 0.974 \pm 0.0010$ である。また、スペクトラル関数 $V^3\pi\pi^0(q)$ は、以下のように CVC のもとで $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ と断面積に関係づけられている。

$$V^3\pi\pi^0(q) = \frac{q^2}{4\pi^2\alpha^2} \left[\frac{1}{2}\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-}(q) + \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0}(q) \right] \quad (1.16)$$

これまでに測定された断面積のデータ $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-}$ を図 1.9 に示す。赤いプロットが BaBar 実験の結果でありエラーバーが少なくなっており $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 断面積のデータは精度が上がっている。

以上より、 $\tau \rightarrow hadron\nu_\tau$ 崩壊の崩壊幅と $e^+e^- \rightarrow hadron$ の全断面積 $\sigma_{e^+e^- \rightarrow hadron}$ との間には、以下の関係が成り立つ。

$$\Gamma(\tau \rightarrow hadron\nu_\tau) = \frac{\cos^2\theta_c G_F^2 m_\tau^3}{32\pi} \cdot 2 \int_0^{m_\tau^2} ds \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{m_\tau^2}\right) \frac{s}{8\pi^2\alpha^2} \sigma_{e^+e^- \rightarrow had}^{I=1}(s) \quad (1.17)$$

ここで α は微細構造定数 $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ である。

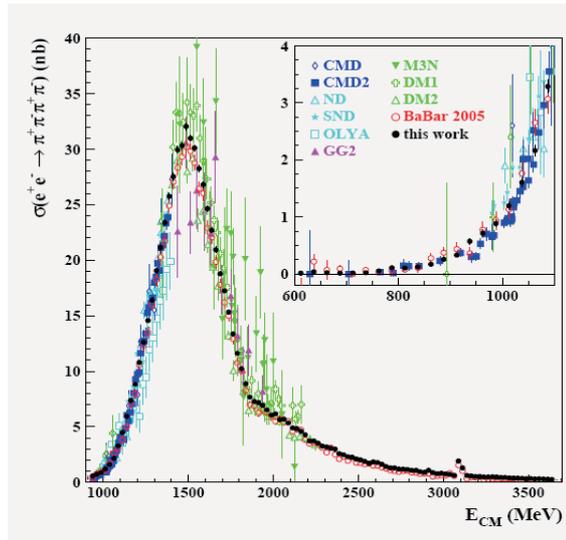


図 1.9: $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ 反応の全断面積

1.5 本論文の構成

これまで τ 粒子について、またスペクトラル関数を測定する重要性について述べた。これからの本論文の構成は以下の通りである。

第 2 章では本解析のデータに用いた Belle の実験装置について述べる。Belle 実験では KEKB 加速器という大型の加速器を用いて素粒子の振る舞いを研究している。KEKB 加速器は複数の測定器から構成されている。各測定器についての説明をして、データ収集のシステムについて述べていく

第 3 章では $\tau \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ の事象選別について説明する。この事象選別にはまず $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$ に崩壊する事象を選別して、それから $\tau \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象を選別するという二つのステップを踏まなければならない。このことについて述べていく。

第 4 章ではスペクトラル関数を測定する手順から結果について説明する。実験データそのままの $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系の質量分布では他の τ 粒子崩壊のバックグラウンドや検出器の寄与が含まれており、純粋な質量分布とは言えない。そこでこれらの寄与を除く必要がある。ここでは検出器の寄与を除く方法について述べる。

第 5 章では本解析結果とこれまでの実験結果を比較する。Belle 実験以外にも $3\pi\pi^0$ 系でのスペクトル関数はすでに測定されている。これらの以前の結果と比較をして本実験の誤差について議論をしていく。

第 6 章では最後に本論文のまとめを行う。
以上の順で説明していく。

第2章 実験装置

2.1 KEKB 加速器

KEKB 加速器は、茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構 (KEK) に建設された、2リング型の電子・陽電子衝突型加速器である。KEKB 加速器は以下のような特徴を持っている。

- 重心系のエネルギーが $\Upsilon(4S)$ の質量に相当する 10.58GeV に設定されている。 $\Upsilon(4S)$ はほとんど 100% の確立で B 中間子・反 B 中間子対に崩壊するので、 B 中間子以外からのバックグラウンドを低レベルに抑えることが出来る。また、 $B\bar{B}$ 系に量子力学的な特殊な性質を用いることで、 CP 非保存の測定に理想的な場を提供している。
- B 中間子の崩壊時間を精度よく測定するために、KEKB 加速器は電子と陽電子のエネルギーが異なる非対称エネルギー、2リング型の衝突型加速器になっている。
- CP 非保存の測定には重要な B 中間子の崩壊モードの崩壊分岐比は 10^{-5} から 10^{-6} と小さいため、大量の B 中間子・反 B 中間子対の生成が必要である。そのため従来より2桁高いルミノシティ ($1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$) を実現するように設計されている。

2.1.1 非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器)

KEKB 加速器のような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子は異なったリング中に蓄積されなければならないため、2リングが必要となる。KEKB 加速器の全体図を図 2.2 に示す。KEKB 加速器は既存の周長 3km のトリスタン実験で使用されたトンネルの中に、電子を蓄積する 8GeV のリングと陽電子を蓄積する 3.5GeV のリングの2つのリングを並べて設置されている。電子と陽電子はそれぞれのリングの中を反対方向に周回する。2つのリングは2ヶ所で交差するが、そのうちの筑波実験棟中の1ヶ所で電子と陽電子が衝突するようになっており、衝突点を囲んで Belle 測定器と呼ばれる大型の検出器が設置されている。

KEKB 加速器ではビーム強度 (以下ルミノシティと呼ぶ) が最大となるように設計されている。ルミノシティ \mathcal{L} と断面積 σ を持つ反応の発生頻度 R との間には、 $R = \mathcal{L}\sigma$ の関係が成り立つ。ルミノシティは、ビームの強度やサイズから決まる量であり、衝突型加速器においてルミノシティは次式 (2.2) により与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi(1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right)_{\pm} \quad (2.1)$$

ここで、 E はビームのエネルギー (単位: A) である。また ξ はビームチューンシフトと呼ばれる量であり、ほぼ 0.040 の値を持つ。 r は衝突点における垂直方向 (y 方向) にどれだけビームを絞れるかを表すパラメータである。結局、ルミノシティを大きくするためには、蓄積電流とビームチューンシフト ξ を大きくし、 β_y^* を小さくすれば良い。表 (2.1) に、KEKB 加速器の設計値のパラメータの値を示す。設計値のルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を達成するには、陽電子リングに 2.6A、電子リングに 1.1A の電流を蓄積し、ビームの y 方向のベータ β_y^* を 0.01m にする必要がある。

KEKB では、2003 年 5 月に設計値であるビームルミノシティ、 $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を達成した。その後も最高記録を更新し続けており、2005 年 12 月には $1.6 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を記録した。この値は、電子・陽電子型加速器のみではなく、世界中全ての衝突型加速器で実現された最も高い値である。

Ring	LER	HER
ビームエネルギー (e^+e^-)	3.5 GeV	8.0 GeV
周長	3016.26 m	
ルミノシティ	$1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	
ビーム交差角	$\pm 11 \text{ mrad}$	
ビームビームチューンシフト	0.039/0.052	
Beta function at IP (β_x^*/β_y^*)	0.33/0.01 m	
ビーム電流 (e^+e^-)	2.6 A	1.1 A
バンチ間隔	0.59 m	
バンチの数	5000	

表 2.1: KEBB 加速器 : 各パラメータの設計値

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi (1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right)_{\pm} \quad (2.2)$$

- E : ビームエネルギー [GeV]
- I : 蓄積電流 [A]
- ξ : ビームビームチューンシフト
(衝突時に働くビーム・ビーム力の強さを表す量)
- r : 衝突点における垂直方向のビームサイズを
水平方向のビームサイズで割った値
- β_y^* : 衝突点で垂直方向にどれだけビームを絞るか
を表すパラメータ [cm]

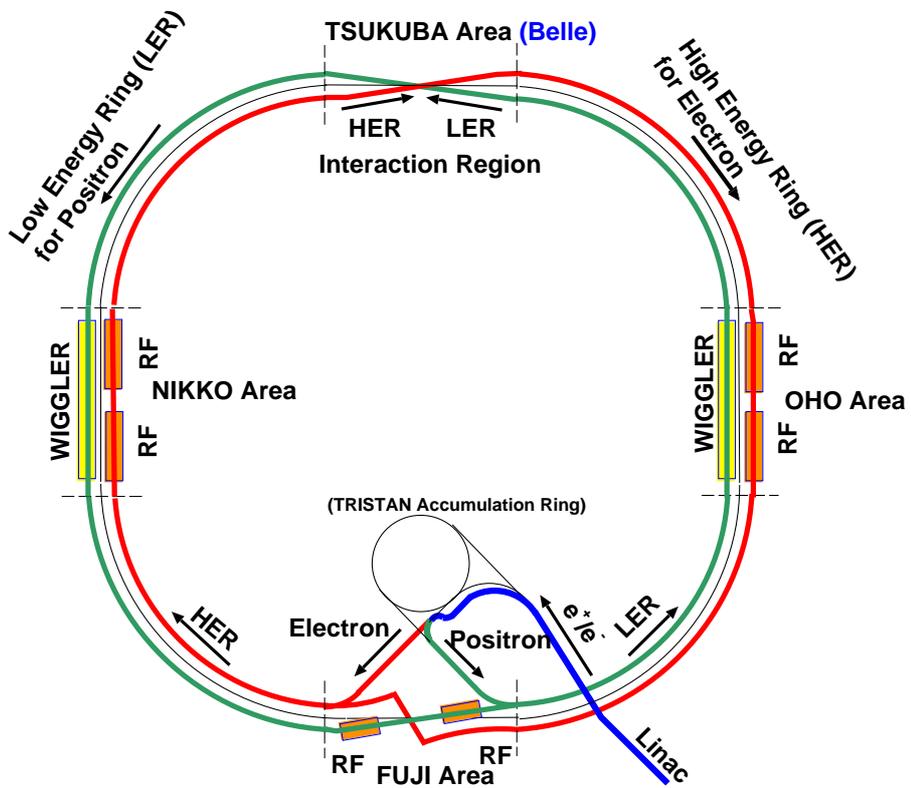


図 2.1: KEKB 加速器の概略図

2.2 Belle 検出器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対 (B と \bar{B}) が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個ずつ放出される。一方で、本論文の主題である、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成された各々の τ 粒子が崩壊すると、その終状態には、1 本、3 本または 5 本の荷電粒子および 0~3 個の π^0 中間子が含まれている。物理解析では、荷電粒子の運動量の測定のみではなく、荷電粒子の種類 (電子、ミュー粒子、 π 中間子、 K 中間子) の識別が非常に重要である。*Belle* 測定器は、これらの粒子を高い効率で検出し、かつ粒子の崩壊点や粒子の種類を区別する能力を持つように設計された大型で高性能な測定器である。

Belle 測定器の概略を図 2.2 に示し、表 2.2 に各検出器の主な役割を示す。

Belle 検出器では、ビームの衝突点を原点とし、電子のビームの方向を z 方向、鉛直上向きを y 軸、この 2 つから右手系になるように x 軸という座標軸を取っている。また z 軸周りの回転角を ϕ 、 z 軸からの偏角を θ 、 z 軸からの距離を r ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$) とする。以下、各測定器の構成と機能を説明する。

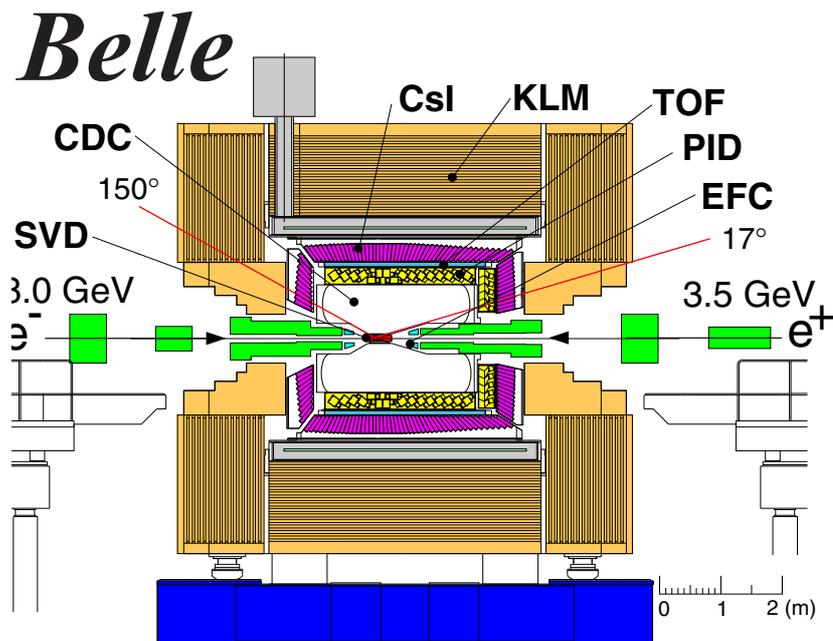


図 2.2: Belle 検出器の全体図

検出器	役割
EFC(超前後方カロリメーター)	ルミノシティのモニター
SVD(粒子崩壊点検出器)	B 中間子の崩壊点測定
CDC(中央飛跡検出器)	荷電粒子の運動量測定
ACC(エアロジェルチェレンコフカウンター)	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
TOF(飛行時間測定器)	粒子識別 (K 中間子/ π 中間子)
ECL(CsI 電磁カロリメーター)	光子の検出とエネルギー測定
ソレノイド(超伝導コイル)	1.5Tesla の磁場生成
KLM(K_L^0 および μ 粒子検出器)	K_L^0 粒子と μ 粒子の検出

表 2.2: 各検出器とその役割

2.2.1 粒子崩壊点検出器 (SVD)

SVD(Silicon Vertex Detector) は、短い寿命 ($10^{-10} \sim 10^{-13} \text{ sec}$) をもつ粒子の崩壊点を測定するための測定器である。粒子の崩壊点の測定は B 中間子のみではなく、 D 中間子や τ レプトンの物理の研究を行う上でも非常に重要である。本測定器は、崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 80 \mu\text{m}$ を達成している。また、SVD ではその外側に位置する中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割を担っている。

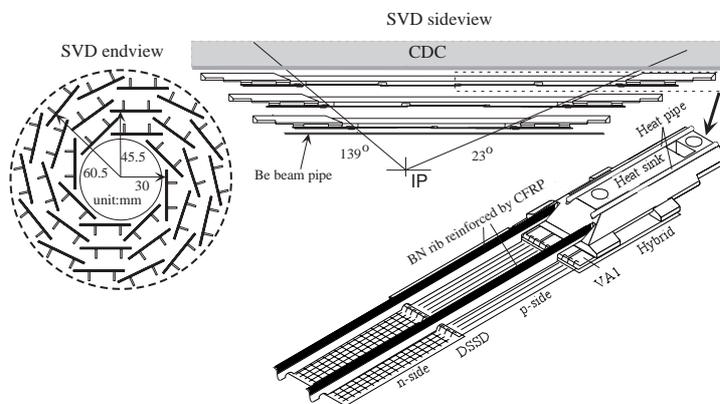


図 2.3: SVD の全体図

図 2.3 は SVD の断面図 (sideview) と断面図 (endview) である。3 層構造でビーム軸と角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っており、これは全立体角の 86% に対応する。また各々の層の半径は、内側から 30mm 、 45.5mm 、 60.5mm の位置にある。SVD は短冊型の半導体検出器である両面シリコンストリップ検出器 (DSSD) からできている。シリコンストリップ検出器 (DSSD) とは、厚さ $300 \mu\text{m}$ のシリコン板の両面に幅 $6 \mu\text{m}$ の電極を $25 \mu\text{m}$ の間隔

で形成したものである。片面で ϕ 方向、もう片面で z 軸方向の位置を測定する。この上下の面には逆バイアス電圧をかけ、荷電粒子が通過した際に生成する電子とホール対を各電極に集めて信号を読み出し、位置を測定する。この DSSD を何層か重ねて多重はしご (ラダー) 構造にし、ビームラインを中心に隙間がないように円筒状に配置している。各層で検出された粒子の位置を組み合わせ、衝突点付近まで内挿することによって B 中間子の崩壊点測定を行う。位置分解能は約 $100\mu\text{m}$ である。

位置分解能を向上させるための検出器の構造上の工夫として、最も内側の層は可能な限り衝突点に近づけ、検出器全体をビームパイプと一体になるように組み立てる設計になっている。また、多重散乱を抑えるために検出部の物質量を小さくし、読み出しのエレクトロニクスは検出器有感領域の外側に置いている。さらに、衝突点の最も近くに配置されビームバックグラウンドを多く受けるため、放射線に対して十分な耐性がなければならない。その要請を満たすため最新のエレクトロニクスの半導体プロセスが用いられている。

2.2.2 中央飛跡検出器 (CDC)

CDC (Central Drift Chamber) は、荷電粒子の検出およびエネルギー損失 (dE/dx) の測定を行う多線式のドリフトチェンバーである。1.5 Tesla の磁場中に設置され、He(50%):C₂H₆(50%) の混合ガス中に多数の電極ワイヤーが張られている。荷電粒子が CDC を通過すると、ガスの分子がイオン化される。この時原子から分離される電子が陽極ワイヤーまで移動 (ドリフト) する時間から、粒子の通過位置を知ることができる。磁場中を運動する荷電粒子は、ローレンツ力を受けて運動量に応じた螺旋を描く。この飛跡を各々のワイヤーから得た通過位置から再構成し、磁場の大きさと曲率半径から荷電粒子の運動量を測定する。飛跡の xy 平面上での曲率半径を $R[\text{m}]$ とすると、荷電粒子の横方向運動量 $P_t[\text{GeV}/c]$ は次式 (2.3) で求めることができる。

$$P_t[\text{GeV}/c] = 0.3B_{[\text{T}]}R_{[\text{m}]} \quad (2.3)$$

運動量の z 成分は z 軸に対する傾きから得られる。ワイヤー 1 本の xy 平面内の位置分解能は $130\mu\text{m}$ 、運動量 $P_t[\text{GeV}/c]$ の分解能 σ_{P_t}/P_t は $0.5\sqrt{P_t^2 + 1}(\%)$ である。

また、CDC では同時に、荷電粒子が通過した際に生じる電子を集めて信号として読み出し、通過粒子のガス中での電離損失 dE/dx を測定する。 dE/dx は、運動量が同じであっても荷電粒子の種類によって値が異なるので、粒子識別を行うことができる。 dE/dx の分解能は 6.0% である。

CDC の構造を図 2.4 に示す。外半径 88cm、内半径 7.7cm、長さ 235cm の円筒形で、SVD と同じ $17^\circ < \theta < 150^\circ$ の領域をカバーしている。また、電子ビームと陽電子ビームのエネルギーが異なっていることを考慮して、 z 方向に非対称な形となっている。内部のチェンバーは 50 層のアノードワイヤーと 3 層のフィールドワイヤーで構成され、陽極 (アノードワイヤー) には直径 $30\mu\text{m}$ の金メッキタングステン製、陰極 (フィールドワイヤー) には直径 $120\mu\text{m}$ のアルミニウム合金製ワイヤーが使用されている。1 本のアノードワイヤーを、8 本のフィールドワイヤーで取り囲むように配置されており、ワイヤーの総本数

は CDC 全体で 3 万本にも及ぶ。荷電粒子の多重散乱による運動量分解能悪化を最小にするために、ガス・ワイヤーともに物質量の小さいものを使用していることが大きな特徴である。

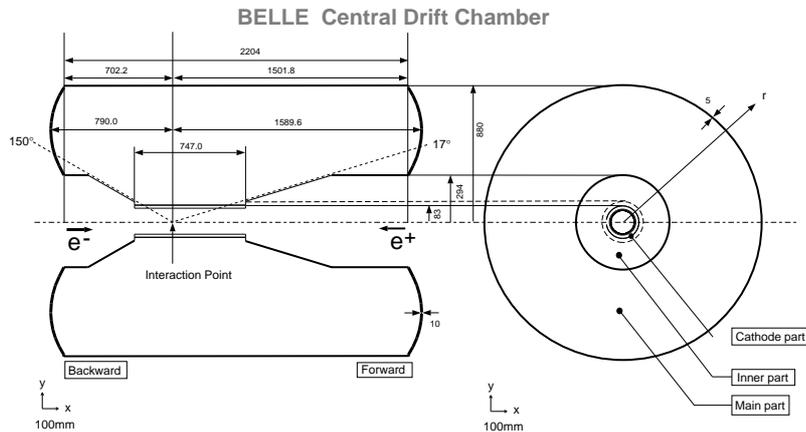


図 2.4: CDC の断面図

2.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター (ACC)

ACC(Aerogel Cerenkov Counter) は、広い運動量領域 (1.2~3.5 GeV/c) において K 中間子と π 中間子の識別を行うことを目的とした閾値型チェレンコフカウンターである。質量 m の荷電粒子が屈折率 n の物質を速度 v で通過する際、下式 (2.4) の条件を満たせばチェレンコフ光を放射する。

$$n > \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2} \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (2.4)$$

K 中間子と π 中間子が同じ運動量で放射体を通過しても、 K と π の質量の違いから π 中間子のみがチェレンコフ光を放射する運動量領域が存在する。すなわち、放射体として適当な屈折率の物質を用いれば、チェレンコフ光が放射されたか否かによって K/π を識別することができる。

Belle 検出器では、放射体に屈折率が非常に小さいシリカエアロジェル ($n=1.01\sim 1.03$) を使用し、ファインメッシュタイプの光電子増倍管でチェレンコフ光を検出している。非対称エネルギーのビーム衝突であるため、発生する粒子の運動量の大きさは z 軸方向からの角度 θ に依存する。そのため、それに対応して広い運動量領域での高精度の K/π 中間子識別を実現するために図 2.5 に示すように θ によって異なる屈折率のエアロジェルを使用している。

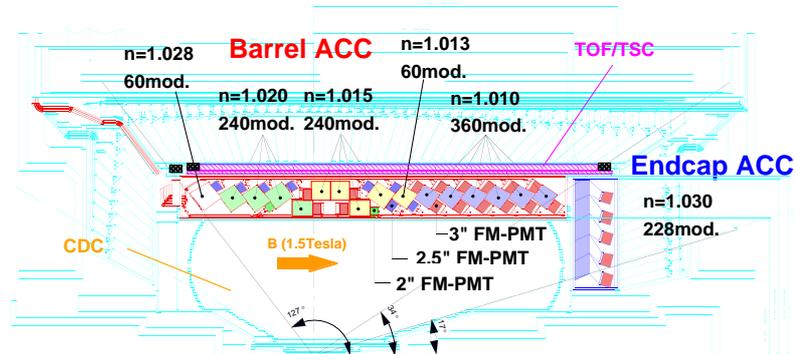


図 2.5: ACC の配置図

ACC のバレル領域は ϕ 方向に 60 セルに分割した 960 個のカウンターモジュール、エンドキャップ領域は 5 層の同心円状に配列された 228 個のカウンターモジュールから構成されている。全てのカウンターモジュールは衝突点の方向に向けた状態で配列されており、ACC 全体で $17^\circ < \theta < 127.2^\circ$ の領域をカバーしている。

ACC のカウンターモジュールを図 2.6 に示す。(a)、(b) はそれぞれバレル領域、エンドキャップ領域のモジュールである。5 枚のエアロジェルのタイルが板厚 0.2mm のアルミニウム製の箱の中に積み重ねられている。箱の大きさは約 $12 \times 12 \times 12 \text{cm}^3$ である。チェレンコフ光を効率的に検出するために、1 つまたは 2 つのファインメッシュ型光電子増倍管 (FM-PMT) をエアロジェルに直接取り付けられている。この FMT-PMT は 1.5 Tesla の磁場中でも使用可能である。

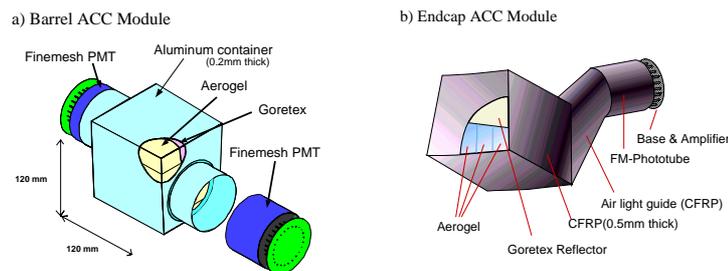


図 2.6: ACC のカウンターモジュール

2.2.4 飛行時間測定器 (TOF)

TOF (Time of Flight Counter) は、衝突点からの飛行時間を測定することによって K/π 中間子の識別を行うことを主な目的としたプラスチックシンチレーションカウンターであ

る。粒子の種類が異なると、同じ運動量をもつ粒子であっても速さが異なるため、荷電粒子の速さを測定することで K/π 中間子を識別することができる。TOF の荷電粒子の識別は主として $1.2\text{GeV}/c$ 以下の運動量領域で有効である。また、CDC と組み合わせて荷電粒子を検出することで、事象が発生した時刻を得るためのトリガー信号を発する役割も担っている。

TOF システムは 128 個の TOF カウンターと 64 個の TSC(トリガーシンチレーター) から構成されている。台形の TOF カウンター 2 個と TSC 1 個で 1 つのモジュールを作る。衝突点から 1.2cm の位置にある計 64 個の TOF/TSC モジュールで $34^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲を覆う。これらのモジュールは ECL の内壁に取り付けられている。TOF と TSC の間には 1.5cm の間隔が設けてある。これは、ビームに起因するバックグラウンド中の光子が電子・陽電子対生成を起こしても、 1.5Tesla の磁場によって軌道を小さく旋回させ、発生した電子・陽電子が TOF に届かないようにするためである。

粒子の飛行時間 T_{TOF} 、飛行距離 L_{path} には以下の関係がある。

$$\beta = \frac{L_{path}}{c \cdot T_{TOF}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}} \quad (2.5)$$

$$T_{TOF} = \frac{L_{path}}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m^2}{p^2}\right)^2} \quad (2.6)$$

ここで、 E 、 p 、 m はそれぞれ粒子のエネルギー、運動量、質量である。CDC で測定された運動量を用いれば、上式 (2.5) から粒子の質量が計算でき、種類を同定できる。飛行距離 1.2m 、時間分解能 100psec であれば、 $1.2\text{GeV}/c$ 以下の粒子識別が可能である。これは $\Upsilon(4S)$ 崩壊で生成される粒子の 90% にあたる。

分解能 100psec を実現するために、シンチレーション光の減衰長が 2m 以上と十分長く、発光の立ち上がりが速いシンチレーターを使用している。また、カウンター内を伝搬するシンチレーション光の時間的分散を最小限にするために、ライトガイドを使用せずに大面積のフォトカソードを持つファインメッシュ型光電子増倍管をシンチレーターに直接取り付けられている。これらの工夫の結果、 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 事象を用いて観測された時間分解能は粒子の入射位置の z 座標にはほとんど依存せず、約 100psec を達成している。

さらに TOF は、後述する QtoT(charge to time) 変換に必要なゲート信号を作り、かつ数値化を担う TDC のストップ信号を生成するという役割を担う。トリガー信号の重複を防ぐため、TOF トリガー信号の頻度は 70kHz 未満に保たなければならず、ECL 用のゲートと CDC 用のストップ信号は 10nsec の精度を必要とする。これまでに、これらの条件を満たしつつ、 B 中間子対生成を含むハドロン事象に対してほぼ 100% のトリガー効率を実現してきた。

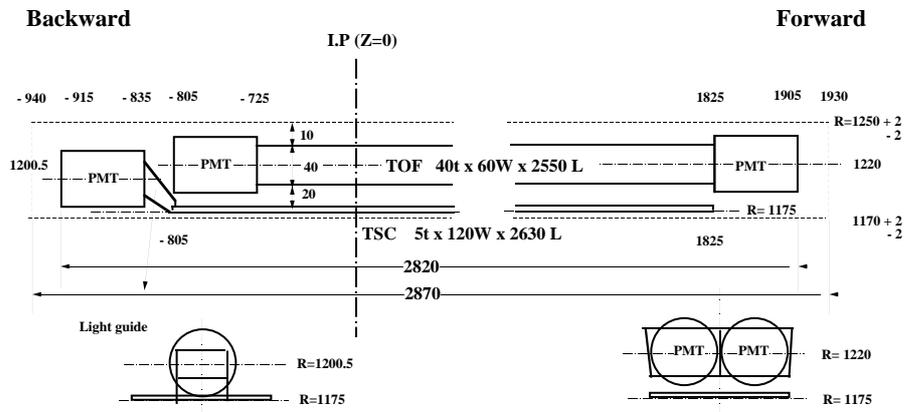


図 2.7: TOF/TSC モジュール

2.2.5 電磁カロリメータ (ECL)

ECL(Electromagnetic Calorimeter) は、光子や電子 (陽電子) のエネルギーと入射位置を測定する検出器である。高エネルギーの光子や電子が物質に入射すると、電磁シャワーを形成してエネルギーを失う。シャワー中の粒子のエネルギー損失により励起状態になった物質中の原子は、脱励起する際に発光する。この光をシンチレーション光と呼ぶ。物質の厚さが十分であれば、入射した光子・電子はエネルギーのほとんど全てを物質中で失う。よって、この時のシンチレーション光の光量を電気信号に変換して読み出すことで、入射粒子のエネルギーを知ることができる。

CDC で測定した運動量 (p) と ECL で測定したエネルギー損失 (E) の間の比 (E/p) は電子または陽電子を識別する上で重要な測定量である。表 2.3 に示すように、荷電粒子の中では電子・陽電子だけが電磁シャワーを形成し、ECL 中でほとんどのエネルギーを失う。それに対し、他の荷電粒子は一部のエネルギーを失うに過ぎないため、 E/p は 1 よりもずっと小さくなる。すなわち、 E/p の値から、電子・陽電子と他の荷電粒子を高い信頼度で識別することが可能である。また、 B 中間子の崩壊過程の約 $1/3$ は π^0 を含んでおり、 π^0 は 2 つの光子に崩壊する。そのため、光子のエネルギーおよび方向を精度良く測定することは B 中間子の崩壊過程を研究する上で非常に重要である。

粒子	相互作用	エネルギー損失
e, γ	電磁シャワー	～ 粒子のエネルギー
μ	イオン化	～200MeV
π, K, p	イオン化とハドロン相互作用	$\geq 200\text{MeV}$ < 粒子のエネルギー

表 2.3: ECL と粒子の相互作用

ECL では、良いエネルギー分解能を得るために、光量の多い CsI(Tl) 結晶を用いている。ECL はバレル部分と前方及び後方エンドキャップ部分から構成されており、使用されている CsI カウンターの総数は 8736 本、総重量は 43t に及ぶ。バレル部分は外径 3.0m、内径 1.25m の円筒状で、前方・後方のエンドキャップはそれぞれ衝突点から 1.96m と -1.02m に位置している。また、検出領域はビーム軸から $17.0^\circ < \theta < 150.0^\circ$ の範囲である。各々の結晶はその軸をほぼ衝突点方向に向けて配列されている。衝突点で発生した光子がカウンターとカウンターの境界をすり抜けるのを防ぐため、バレル領域では $r-\phi$ 平面上で約 1.3° 、前方エンドキャップ領域では θ 方向に約 1.5° 、後方エンドキャップ領域では θ 方向に約 4° カウンターを傾けてある。ECL の断面図を図 2.8 に示す。

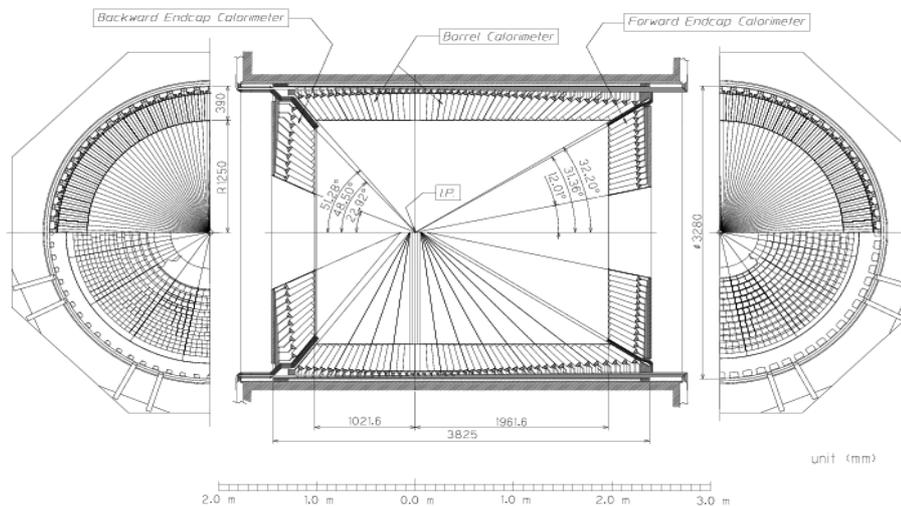


図 2.8: ECL の断面図

結晶の形状は長さ 30cm、前面（衝突点側）は約 $5.5 \times 5.5 \text{ cm}^2$ 、後面（信号読み出し側）は約 $6.5 \times 6.5 \text{ cm}^2$ となっており、隙間なく配置するために結晶の位置によって形状を変えてある。結晶の長さは $16.2X_0$ (X_0 :放射長) に対応し、断面の大きさはモリエール半径 (3.8cm) を考慮した大きさとなっている。入射粒子のエネルギー損失により発生するシンチレーション

ン光の読み出しにはPIN フォトダイオードを用いている。そのため、ECL を超伝導ソレノイド内に設置することが可能となり、前方物質の量を低減して光子の検出効率を確保している。また、フォトダイオードにシンチレーション光を効率良く集められるように、結晶は厚さ $200\mu\text{m}$ の白色ゴアテックスシートで包んでいる。さらに、その上から $25\mu\text{m}$ の厚さのマイラーフィルム上に $25\mu\text{m}$ のアルミニウムを蒸着したシートで包み、雑音シールドを施している。結晶後面に接着したフォトダイオードの背後にはアルミニウム製ケーシングの入ったプリアンプを取り付け、フォトダイオードの信号に雑音が入る前に増幅する設計になっている。(図 2.9)

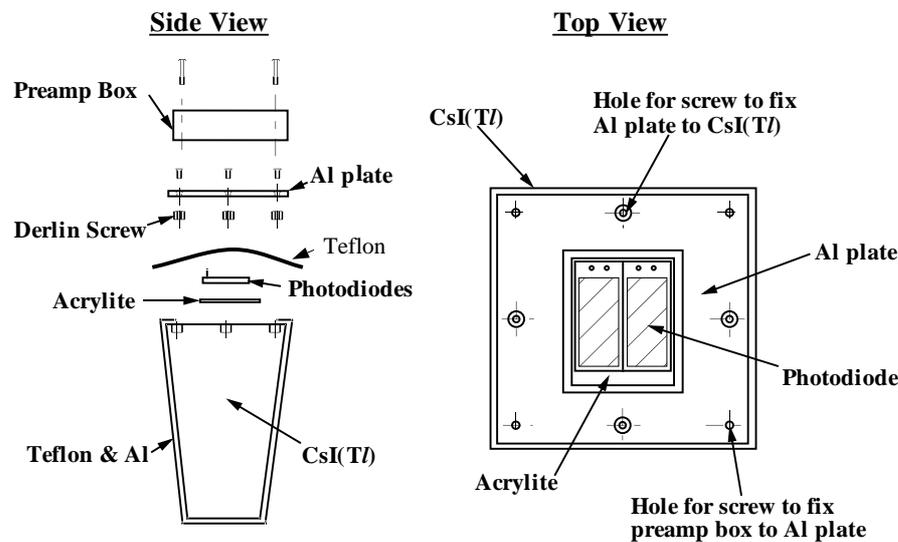


図 2.9: CsI(Tl) カウンター

シャワーは横方向に広がりを持つため、電子や光子が直接入射したカウンターにとどまらず、その周辺を含めた複数のカウンターにも信号をもたらす。そこで、1つの粒子に起因する信号を持つカウンターの集団を見つけ、エネルギーの総和をとるという作業をする。まず、隣接するどのカウンターよりも大きな信号を検出し、かつその値が 10MeV 以上のもの(シードカウンター)を探す。このシードカウンターを中心に 5×5 の範囲に入る計 25本のカウンターのうち、 0.5MeV 以上の信号を検出したカウンターを選ぶ。こうして得られたカウンターの集団をクラスターと呼ぶ。エネルギーの測定は、クラスターに含まれるカウンターが検出したエネルギーの総和をとり、入射位置はクラスター内のエネルギーの重心から決定する。

エネルギーは、実際に入射した粒子のエネルギーよりも若干小さくなる傾向がある。これは、クラスターの範囲外のカウンターやカウンターの後方にシャワーが漏れ出すためだと考えられる。また、カウンターの大きさが有限であるため、測定した入射位置と実際の位置にもずれが生じる。そこで、モンテカルロシミュレーションが電磁シャワーの振る舞い

をよく再現していることを用いて補正関数を求め、これを適用してシャワーのエネルギーと入射位置を得ている。

2.2.6 超電導ソレノイド

超電導ソレノイドは TOF と KLM の間に位置し、1.5 Tesla の磁場を検出器中心付近の直径 3.4m、長さ 4m の部分につくる役割を担う。コイルは Nb・Ti 合金超電導材を線材として使用し、液体ヘリウム冷凍機により -268°C まで冷却されて超電導状態になっている。コイル中には 4160A の大電流が断面 $3\times 33\text{mm}^2$ の線材に流れている。

2.2.7 K_L^0 、 μ 粒子検出器 (KLM)

KLM (K_L and Muon Detector) は寿命の長い K_L^0 中間子と、 μ 粒子を検出する。KLM は超電導ソレノイドの外側に位置し、厚さ 4.7cm の鉄プレートと Resistive Plate Counter (RPC) という検出器が交互に積み重ねられた構造をしており、全体で 14 層を成している。

K_L^0 中間子は寿命の長い中性粒子であるので、内部の検出器では測定できない。そのため、原子核と強い相互作用して発生するハドロンシャワーの測定により検出する。KLM では $600\text{MeV}/c$ 以上の K_L^0 が測定可能である。一方で、 μ 粒子は高い貫通力を持つため、ある程度高い運動量 ($\geq 600\text{MeV}/c$) ならば内側の検出器を通過し、KLM に達する。 dE/dx 、TOF、ACC を用いた粒子の質量による粒子同定方法では、 μ 粒子 ($105\text{MeV}/c^2$) と π 中間子 ($140\text{MeV}/c^2$) の識別はできない。ここで、KLM 中での荷電粒子の振舞いに着目すると、 π^{\pm} 、 K^{\pm} 等の荷電ハドロンは電磁相互作用に加えて強い相互作用をするので、ほとんどが KLM に達する以前に止まってしまう。一方、 μ 粒子は電磁相互作用しか起こさないため、KLM を何層にもわたって貫いて信号を残す。この性質から、SVD、CDC で検出した飛跡を KLM へ外挿し、対応する場所に KLM を何層にもわたって貫く飛跡があれば μ 粒子と識別することができる。現在、 $1.5\text{GeV}/c$ の μ 粒子に対する検出効率は 95% 以上である。

2.2.8 トリガーシステム

トリガーは研究対象である物理現象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除き、収集すべき反応事象を限られたデータ収集システム容量内に収めることを目的としている。トリガーには主として、飛跡トリガーとエネルギートリガーがある。飛跡トリガーは、TOF・CDC からの飛跡と時間情報を用い、エネルギートリガーは、ECL で検出された全エネルギーと信号を検出したカウンター群の総数の情報を用いてトリガーを行う。トリガーのタイミングは主として TOF の TSC による信号で決められる。図 2.10 に Belle で採用されているトリガーシステムのブロックダイアグラムを示す。

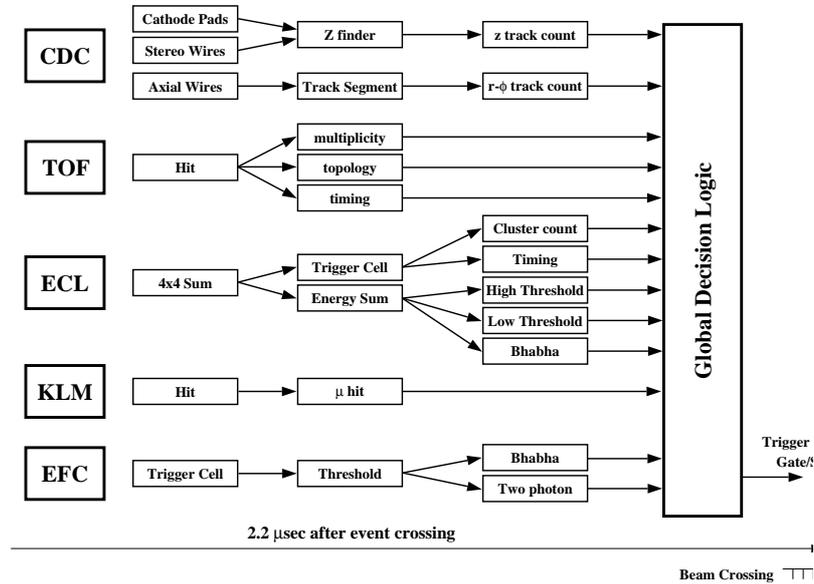


図 2.10: Belle トリガーシステム

これらの検出器サブシステムが発したトリガー信号は、グローバルデシジョンロジック (GDL) に送られる。GDL は各検出器サブシステムが発したトリガー信号の情報を総合して $2.2\mu\text{sec}$ 以内に当該事象のデータ収集を行うか否かを判定する。収集が決定された場合、その後 $0.35\mu\text{sec}$ 以内に各検出器に向けて最終トリガー信号を送る。GDL では最終トリガー信号を発する理論判断にプログラマブルゲートアレイ (FPGA) を用いており、論理判断の条件を柔軟に変更・調整できるようになっている。加速器の運転状況に対応して調整を適したものにすることで、最終トリガーレートは 400Hz 程度であり、後段のデータ収集システムの処理および転送能力の許容範囲に収まっている。ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における各事象の断面積とトリガーレートを表 2.4 に示す。

物理過程	断面積 (nb)	トリガーレート (Hz)
$B\bar{B}$ 事象	1.2	12
$q\bar{q}$ 事象	2.8	28
μ/τ 対生成	1.6	16
Bhabha 散乱	44	4.4 ^(a)
光子対生成	2.4	0.24 ^(a)
計	~67	~96

表 2.4: ルミノシティ $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ における断面積とトリガーレート:

上付^(a)は1/100をかけた値を示す。Bhabha 散乱と光子対生成の事象はルミノシティの測定や検出器の較正に用いられるが、その断面積が大きすぎるため該当事象 100 事象あたり 1 事象のデータのみ収集する。

2.2.9 データ収集システム (DAQ)

Belle データ収集システムの概要を図 2.11 に示す。 $B\bar{B}$ 事象または $q\bar{q}$ の 1 事象あたりのデータサイズは約 30KB であり、これは最大 15MB/s のデータ転送速度に相当する。

トリガー信号を受け取ると、各検出器は独立にその事象のデータを読み出す。この段階では 1 事象のデータは各検出器毎に分割されている。これをイベントフラグメントと呼ぶ。これをイベントフラグメントを作成するために、KLM と SVD を除いた各検出器からの信号の読み出しには charge-to-time(Q-to-T) コンバーターを用いる。これは電荷を一度コンデンサーに蓄え、一定の速度で放電する際に放電を始める時と終わる時に 2 回パルスが発生する回路を用いて、入力信号の電荷に比例した時間差を持つ 2 つのパルスを生成するものである。この出力パルスの時間差を FASTBUS マルチヒット TDC(LeCroy 1877s) を用いてデジタル化する。KLM からの情報はマルチプレクサで多重化して、同じ型の TDC で読み出す。SVD のデータ収集は SVD1 と SVD2 では差異がある。SVD1 の場合は、シリコン検出器ラダーの信号はフラッシュADC(FADC) に送られ、ここでデジタル化した時系列データをデジタル信号処理 (Digital Signal Processing; DSP) によってデータサイズを小さくした上で VME を 4 個用いて並列にイベント・ビルダーへ転送していた。SVD2 では DSP に代えて十数台におよぶ PC サーバーを並列動作させて時系列データの処理を実行している。

検出器サブシステム毎に読み出したデータはイベント・ビルダーに転送され、1 つの事象のデータとしてまとめられる。その後オンライン・コンピューター・ファームで事象選別を行ってデータの書式を整え、コンピューター・センターのマスストレージシステムにデータを送る。オンライン・コンピューター・ファームは同時に、測定器が正常に動作しているかを確認するためにデータ・クオリティー・モニター (DQM) とイベント・ディスプレイにも抽出した事象データを送る。

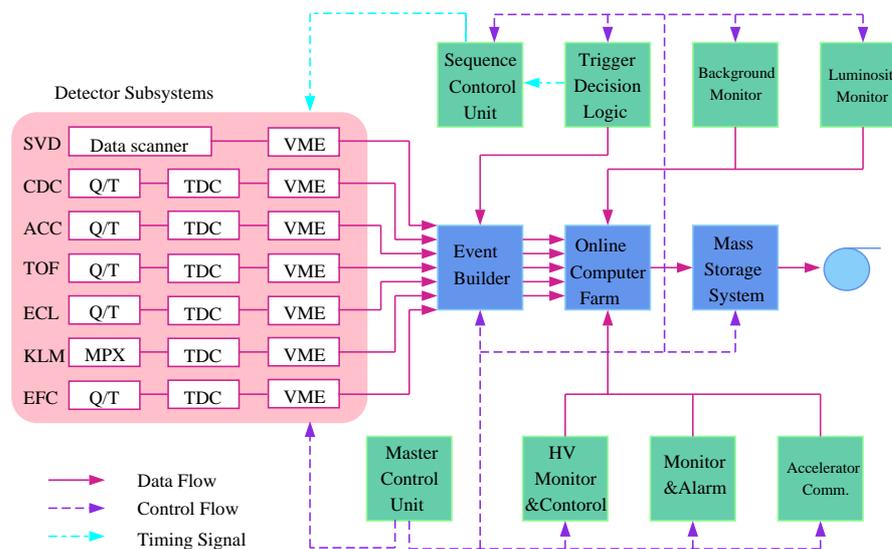


図 2.11: Belle データ収集システム

2.2.10 KEKB 計算機システム

データ収集システムが出力するデータは、測定器の電気信号が数値化されたもの (raw データ) である。これから、事象中に生じた粒子の通過位置、通過時刻、エネルギー、運動量といった物理量を再構成することが求められる。再構成の結果得られるデータを DST(Data Summary Data) と呼び、DST を得る計算処理を DST プロダクションと呼ぶ。DST プロダクションと個々の物理解析に必要な演算処理能力は 30.000MIPS である。また、年間 100TB におよぶデータの記憶容量が必要である。KEKB 計算機では、多数個の CPU による事象毎の並列計算処理と大容量テープドライブシステム、マイグレーションされた多数のディスクアレイ装置によってこれらの仕様を実現している。

第3章 事象選別

本章では、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象 (以下 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と呼ぶ) 及び $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$ 崩壊事象の選別方法について述べる。本章で選ばれた事象は、以下の章でスペクトラル関数の測定に用いられる。

3.1 電子・陽電子衝突反応の概要

本解析で用いた実験データは、KEKにある重心系のエネルギー $\sqrt{s}=10.58\text{Gev}$ の e^+e^- 衝突型加速器 (KEKB 加速器) の衝突点に設置された Belle 測定器を用いて収集されたものである。

収集したデータには本研究の対象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外にも、様々な反応事象が含まれている。解析の第1段階は、信号事象をそれ以外の事象 (バックグラウンド) から分離することである。バックグラウンドとなりうる反応を表 3.1 に示し、その特徴を以下にまとめる。

1. バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$)

終状態の e^+e^- は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量やエネルギーに不足分がない。生成断面積が非常に大きく、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ などの過程で γ が検出されない場合や終状態の e あるいは γ が、衝突点付近の物質と反応してシャワーを起こした場合には $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と間違いやすい。そのようなバックグラウンドを除くことが本解析で重要である。

2. $\mu^+\mu^-$ 対生成 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$)

バーバー散乱に同じく終状態の $\mu^+\mu^-$ は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず運動量やエネルギーに不足分がない。

3. ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)

クォーク・反クォーク対 $q\bar{q}$ は back-to-back の方向に生成される。ここで q は、 u, d, s 及び c クォークを意味する。観測されたハドロンはそのクォークの方向にジェット状に生成される。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。本来はこのハドロン生成のバックグラウンドを除くべきだが、本解析には除いていない。

4. B 中間子対生成 ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0B^0, B^+B^-$)
 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。終状態の粒子は、 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 反応と比べて広い範囲に分布する。
5. 二光子過程
二光子過程には、二光子レプトン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) および二光子ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$) 反応がある。ここで q には、 u, d, s クォークからの寄与がある。二光子過程は電子と陽電子が放出した仮想光子同士の散乱である。このとき、もとの電子と陽電子は高い運動量やエネルギーを持ち、ビームパイプに沿って進む。そのため、この過程では検出される運動量やエネルギーを散乱前の状態と比較すると不足分が大きい。一方、 P_t の方向は比較的良くバランスしている。

表 3.1: e^+e^- 衝突で起こる様々な反応の生成断面積および、その反応のシミュレーションに使用したプログラム名。プログラム名がデータとなっているのは、その見積もりをシミュレーションに頼らず、実験データそのものを用いて行った事を意味する。

	反応の名称	e^+e^- 衝突反応	生成断面積	使用したプログラム	参照
信号	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- + \tau^+\tau^-$ ($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow \text{others}$)	0.92nb	KORALB TAUOLA	[1] [2]
バックグラウンド	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- + \tau^+\tau^-$ ($\tau^-, \tau^+ \rightarrow \text{generic}$)	0.919nb	KORALB TAUOLA	[1] [2]
	(1) バーバー散乱	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$		BHLUMI	[3]
	(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$	1nb	KKMC	[4]
	(3) ハドロン生成	$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$	1.30nb	QQ	[5]
		$e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	2.09nb	QQ	[5]
	(4) B 中間子対生成	$e^+e^- \rightarrow B^+B^-$	0.525nb	QQ	[5]
		$e^+e^- \rightarrow B^0B^0$	0.525nb	QQ	[5]
	(5) 二光子過程	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$	18.9nb	AAFHB	[8]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	40.9nb	AAFHB	[8]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-u^+u^-/d^+d^-$	12.50nb	AAFHB	[8]
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-s^+s^-$	0.227nb	AAFHB	[8]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-c^+c^-$		0.03nb	AAFHB	[8]	
ビームガスとの反応				データ	
宇宙線				データ	

またビームとビームガス (ビームパイプ) との反応や宇宙線もバックグラウンドとなる。これらの反応はビームの軌道に沿って一様に起こるので、信号の検出効率を保ちながらバックグラウンドをいかに少なくするかが課題となる。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象においては終状態の ν_τ が検出されないための運動量やエネルギーに不足分がある。このため運動学的に直接事象を識別することはできない。しかしながら、不足分があることは逆に $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の重要な特徴でありその特徴をうまく利用することで、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応以外のバックグラウンドを減らすことが出来る。

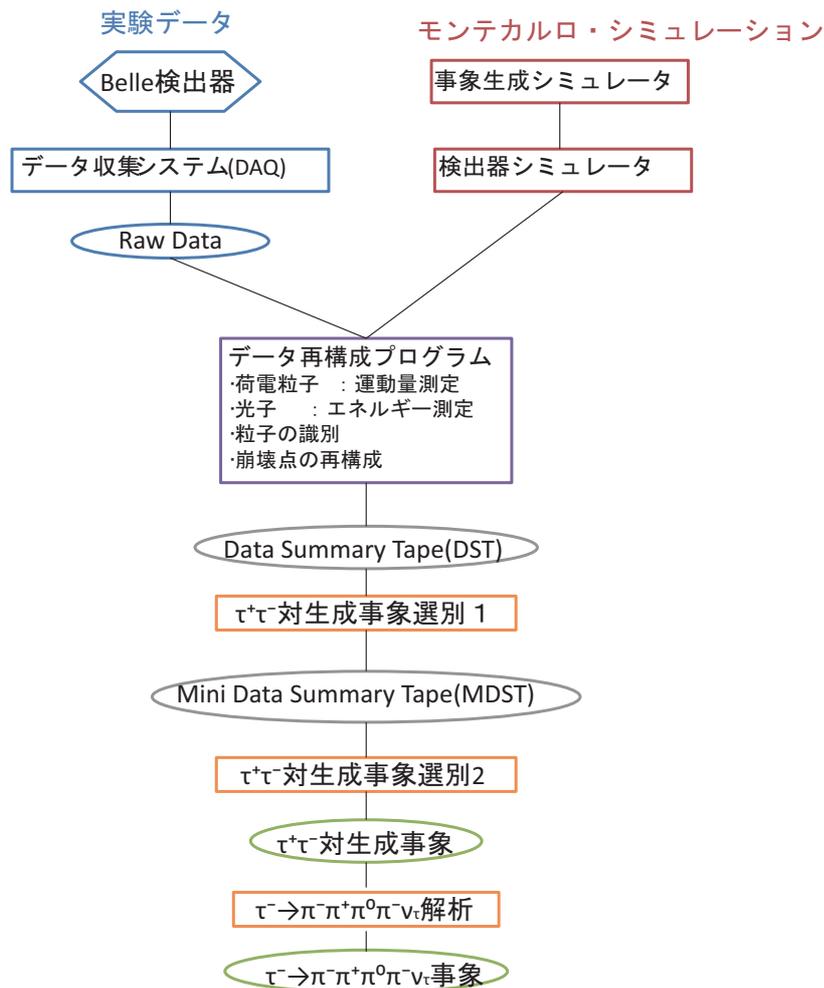


図 3.1: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象選別の流れ

本解析のフローチャートを図 3.1 に示す。このフローチャートに沿って、まず τ 粒子対生成事象の選別条件を説明し、次に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊の選別について説明する。

3.2 解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション

本解析に用いたデータは、Belle 測定器で 2000 年 1 月から 2006 年 12 月までに収集したもので、積分ルミノシティにして $672.328/fb$ に相当する。この量は $\tau^+\tau^-$ 生成事象数にして約 6.5×10^7 事象に対応する。具体的なデータの収集時期と積算ルミノシティの値を表 3.2 にまとめる。この期間の全積分ルミノシティにして $672.328/fb$ であるが、実験番号 31 の一部の解析で miss しているため miss 分を考慮して実際に解析に用いたデータの積分ルミノシティは $665.099/fb$ である。

実験番号	収集された時期	ルミノシティ
7	2000 年 1 月 ~ 2000 年 7 月	6.515/fb
9	2000 年 10 月 ~ 2000 年 12 月	4.436/fb
11	2001 年 1 月 ~ 2001 年 4 月	9.335/fb
13	2001 年 4 月 ~ 2001 年 7 月	11.932/fb
15	2001 年 10 月 ~ 2001 年 12 月	13.904/fb
17	2002 年 1 月 ~ 2002 年 3 月	12.034/fb
19	2002 年 3 月 ~ 2002 年 7 月	28.535/fb
21	2002 年 9 月 ~ 2002 年 10 月	4.375/fb
23	2002 年 10 月 ~ 2002 年 10 月	7.689/fb
25	2003 年 1 月 ~ 2003 年 4 月	28.625/fb
27	2003 年 4 月 ~ 2003 年 7 月	29.176/fb
31	2003 年 10 月 ~ 2003 年 12 月	20.243/fb
33	2004 年 1 月 ~ 2004 年 2 月	20.420/fb
35	2004 年 2 月 ~ 2004 年 3 月	18.693/fb
37	2004 年 3 月 ~ 2004 年 7 月	67.737/fb
39	2004 年 9 月 ~ 2004 年 12 月	49.961/fb
41	2005 年 1 月 ~ 2005 年 4 月	65.595/fb
43	2005 年 4 月 ~ 2005 年 6 月	63.513/fb
45	2005 年 9 月 ~ 2005 年 10 月	15.381/fb
47	2005 年 11 月 ~ 2005 年 12 月	41.122/fb
49	2006 年 1 月 ~ 2006 年 3 月	29.849/fb
51	2006 年 4 月 ~ 2006 年 3 月	43.682/fb
55	2006 年 9 月 ~ 2006 年 12 月	79.576/fb
合計		672.328/fb

表 3.2: 各実験番号の収集時期とルミノシティ

以下に述べるような事象選別条件の最適化や、実験データに含まれるバックグラウンドの見積り、事象の検出効率を求めするために疑似事象生成プログラム (モンテカルロシミュ

レーション:MC)を用いた。用いたプログラムの名称を表3.1に示した。これらのプログラムは、各反応の微分断面積や終状態の各分布や粒子の多重度をモデル化し、現実を忠実に再現するように長年改良されてきたものであり、この分野で標準的に使われているものである。

$\tau^+\tau^-$ 対の発生には、KORALB/TAUOLA プログラム、バーバー散乱に BHLUMI プログラム、 $\mu^+\mu^-$ 対生成に KKMC プログラム、 $\bar{B}B$ 中間子対や、ハドロン対生成 ($\bar{q}q$) には QQ プログラム、二光子過程には AAFHB プログラムを用いた。BHLUMI と KKMC には、現在までに知られている最も高次の輻射補正の効果が含まれている。

粒子と検出器を構成する物質と相互作用のシミュレーションには、GEANT プログラムを用いた。ビームと真空パイプ中の残留ガスとの反応から生じるバックグラウンドを忠実にシミュレートするために、ランダムな時間に読み出しデータを用いて、その情報をシミュレーションの事象に含めた。

図3.1のフローチャートに示すように、モンテカルロの事象は、データと同じ解析プログラムを通すことで、データ再構成のアルゴリズムや選別条件の影響が自動的にモンテカルロ事象にも反映されるようになっている。

3.3 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴は、

1. 荷電飛跡の数が2~5本と少ないこと
2. 反応の中で出てくるニュートリノ (ν_τ) が検出されないため運動量やエネルギーに不足分 missing(以下、ミッシングと呼ぶ) があること、が挙げられる。

τ 粒子の全崩壊モードの中で、荷電飛跡1本含むモードで崩壊するのは全体の85%、荷電飛跡が3本含まれるような崩壊は15%である。よって $\tau^+\tau^-$ 事象では

- $\tau^+\tau^-$ の両方が荷電飛跡1本のモード崩壊(荷電飛跡計2本)する割合が72%
- $\tau^+\tau^-$ のうち一方が荷電飛跡を1本、もう一方が3本の崩壊モードへ崩壊(荷電飛跡計4本)する割合が13%

となる。つまり、荷電飛跡が2本から4本ある事象を選べば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のうちの大部分(85%)を選ぶことができる。データ解析では、まず、測定器で間違いなく検出された「荷電粒子」やカロリメータで信号として観測される「光子」の条件をはっきりさせることが重要である。以下の条件を「荷電粒子」、「光子」の条件として要求する。

- 荷電粒子の条件

- CDC や SVD で観測した荷電飛跡を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の $x-y$ 平面上での距離 dr が 1.0cm の範囲にあり ($|dr| \leq 1.0\text{cm}$)、かつ、衝突点に対する最近接点の z 座標 dz が $\pm 5\text{cm}$ の範囲内にあること ($|dz| \leq 5.0\text{cm}$)。この条件は、ビームガスや宇宙船からの飛跡を除くと共に、 π や K が CDC の途中で崩壊したときに、その崩壊生成物の飛跡を除くための条件である。
- 横方向の運動量 P_t が 0.10GeV 以上であること。 ($|P_t| \geq 0.1\text{GeV}$) P_t が 0.10GeV 以下であると、螺旋が CDC の真ん中付近で旋回し、CDC で正しく飛跡を測定できなくなる。

- 光子の条件

- 光子のエネルギーが 0.08GeV 以上であること。
これはビームバックグラウンド等のノイズと真の光子とを分別するための条件である。
- CSI(TI) カロリメータで観測されたクラスターの位置と、CDC で検出された飛跡をカロリメータの前面への外挿した点との距離が 25cm 以上離れていること。
これは、荷電粒子がカロリメータの物質を通過することによって作られるクラスターを光子のクラスターの候補から除くための条件である。

3.3.1 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別 1

$\tau^+\tau^-$ 対事象を選ぶ第一段階として比較的緩い条件で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別する。この選別は Belle 測定器で収集した多量のデータから、後に行う詳しい解析に使う為のデータをあらかじめ選別することが目的である。要求した条件は以下の通りである。

- 荷電粒子の本数が 2~8 であること。 ($2 \leq N_{track} \leq 8$)
- 運動量の絶対値の和 ($\sum |P|$) が 9.0GeV 以下で、カロリメーターで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 ($\sum |E|$) が 9.0GeV 以下であること。
($\sum |P| \leq 9.0\text{GeV}/c, \sum |E| \leq 9.0\text{GeV}$)
これは、明白なバーバー散乱や μ 粒子対生成事象を除くための条件である。
- 少なくとも 1 本の荷電飛跡の横方向の運動量 P_t が 0.5GeV 以上であること。
($P_t \geq 0.5\text{GeV}$)
これは、トリガーが確実にかかっていることを保証するための条件である。

3.3.2 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象選別 2

以上のような条件を課しても、まだ多くのバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ 、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$)²、ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)、二光子過程 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ 等) がバックグラウンドとして残っているのでこれらを除く必要がある。その為に、前節で課した条件に加え、さらに以下のような条件を要求して $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を選んだ。

まず、事象選別 1 で得られた事象を図 3.2 のように、 e^+e^- の重心系で二つの半球に分ける。具体的には、荷電飛跡の中で他の荷電飛跡と 90° 以上離れており、かつ、 $x-y$ 平面でのビーム軸から 2.5cm 以内 ($|V_Z| \leq 2.5\text{cm}$) かつ、 $x-y$ 平面での z の位置が 0.5cm 以内であること。事象軸の偏向が e^+e^- の重心系で $35^\circ \sim 145^\circ$ であること、を要求した。事象生成点に制限を加えることでビーム・ガス反応や宇宙線からのバックグラウンドをほとんど除くことが出来る。

さらに、残りのバックグラウンドを除去するために以下の条件を課す。まず、ミッシング質量 (Missing Mass これを以下 MM と書くことにする。) を

$$MM^2 = (p_{initial}^{beam} - \sum_{P_{final}}^\gamma - \sum_{P_{final}}^\gamma)^2 \quad (3.1)$$

から求める。

ここで $p_{initial}^{beam}$ は始状態の e^+e^- ビームの全 4 元運動量、 P_{final}^{tracks} は終状態で観測された荷電飛跡の 4 元運動量である。(図 3.3 を参照)

また、運動量の保存から決まるミッシングの重心系における方向をミッシング角 ($\theta_{missing}^*$) と呼ぶ。MM と ($\theta_{missing}^*$) の二次元プロットを図 3.4 に示す。図 (1) は、データ、図 (2) ~ (4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に、 $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応の分布を示す。図 (3) より、バーバー散乱事象やミュー粒子対生成事象は、

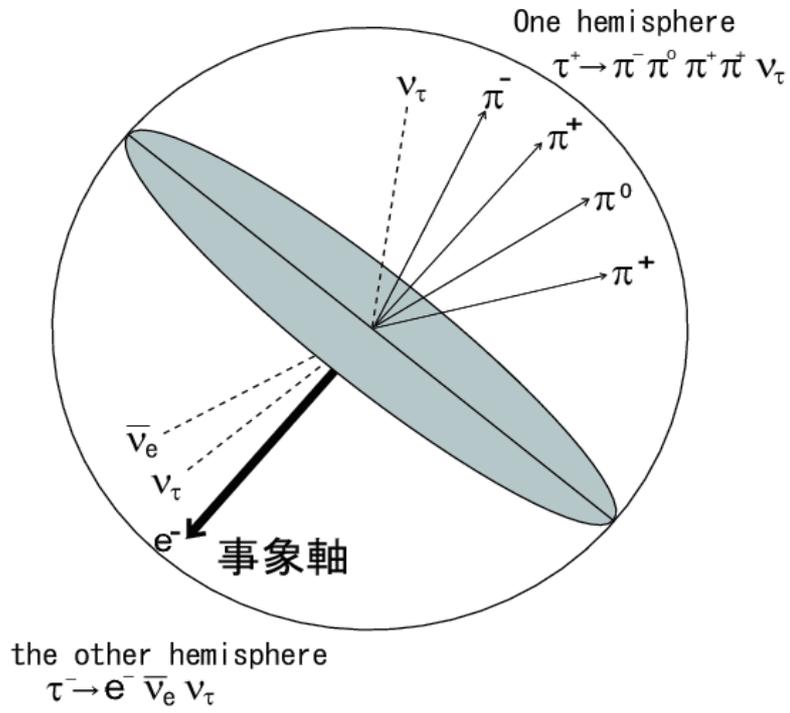


図 3.2: 事象の半球図

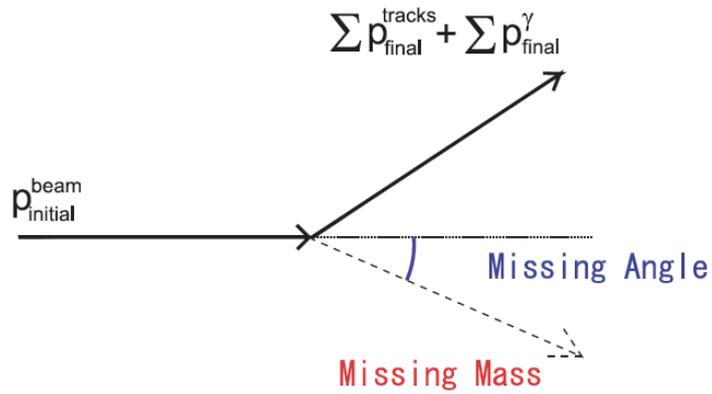


図 3.3: ミッシング質量

MM がゼロの辺りに集中して分布することがわかる。これらのモンテカルロによる分布とデータの分布を比較することで、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の条件として図中の八角形の中にある

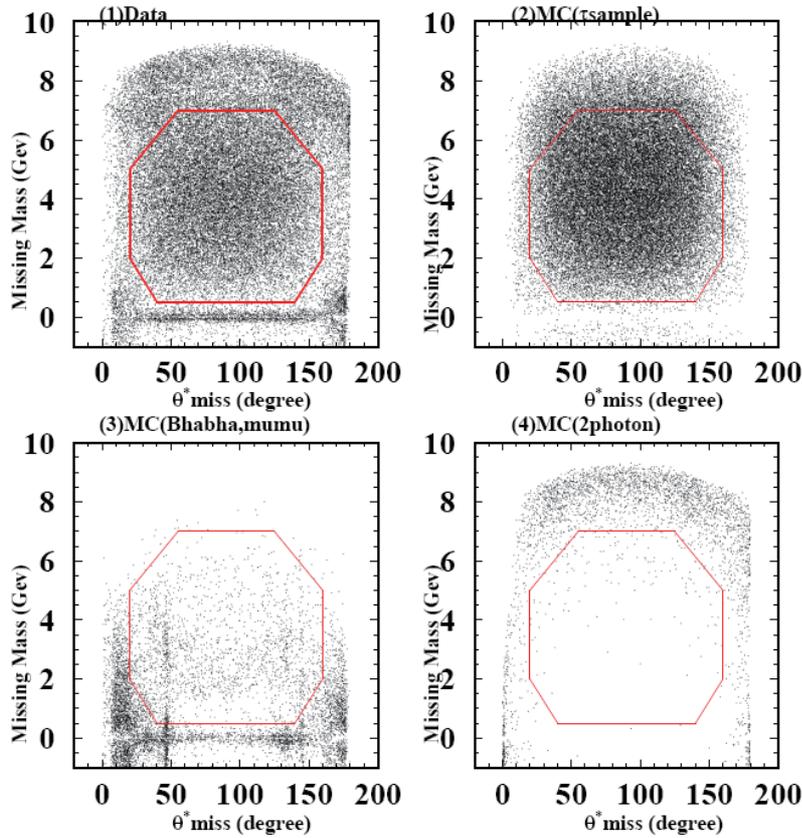


図 3.4: ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれからのバックグラウンドを示す。ここで赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。

ことを要求した。

ちなみに、図 (3) で $\theta_{missing}^*$ が 45 度付近と 145 度付近に見えるバンドは、光子を伴うバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) において、電子または光子がカロリメーターのパレル部分とエンドキャップ部分の境界に向かっていているような事象である。その付近は、カロリメーターの境界条件でありエネルギーを正しく測定出来ないために $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の候補として残っている。このような事象を落とすために、荷電飛跡や光子がカロリメーターのパレル部分とエンドキャップ部分の境界に向いていないことを要求した。バーバー散乱は生成断面積が非常に大きいので、それをさらに落とすための工夫が必要である。そのためにアコプナリティ角 ϕ_{acop} を導入する。アコプナリティ角とは最も運動量の大きい荷電飛跡と 2 番目に高い運動量を持つ荷電飛跡とが $x - y$ 平面においてなす角 ϕ_{open} の補角であり、 $\phi = 180^\circ - \phi_{open}$ と表せる (図 3.5)

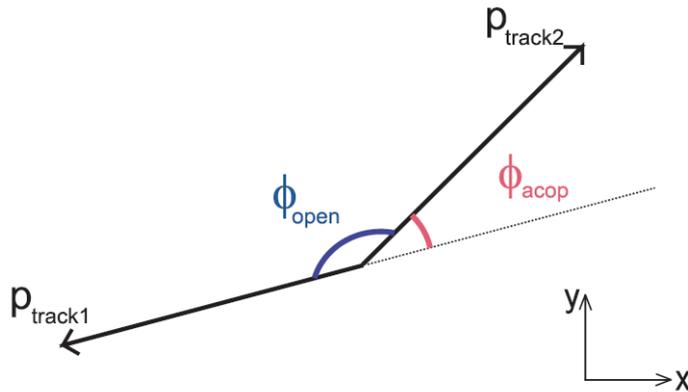


図 3.5: アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{acop} = |180^\circ - \phi_{open}|$ と定義される。ここで ϕ_{open} は $r - \phi$ での 2 つのトラックの開き角である。

この段階で残っている、バーバー散乱事象 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) は生成された電子あるいは陽電子が、ビーム付近の物質と相互作用して運動量が正しく測れないような事象である。このような場合にも、電子(陽電子)の方向はよく保存しているのでアコプナリティ角 $\phi_{acop} \leq 1^\circ$ を要求することでそのようなバーバー散乱を除去できる。

Belle 実験ではビーム衝突反応と他の反応を区別するため、物理現象を検出するための様々なトリガーが用いられている。本解析では、選別した事象は以下のいずれかのトリガーを満たしていることを要求した。

- フル荷電飛跡 (CDC を外筒まで追加している荷電飛跡) が 2 本以上あり、その荷電飛跡がなす角 θ が 135° 以下で、かつ TOF の 2 か所以上で検出されていること。さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。
- 電磁カロリメーターで測定されたエネルギーが 1GeV 以上であり、かつトリガーレベルでバーバー散乱や宇宙線であると認識されていないこと。
- 電磁カロリメーターで測定されたエネルギーが 0.5GeV 以上であり、ショート荷電飛跡 (CDC の外筒まで到達していない飛跡) が 2 本以上、フル荷電飛跡が 1 本以上、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135° 以上であること。さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。

1 つの事象は普通いくつかのトリガー条件を満たしており、この重複を利用してトラックトリガーやエネルギートリガーのトリガー効率を求めることができる。

以上の条件を全て要求することにより選ばれた $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の数は 191,491,469 事象で

ある。

選別された典型的な事象例を図 3.6 と図 3.7 に示す。これは $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中でも最も事象数の多い 2-prong 過程 (それぞれの τ 粒子が 1 本の荷電粒子を含む崩壊をした時、つまり、事象全体で荷電粒子が 2 本となるような事象) の例である。一方の τ は $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ に崩壊し、他方は $\tau^+ \rightarrow e^+\nu_e\nu_\tau$ に崩壊している。

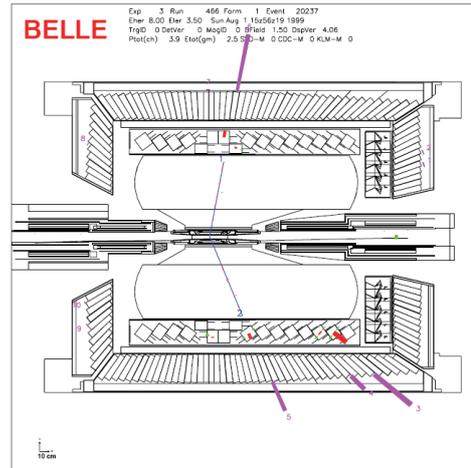
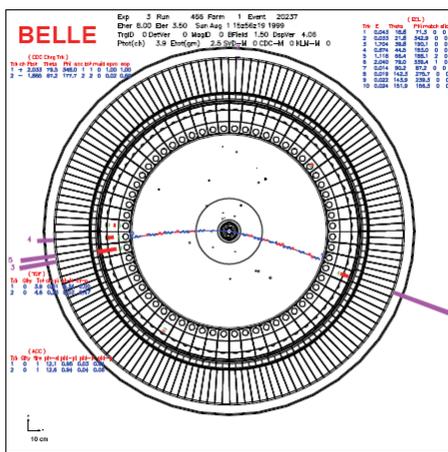


図 3.6: $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-z$ 平面) この図 3.7: $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-y$ 平面)。事象では τ^- がこの事象では τ^- が $\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu_\tau$ と同じ事象を $x-y$ 平面で見た図。ビーム崩壊をし、 τ^+ が $\tau^+ \rightarrow e^+\nu_e\nu_\tau$ 崩壊をしては円の中心に紙面垂直に通っている。

3.4 $\tau \rightarrow 3\pi\pi^0\nu_\tau$ 事象選別

この節では前節で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中から $\tau^- \rightarrow 3\pi\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別する。

3.4.1 π^0 の再構成

π^0 粒子はほぼ 100% の確率で光子 2 つに崩壊するので、2 つの光子を組み合わせることから π^0 を再構成するために用いる光子について以下の条件を課した。

1. エネルギーが 0.08GeV 以上 ($E_\gamma \geq 0.08\text{Gev}$) であること。
2. $24^\circ \leq \theta_\gamma \leq 138^\circ$ であること。これは、SVD の 23° 以下または 139° 以上の部分に比較的多くの物質が存在するため正しい測定が行われないからである。
3. カロリメーターのパレルとエンドキャップの境界付近で観測された光子でないこと。境界付近の光子はエネルギーが正しく測定されないのを除いた。

条件を満たした 2 つの光子の不変質量と π^0 の質量 $M_{\pi^0}=134.9\text{MeV}$ の差を 2 つの光子の不変質量の分解能で割ったものを、

$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}}$$

と定義し、 $S_{\gamma\gamma}$ が -3 から 2 の範囲に入っていることを要求した。 $S_{\gamma\gamma}$ の分布について図 3.8 に示す。図中の矢印は -3 から 2 までのシグナル領域を表している。

3.4.2 $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別の条件

まず $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を選別するために、以下の条件を課した。(ここで $h = K$ または π である。)

1. $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊条件を要求する。
 - (a) 半球中に π^0 粒子が 1 つある。
 - (b) 半球中に荷電粒子が 3 本あり、その荷電の合計が
 $-1(\tau^- \rightarrow h^-h^+h^-\pi^0\nu_\tau)$
 $+1(\tau^+ \rightarrow h^+h^-h^+\pi^0\nu_\tau)$
の 2 通りに限定する。
2. 本解析で目的としている $\tau \rightarrow 3h\pi^0\nu_\tau$ 崩壊以外からくるバックグラウンド (フィードアクロス BG) の除去。
 - (a) 光子転換している事象の除去

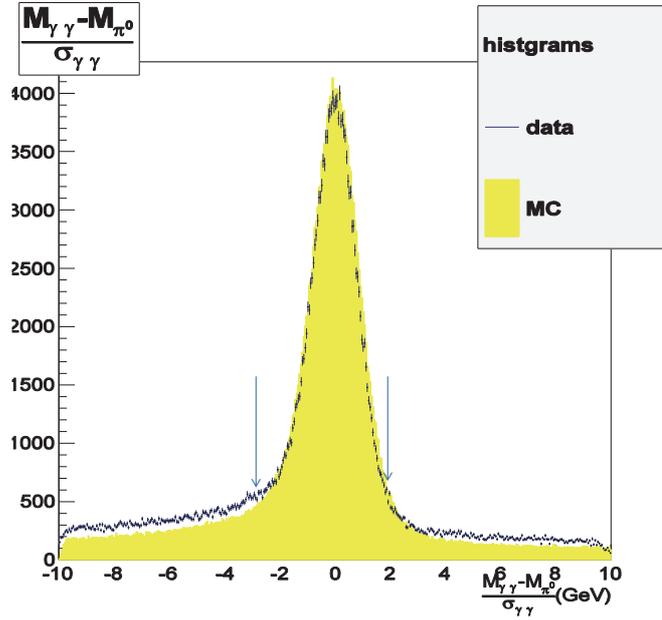


図 3.8: π^0 のシグナル分布。データをプロットで e^+e^- からの崩壊をもとにしたモンテカルロの事象を色つきヒストグラムで示した。矢印はシグナル領域を表す。

- i. 符号の異なる荷電粒子の質量を、それぞれの電子の質量 $M_e=0.51\text{GeV}$ に過程する。その 2 つの荷電粒子の不変質量を求め、不変質量が 0.51GeV 以下になる。
- ii. 荷電粒子の粒子 ID (e または μ) をエアロジェルチェレンコフカウンターと電磁カロリメーターから得る。この ID は、1 に近いほど π らしく、0 に近いほど e らしいといえる。ここでプラスかマイナスかどちらかの荷電粒子の粒子 ID が 0.1 以下になる。

上記の 2 つの条件を満たす事象は排除した。これにより、光子転換 $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ を含む事象を除去することができる。

- (b) $E_\gamma^{max} \leq 200\text{MeV}$ の π^0 から崩壊した 2 つの光子以外に、 200MeV 以上のエネルギー E_γ^{max} を持つ粒子があれば、その事象を除く。これは、 π^0 が複数あった可能性があるからであり、複数の π^0 を含むフィードアクロスバックグラウンドを除去することができる。
 - (c) $P_{\pi^0}^*/E_{beam}^* \geq 0.04, E_{beam}^* = 5\text{GeV}$ なので、すなわち e^+e^- 重心系での π^0 の運動量が 200GeV 以上になるようにしている。
3. 選別した $\tau^- \rightarrow h^- h^+ h^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象に対して、終状態の荷電粒子が、条件 $P(\pi/K) \geq 0.6$ によって π と識別されていることを要求した。

4. $\tau \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ に崩壊する半球の反対側に対して、電子が1つまたは μ 粒子が1つに崩壊しているという条件を課した。

ここで $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象を選ぶために用いた条件とそれによる効果、詳しい事象数を表 3.3 に示した。なお Efficiency は生成された全ての事象数 3.7×10^8 に対する割合である。

表 3.3: 選別条件によるイベント数の段階別変化

選別条件	事象数	Efficiency(%)
荷電粒子の合計が +1 or -1	44589440	11.79
π^0 が 1 つ	4896972	1.294
荷電粒子を π と識別	3521468	0.9311
$E_\gamma^{max} \leq 200\text{MeV}$ の光子の除去	2769837	0.7323

3.4.3 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 事象に対する $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ の不変質量分布

以上の選別の結果、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ を 1.3×10^6 事象選別した。観測された $M_{\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0}^2$ 分布を図 3.9 に示す。また、y 軸を対数目盛にしたものを図 3.10 に示す。観測された実データが黒色の線のプロット、モンテカルロでシミュレーションされたバックグラウンドが色付きのヒストグラムである。図中の誤差棒はデータの各ヒストグラムの Bin 中の事象数の平方根 \sqrt{N} を示している。事象数が多い、1.7GeV 付近に注目すると 53753 事象に対して統計誤差 231.847 であり、相対誤差は 0.43% である。事象数が多い部分ほど相対誤差が小さくなっている。

モンテカルロシミュレーションより見積ったバックグラウンドの各崩壊の割合を表 3.4 に示す。表 3.4 より、主なバックグラウンドは $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$ 、 $\tau \rightarrow 3\pi 2\pi^0 \nu_\tau$ であることがわかる。また $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ のサンプルに入ってくるバックグラウンドの割合は全体で 9.24% である。

表 3.4: $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊事象選別における、 $\tau^+ \tau^-$ 対事象の崩壊からくるバックグラウンドの評価

バックグラウンドの崩壊モード	バックグラウンドの割合 (%)
$\tau \rightarrow \pi 2\pi^0 \nu_\tau$	0.23
$\tau \rightarrow \pi K_s(1/2) \pi^0 \nu_\tau$	1.78
$\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$	2.45
$\tau \rightarrow 3\pi 2\pi^0 \nu_\tau$	3.72
other τ decay	1.06
バックグラウンドの合計	9.24

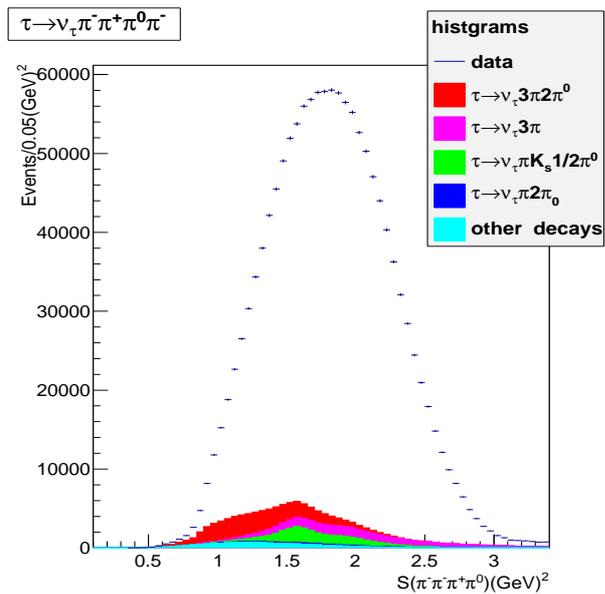


図 3.9: $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、色つきのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 1,395,040 事象である。

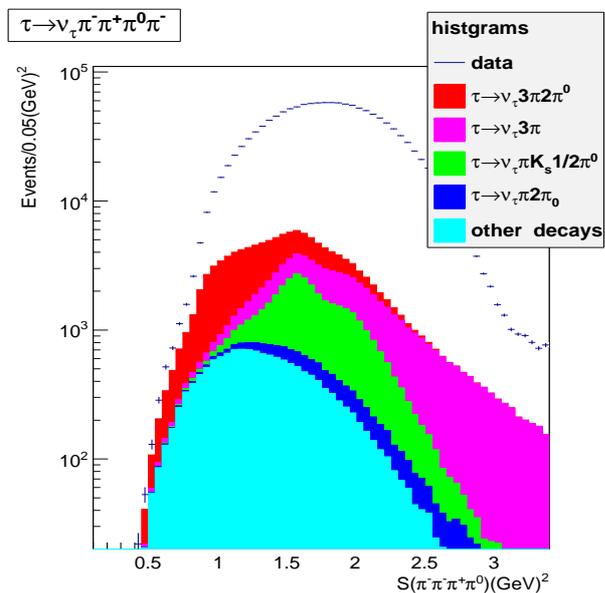


図 3.10: $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。y 軸を対数目盛にしている。

第4章 $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系のスペクトラル関数の測定

この章では4章で得た $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 崩壊からの $M_{\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-}^2$ 分布をアンフォールドし、検出器の寄与などが入っていない $M_{\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-}^2$ 分布を得て、そこから本解析の目的であるスペクトル関数の測定を行う。

4.1節では、データの再構成の手法であるアンフォールドの説明をする。

4.2節では、モンテカルロシミュレーションを用いたアンフォールドプログラムのテストを行い、その結果を記す。

4.3節では、実験データを用いたアンフォールドを行い、再構成された質量分布を示す。

4.4節では、アンフォールドした結果を用いてスペクトル関数の導出を行う。

以上のような手順で説明していく。

4.1 データの再構成の手法

観測された不変質量分布には、その検出器の有限なアクセプタンスや分解能からの寄与がある。このため、観測された質量分布は実際の分布(真の分布)と同じではなく、いくぶん歪められている。よって、新の分布を得るにはこれらの歪みを補正する必要がある。この補正の手続き、すなわち、「観測された分布」から「真の分布」を求めることを一般に「アンフォールド」という。

アンフォールドで真の質量分布を求めることは、高エネルギー実験にとって非常に重要なことである。しかしながら、アンフォールドすることは一般的には難しくこれまでに様々な手法が提案されてきた。現在、確立されているアンフォールドの方法としては、CERNで行われていたALEPH実験で開発された固有値分解法(Singular Value Decomposition)や、DESY実験で発展したBayes theorem法などがある。

本解析では、前者の固有値分解法(Singular Value Decomposition)を用いた。以下、その固有値分解法によるアンフォールドの手法について説明する。

まず、真の分布、検出器の response matrix、観測によって得られた分布をそれぞれ

$$\begin{cases} \text{真の分布のベクター} : x_i (\mathbf{x} = x_1, \dots, x_n) \\ \text{検出器の response matrix} : A_{ij} (\mathbf{A} = A_{11}, \dots, A_{mn}) \\ \text{観測された分布のベクター} : b_i (\mathbf{b} = b_1, \dots, b_m) \end{cases}$$

とおく。ここで検出器の response matrix とは「真の分布では Bin=J であった事象が観測された分布では Bin=i で再構成される確率」で与えられる。本解析において検出器の response matrix は、モンテカルロシミュレーションを用いて得たが、これについては 4.3.1 節で詳しく述べる。これらを使って 3 つの関係を表すと、

$$\sum_j A_{ij} x_j = b_i \quad (4.1)$$

のようになる。数学的にはこの線形方程式の解は、

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.2)$$

で与えられる。response matrix \mathbf{A} が、もし対角要素のみならば、「真の分布での Bin j=再構成した時の Bin i」となり、問題はない。しかし実際には非対角要素があり、これがあるとき統計的なふらつきが拡大されて見える。これにより、式 4.1 のように response matrix の逆行列を作用させても、正しい分布が得られない。そこで SVD unfolding では以下のようにして統計的に意味の持たない分布を除いている。

まず、response matrix \mathbf{A} を

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \mathbf{U} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \quad (4.3)$$

このように \mathbf{A} 、 \mathbf{S} 、 \mathbf{V} の行列の積に分解する。ここで、 \mathbf{U} と \mathbf{V} は直交行列、 \mathbf{S} はその対角要素に、行列の \mathbf{A} の固有値 s_i を持つ対角行列である。固有値の順序は大きい順

$$s_i \leq s_{i+1} \quad (4.4)$$

となっている。この順に並べることが重要であり、これらは後から統計的に意味のない所を除くために使う。式 4.3 を使い、式 4.1 を表すと、

$$\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4.5)$$

となる。これを变形して、

$$\mathbf{S} \mathbf{V}^T \mathbf{x} = \mathbf{U}^T \mathbf{b} \quad (4.6)$$

ここで、 \mathbf{x} と \mathbf{b} を回転させた系で考えることにする。

$$\begin{cases} \text{真の分布 } \mathbf{x} \text{ を回転させた系} & \mathbf{Z} = \mathbf{V}^T \mathbf{x} \\ \text{観測された分布 } \mathbf{b} \text{ を回転させた系} & \mathbf{d} = \mathbf{U}^T \mathbf{b} \end{cases}$$

上の回転させた系を用いると、

$$\mathbf{SZ} = \mathbf{d} \tag{4.7}$$

となる。 \mathbf{S} は対角行列であるので、ベクター \mathbf{Z} の成分 Z_i は以下のように与えられる。

$$Z_i = \frac{d_i}{s_i} \tag{4.8}$$

式から明らかなように、 s_i が小さく、その大きさが統計によるふらつきと同程度のときは、その統計誤差が拡大されてしまう。SVD unfolding ではこのような小さな固有値の影響を除くために「responce matrix \mathbf{A} の正則化パラメータ k_{reg} 」を導入する。 k_{reg} は「データとして意味のあるところと、統計的に意味のないところを区別するための値」であり、行列のランク k_{reg} はそれ自身の統計誤差 σ_{d_i} と等しくなる

$$\frac{d_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \tag{4.9}$$

のところの i をその行列ランク k_{reg} とする。この判断のために、横軸に i 、縦軸に $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right|$ を図 4.2 のようにとり、「初めて $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right| \sim 1$ となるような i の値」を「responce matrix の k_{reg} 」とした。

実際に行ったアンフォールドの流れを図 4.1 に示した。

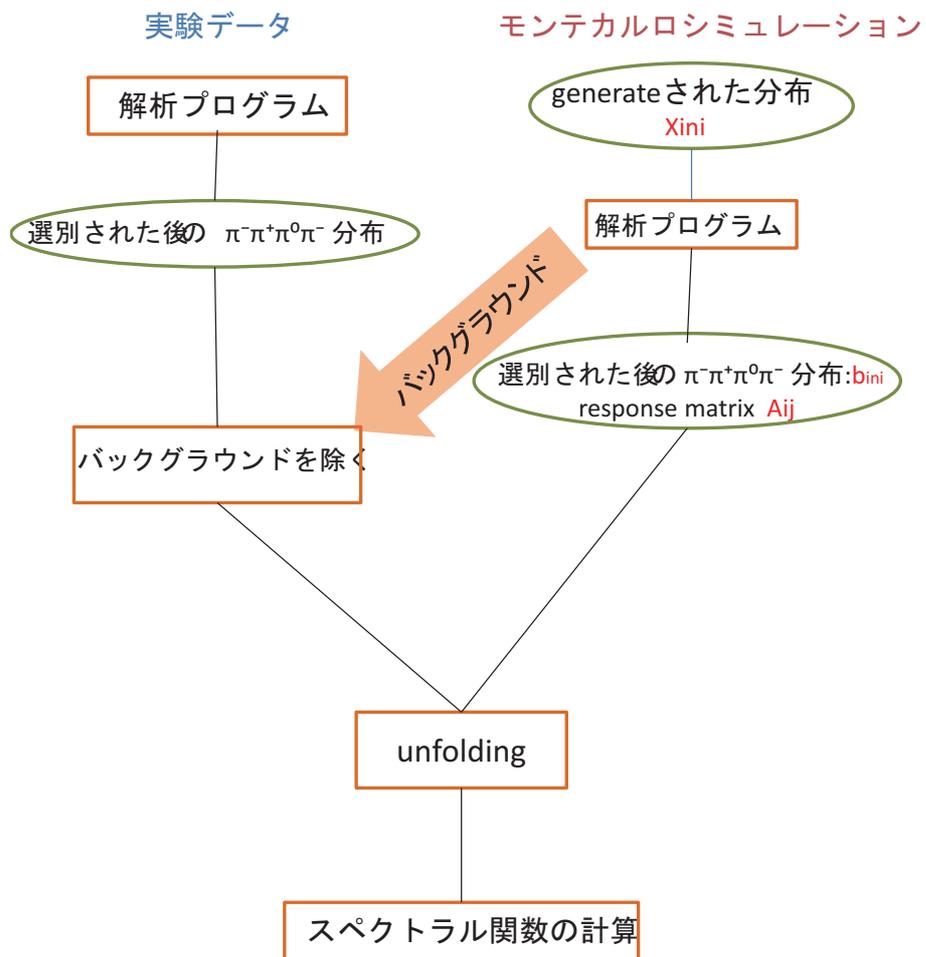


図 4.1: 実際のデータを入力として、アンフォールドする際の流れ

4.1.1 簡単な例

ここでは2行2列の最も簡単な場合を例にとって、アクセプタンス行列 \mathbf{A} の逆行列 \mathbf{A}^{-1} にどのような問題が起こるかについて説明する。検出器の効果を表すアクセプタンス行列 \mathbf{A} を用いて測定された分布 $\mathbf{b} = b_i = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ と真の分布 $\mathbf{x} = x_j = x_1, \dots, x_m (m \leq n)$ は

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4.10)$$

という固有値方程式の形で関係づけられている。
最も簡単な例として、アクセプタンス行列 \mathbf{A} が

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & 1 - \epsilon \\ 1 - \epsilon & 1 + \epsilon \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

のような形をしている場合を考える。

ここで ϵ は $0 \leq \epsilon \leq 1$ であり、検出器の性質を決めるパラメータである。例えば $\epsilon = 1$ ならば、 \mathbf{A} は

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

となり理想的な検出器を意味する。一方 $\epsilon \ll 1$ のように小さくなればなるほど検出効率の悪い検出器であることを表す。例えば $\epsilon = 0$ ならば、 \mathbf{A} は

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

となり、各ピンの区別がつかない非常に分解能の悪い検出器に対応する。
固有値分解法 (SVD) を用いて、行列 \mathbf{A} は次のように分解できる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (4.14)$$

ここで直交行列 \mathbf{U} と \mathbf{V} は

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

である。行列 \mathbf{A} の固有値は $s_1 = 1$ と $s_2 = \epsilon$ である。

ここで \mathbf{b} は観測されたイベント数

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

を用いて、前節にしたがって \mathbf{U} 、 \mathbf{V} の回転した系でのベクター \mathbf{z} と \mathbf{d} を定義すると、

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}^T \mathbf{x} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{d} = U^T \mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (b_1 + b_2) & (b_1 - b_2) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

固有値方程式 4.10 は

$$\mathbf{S} \mathbf{z} = \mathbf{d} \quad (4.19)$$

となる。行列 \mathbf{S} は対角行列なので、この固有値方程式は簡単に解くことができ、

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{d} \quad (4.20)$$

ここで

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

となる。求めたいベクトル \mathbf{x} は、 \mathbf{z} を用いて

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{z} = \mathbf{V} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (b_1 + b_2) \\ (b_1 - b_2) \end{pmatrix} = \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

のように与えられる。

式 4.22 は ϵ が有限の時の式 4.10 の正確な解である。しかし、第 2 項が

$$\frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \quad (4.23)$$

であることに注目してもらいたい。この差 $b_1 - b_2$ が統計の範囲内 ($|b_1 - b_2| < \sqrt{b_1 - b_2}$) であったとき、差 $b_1 - b_2$ は単なる統計的なふらつきで意味はないが ϵ が小さくなるとこの項がだんだん大きくなり、統計的に意味のある第 1 項より大きくなるということが起こる。このような場合には、この項、すなわち固有値の $s_2 = \epsilon$ をも除いた結果

$$\mathbf{x} = \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

の方が物理的に意味のある結果となっている。

4.2 モンテカルロシミュレーションを用いたアンフォールドのテスト

今回用いたプログラムは CERN program Library で開発され発展し、ROOT と呼ばれるプログラムを用いて解析を行っている。実際のデータを使ったアンフォールドを実行する前にプログラムが正常に動いているかどうか確かめた。方法としては以下の通りである。

1. 既知の分布をテスト分布として使う。
2. 観測された分布は $b_i = \sum_j A_{ij} \cdot X_j$ で得るとする。ここで、response matrix A_{ij} はモンテカルロから得る。
3. 観測された分布を、統計誤差 Δb_j を使いガウス分布で smear した。
4. アンフォールドを実行する。
5. 得られた結果を fit する。
6. unfolding の結果得られた分布と最初のテスト分布を比較して、アンフォールドによって真の分布が得られているか確かめる。

この場合、単に統計誤差で smear しているだけなので、アンフォールドした結果は、プログラムが正しく働いているならば、もともとの分布 (テスト分布) と一致しなければならない。以下ではこの流れでアンフォールドのプログラムが正しく働いているか確かめた。

4.2.1 アンフォールドのテストに用いたデータ

テスト分布に用いたのはモンテカルロの実験番号 e000055 の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 選別後の generate された分布である。事象数が多いのでこの実験番号を採用した。response matrix について、実データに対するアンフォールドを行った際に用いたものと同じものを使った。(モンテカルロの実験番号 e000007 ~ e000055 を利用)

また、観測された分布は上でも述べたように、テスト分布から $b_i = \sum_j A_{ij} \cdot X_j$ で、これを統計誤差 $\Delta b_j = \sqrt{b_j}$ で smear することで得た。

これらのデータを用いてアンフォールドを実行した。

4.2.2 アンフォールドプログラムに対するテストの結果

unfolding の結果、 $M_{\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-}^2$ 分布は図 4.3 になった。このとき正規化パラメータ $k_{reg}=10$ である (図 4.2 より)。どの Bin においてもテスト分布とアンフォールドして得られた分布はおおよそ一致していることがわかる。正規化パラメータ k_{reg} の値を変えてテストも行った。図 4.4 が $k_{reg}=2$ の場合、図 4.5 が $k_{reg}=66$ の場合である。どの k_{reg} の値でもアンフォールドした分布がテスト分布におおよそ再現出来ていることがわかるが、 k_{reg} があま

りに大きいとアンフォールドした分布のばらつきがみられる。大きすぎる kreg の値はデータの再構成に不安が残るので本解析では kreg=10 を用いた。
 また、テスト分布と responce matrix に用いるモンテカル口を両方とも同じ実験番号 e000055 を用いてアンフォールドのテストも行った。その結果を図 4.6 に示す。これはテスト分布とアンフォールドしたあとの分布が全く同じであることがわかった。
 以上よりアンフォールドプログラムは正しく働いていることが確かめられた。次の節では実際にデータを用いたアンフォールドを行う。

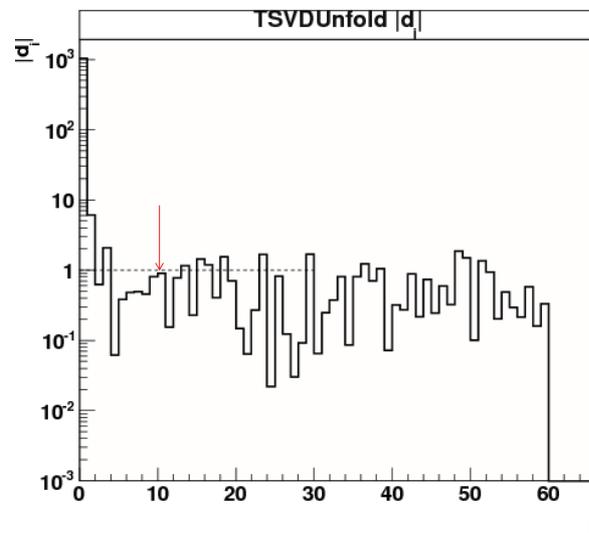


図 4.2: SVDunfolding のテストにおける $\log\left|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}\right|$ 。横軸が i 、縦軸が $\log\left|\frac{d_i}{\sigma_{d_i}}\right|$ である。矢印は kreg を表しており、今の場合 kreg=10 である。

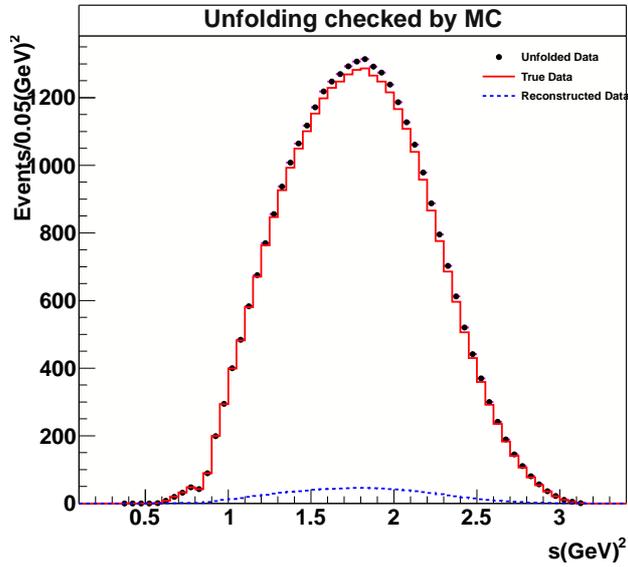


図 4.3: TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。kreg=10 の場合。実線の赤いヒストグラムはテスト分布を、青い点線は観測された分布を、黒い点はアンフォールドした結果得られた分布を示している。

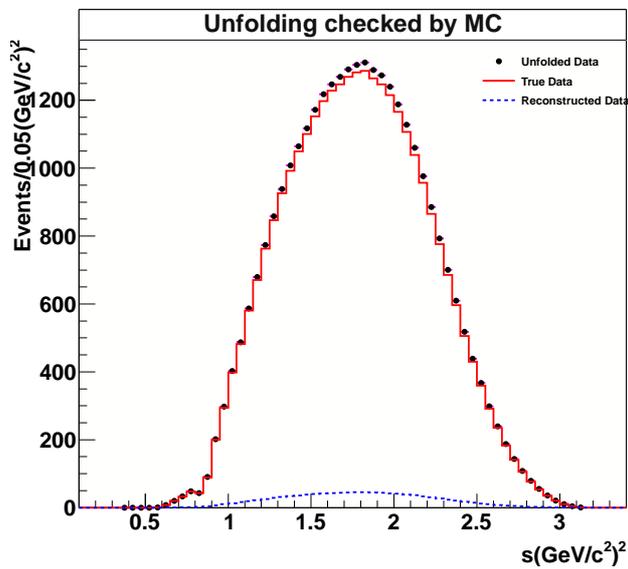


図 4.4: TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。kreg=2 の場合。図中の点やヒストグラムの意味は図 4.3 と同じである。

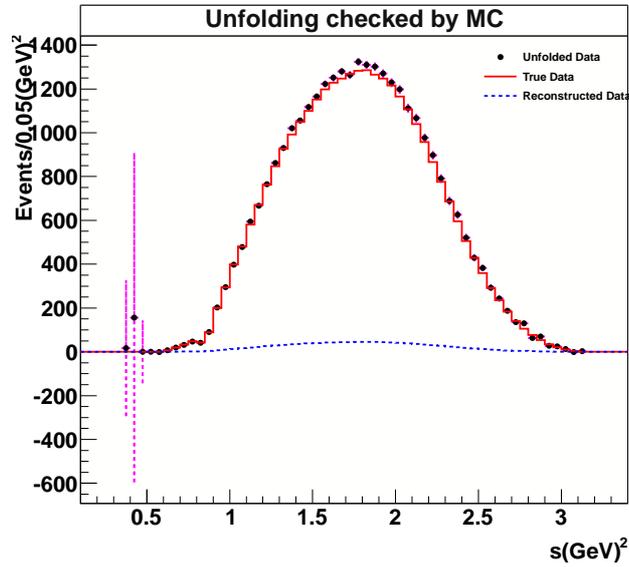


図 4.5: TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。kreg=66 場合。図中の点やヒストグラムの意味は図 4.3 と同じである。

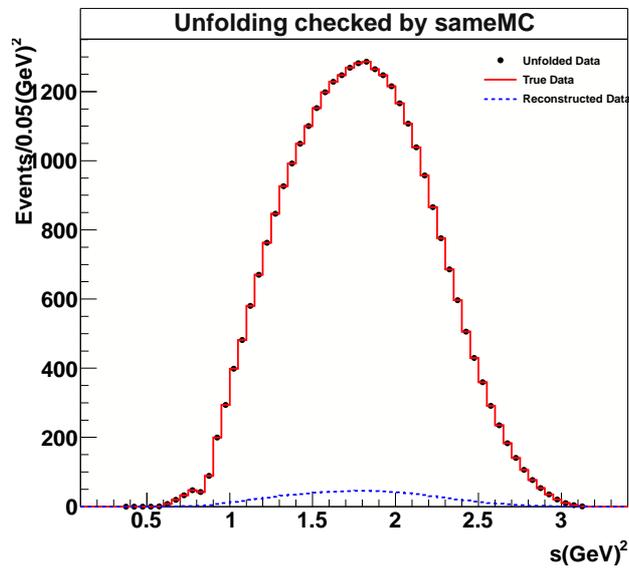


図 4.6: TSVDunfold のテストにおいて得られた分布。アクセプタンスとして用いる MC とデータとして用いる MC を同じ実験番号 e000055 を利用。この図では kreg=10 である。図中の点やヒストグラムの意味は図 4.3 と同じである。

4.3 実データを用いた不変質量分布 $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ のアンフォールド

この節では、前節 4.2 で確かめたアンフォールドのプログラムを使い、実際のデータに対するアンフォールドを行う。

4.3.1 実データのアンフォールドに使用したデータ

アンフォールドを行うためには

1. モンテカルロから求めた response matrix
2. データでの $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の質量の 2 乗分布

が必要である。

1. モンテカルロを用いて response matrix を求める。

response matrix は「検出器の分解能などで歪められる前の分布では Bin=j であったものが、Bin=i で観測される確率」で表される。この情報を本解析ではモンテカルロシミュレーションを用いて得た。方法としては、モンテカルロシミュレーションを検出器のシミュレーションと実データに用いる解析プログラムに通すことで得る。これによって解析途中で加えられた選別条件による効果が自動的にモンテカルロイベントにも適用される。つまり、 A_{ij} はモンテカルロが generate された時の分布と検出器のシミュレーションと解析プログラムの再構成の結果得た分布との比較により得た関係と言い換えることが出来る。

$$\tilde{A}_{ij} = \frac{A_{ij}}{X_j^{init}} \quad (4.25)$$

もし、影響するものが全くないならば、Bin=j にあったものは、Bin=i(i=j) で必ず観測されるはずである。しかし現実には、観測される分布には必ず何らかの影響を受ける。ここで、影響を与えるものは以下の 2 つに分けられる。

- (a) τ pair 事象や、 $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-\nu_\tau$ 事象を選別する際に落ちてしまった事象など、その事象があったにもかかわらず検出出来なかった事象による寄与 (検出効率)
- (b) 検出器で検出され、かつ $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-\nu_\tau$ 事象を選別しても残っていた事象が検出器の resolution 等の影響で、もともとの Bin とは違った Bin で検出されたことからくる寄与 (検出器の分解能)

前者の「事象を検出出来なかったことによる寄与」は 4 章ですでに述べた。もう一方の「もともとの Bin とは違った Bin で検出されたことによる寄与」については response と呼ばれている。これは検出器において、「Bin=j で作られた (generate) 事

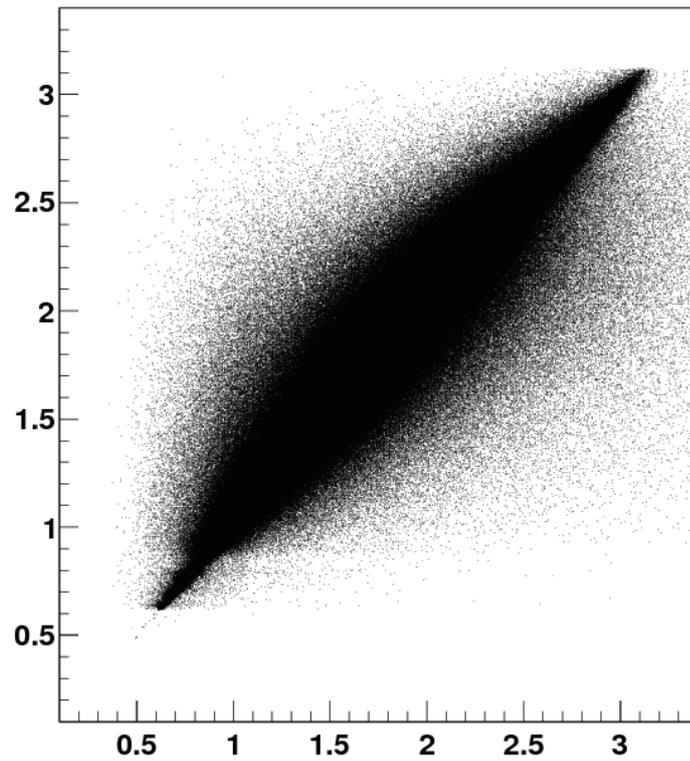


図 4.7: $M^2_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}|_{generate} \cdot VS \cdot M^2_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}|_{observed}$ プロット。 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 崩壊のモンテカルロを使って、横軸に generate された時の $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の質量分布を、横軸にはそれが観測された時の $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の質量分布をとり、これら 2 つの分布の相関関係を 2 次元プロットで示した。

象が、Bin=i で観測される」という関係を表したもので、これを response matrix と呼ぶ。 $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布についてこの関係を図 4.7 に示した。

図 4.7 において、縦軸が generate された時の $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布、横軸が観測された時の分布である。ほとんどの事象は、「generate された Bin j=観測された Bin i」を示す一直線上に分布しているが、少しずれたところにも事象があり、「真の分布における Bin(generate された Bin)j≠観測された Bin(再構成された Bin)i」となるような相関関係があることがわかる。また、この図において、事象が多いところについては大きな重みをあて、事象が少ないところについては重みを小さくしてアンフォールドが行われる。

次に、全体のアクセプタンスを考える。アクセプタンスは

$$\eta_j = \sum_i \frac{A_{ij}}{X_j^{init}} \quad (4.26)$$

で表される。 \sum_i は観測された分布について足し上げることを表している。これを質量範囲ごとに見ると、図 4.8 のようになる。

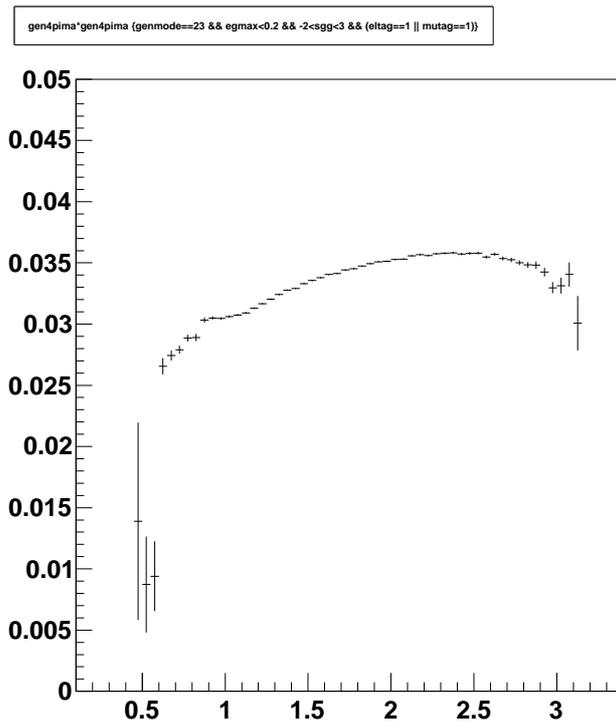


図 4.8: モンテカルロで見積った $\tau^-\tau^+$ 選別と $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 選別間のアクセプタンス。縦軸にアクセプタンス η_j を横軸に $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ をとった図

response matrix は図 4.7 を質量の範囲で区切ったとき、その Bin に入った事象に対して、モンテカルロで generate されたときの $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ の Bin ごとの事象数で割っ

表 4.1: バックグラウンドを差し引く前と後の事象数と誤差

質量の bin 番号	バックグラウンド差し引き前			バックグラウンド差し引き後		
	事象数	統計誤差	相対誤差 (%)	事象数	統計誤差	相対誤差 (%)
1	0	0	0	0	0	0
10	286	16.91	5.913	81	17.65	21.74
20	18801	137.1	0.7296	15073	147.5	0.9786
30	53753	231.8	0.4313	47843	248.0	0.5184
40	50271	224.2	0.446	47707	239.1	0.5013
50	14810	121.6	0.8217	14099	128.8	0.914
60	1303	36.09	2.770	1032	37.25	3.608
全事象数	1383220			1256270		

たもので得られる。

response matrix を求める上で Bin の幅を決めることは、response matrix の形に直接関係することから大変重要なことである。今回は Bin の幅として $0.05(\text{GeV})^2$ を用いた。これは、検出器の分解能を $0.005 \sim 0.03(\text{GeV})^2$ と見積ったためである。

2. データにおける $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布

3.4.3 節でも示したが、データにおける $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布を図 4.9 に示す。データにおける $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布はモンテカルロで見積ったバックグラウンドをさし引いたものを用いる。

バックグラウンドを差し引く前と差し引いたあとの事象数と統計誤差を 10Bin ごとに表 4.1 に示す。

表から見てみてもわかるように、バックグラウンドを差し引く前と差し引いたあとの相対誤差が両方とも低い質量領域を除いて 0.5 ~ 1% の辺りを示している。

統計誤差について説明する。バックグラウンドを差し引いたデータを signal とすると

$$N_{\text{signal}} = N_{\text{total}} - N_{\text{background}} \quad (4.27)$$

この signal に対する統計誤差は、

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{signal}} &= \sqrt{\sigma_{\text{total}}^2 + \sum \sigma_{B.G_i}^2} \\ &= \sqrt{\sigma_{\text{total}}^2 + \sigma_{3\pi^2\pi^0}^2 + \sigma_{3\pi}^2 + \sigma_{\pi K_S\pi^0}^2 + \sigma_{\pi^2\pi^0}^2 + \sigma_{\text{others}}^2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

とした。また、バックグラウンドを差し引いて得られた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布を図 4.10 に示す。

これらを用いてアンフォールドを実行した。

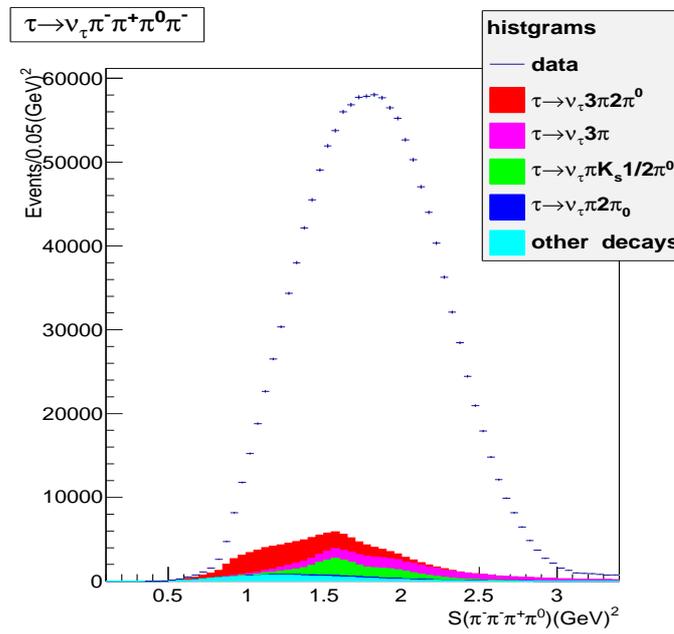


図 4.9: 測定された $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系の不変質量の 2 乗の分布。黒色の実線は観測された実験データで、色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。

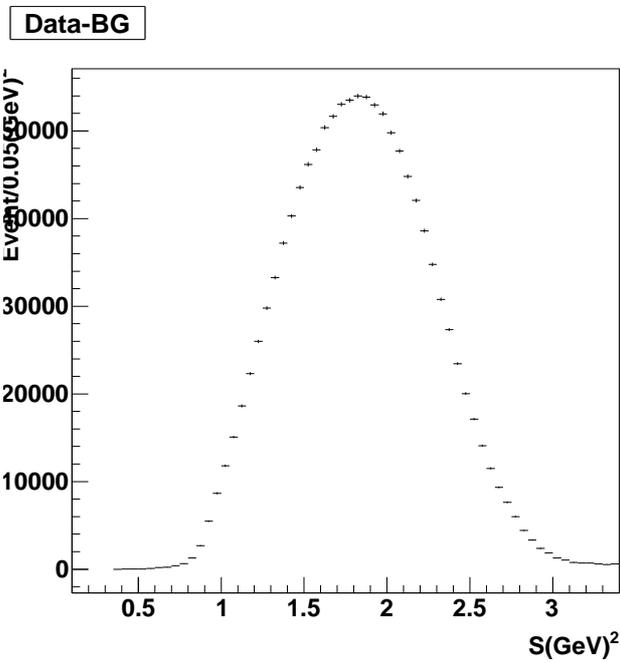


図 4.10: バックグラウンドを差し引いた後の $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 系の不変質量の 2 乗の分布

4.3.2 実データを用いたアンフォールドの結果得られた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布

アンフォールドをして得られた分布を図 4.11 に、また事象数と統計誤差について 10Bin ごとに以下の表 4.2 に示す。統計誤差には、データの統計誤差とバックグラウンドの差し引きを用いたモンテカルロの統計誤差が含まれる。このアンフォールドの統計誤差の 2 乗の分布を図 4.12 に示した。この図は統計誤差の相関を表しており、対角要素以外ほとんど事象がないことから Bin ごとの相関は無視できることが分かる。

表 4.2: アンフォールドしたあとの各 Bin ごとの事象数と統計誤差・相対誤差

質量の Bin 番号	事象数	統計誤差	相対誤差 (%)
1	0	0	0
10	19	3.486	18.30
20	443672	2199	0.466
30	1406960	3929	0.262
40	1387790	3721	0.256
50	427463	1731	0.384
60	10270	111.4	1.05
全事象数	3.66×10^7		

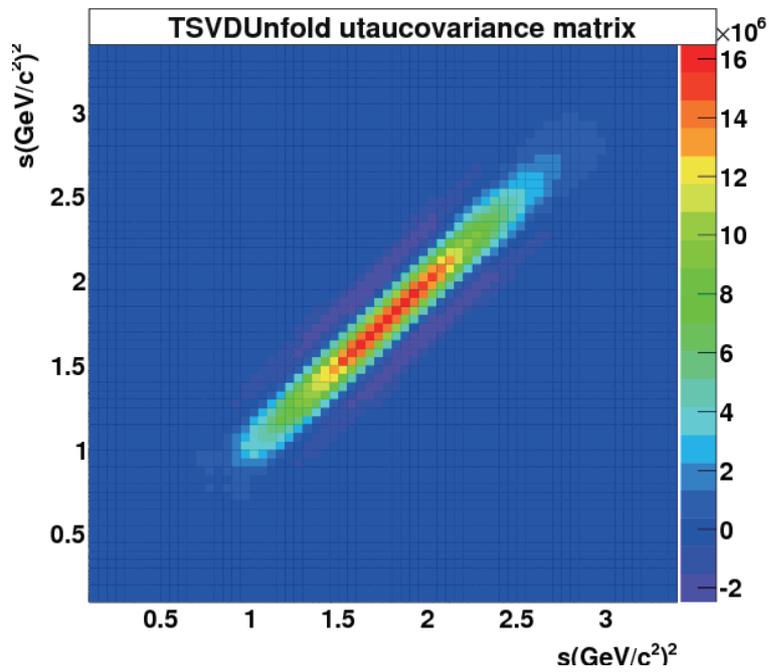


図 4.12: アンフォールドしたあとの統計誤差の 2 乗分布

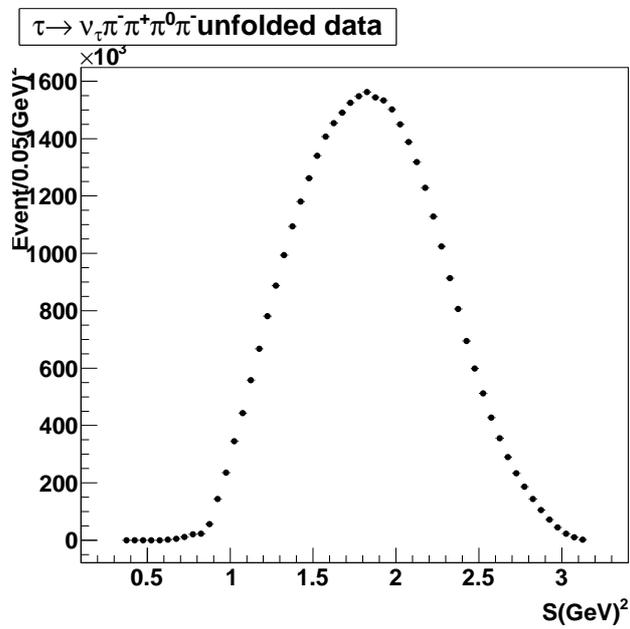


図 4.11: バックグラウンドを差し引いた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ データを使ってアンフォールドした分布

4.4 スペクトラル関数の導出

スペクトラル関数は1章でも述べたように、アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布を用いて以下のように表すことができる。

$$v^{3\pi\pi^0}(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}} \frac{1}{(1 - \frac{s}{M_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{M_\tau^2})} \frac{B_{3\pi\pi^0}}{B_e} \frac{1}{N_{3\pi\pi^0}} \frac{dN_{3\pi\pi^0}}{ds} \quad (4.29)$$

ここで、 $dN_{3\pi\pi^0}$ がアンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布であり、 ds が bin の幅 $0.05(\text{GeV})^2$ 、 $N_{3\pi\pi^0}$ がアンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布における事象数の総和である。また、 M_τ は τ 粒子の質量 1.77703GeV 、 S_{EW} は電弱相互作用による補正係数 1.0198 、 $|V_{ud}|$ はカビボ小林益川の成分で 0.97425 、 B_e は $\tau \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比 17.83% 、 $B_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}$ は $\tau \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の崩壊分岐比 4.48% を用いた。これらの値は2012年のPDG[14]を参照した。

アンフォールドした後の全事象数 3.66×10^7 で規格化した質量スペクトラム ($1/N \cdot dN/ds$) を図4.13に示す。また結果の値を付録の表6.1と表6.2に載せた。

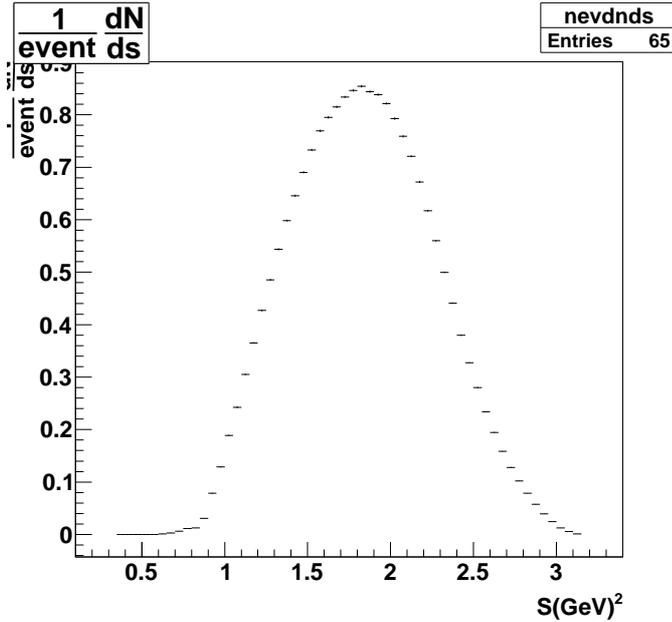


図 4.13: アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ を全事象数 3.66×10^7 で規格化した分布

また $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系のスペクトラル関数の結果の値を付録の表6.3と表6.4に載せた。スペクトラル関数の分布を図を4.14に示す。図の誤差棒は統計誤差の2乗根を示している。ここで統計誤差はアンフォールドにより得られた分散行列の対角要素の平方根 ($\sigma = \sqrt{X_{ii}}$) をとった。表からわかるように低い Bin 番号を除いて相対誤差がだいたい 1% 以下であることから精度よい測定結果が得られたと言える。

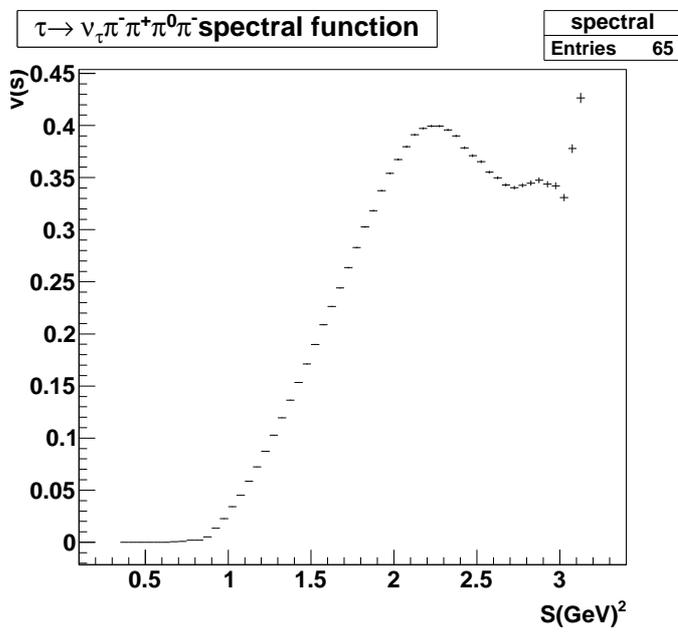


図 4.14: $M_{\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-}^2$ のスペクトラル関数の分布

第5章 これまでの実験結果との比較

本章では本解析で得られた各分布とこれまでの実験で得られた $3\pi\pi^0$ 系の各分布を比較していく。

5.1 $3\pi\pi^0$ 系の不変質量分布

まず3章で得られた $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の不変質量分布について比較する。図 5.1 が本実験で得られた $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の不変質量の二乗分布であり、図 5.2 が OPAL 実験で得られた $3\pi\pi^0$ 系の不変質量の二乗分布である。比較してわかるように本実験で観測された分布の方がバックグラウンドが少なく、また誤差が小さいことから高精度な分布が得られたと言える。

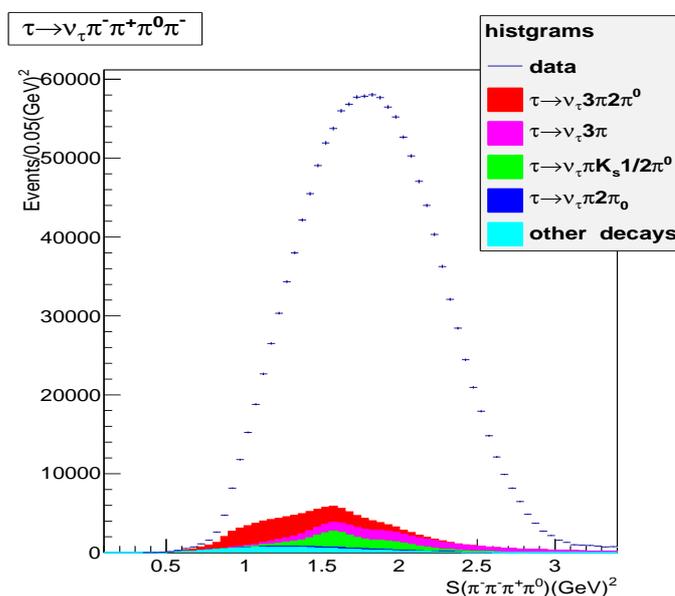


図 5.1: $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データを黒色の実線、MC を色付きのヒストグラムで表した。色付きのヒストグラムがバックグラウンドである。実験データの総数は 1,395,040 事象である。

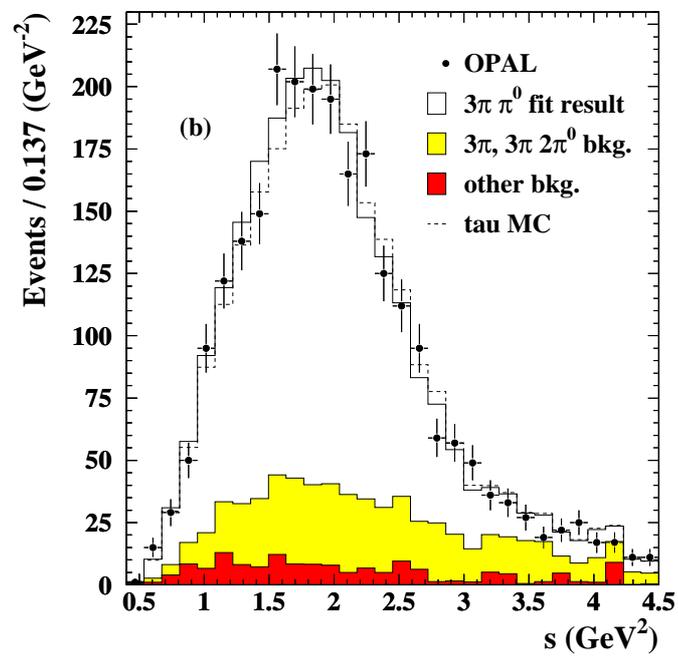


図 5.2: OPAL 実験で測定された $3\pi\pi^0$ の不変質量の 2 乗の分布。実験データをプロット、バックグラウンドが色つきのヒストグラムで表されている。[5]

5.2 $3\pi\pi^0$ 系のアンフォールド後の不変質量分布

次に4章で得られたアンフォールドした $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布について比較をする。図 5.3 は本実験で得られたアンフォールド後の $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ 分布である。この分布はアンフォールドしたあとの全事象数 3.66×10^7 で規格化した分布を示している。一方で図 5.4 は OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布である。OPAL 実験での分布は誤差が大きいことがわかる。一方で本解析では事象数がゼロに近い部分 (質量 Bin 番号が小さい部分) を除いて相対誤差がほぼ 1% 以内に収まっている。

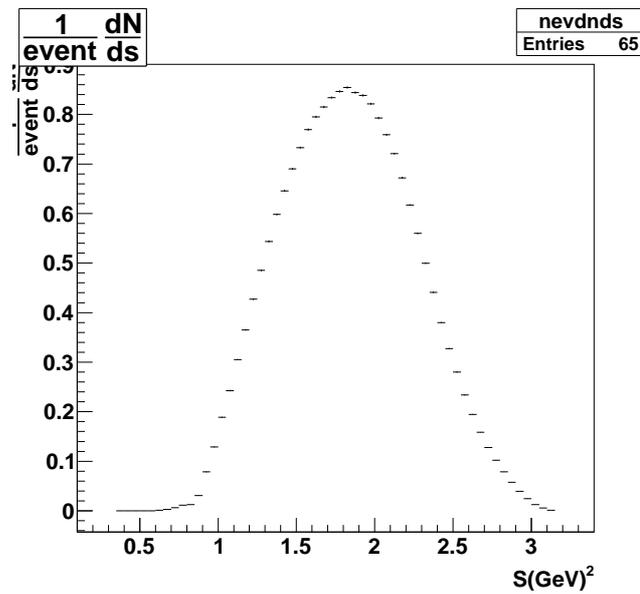


図 5.3: アンフォールドされた $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ を全事象数 3.66×10^7 で規格化した分布

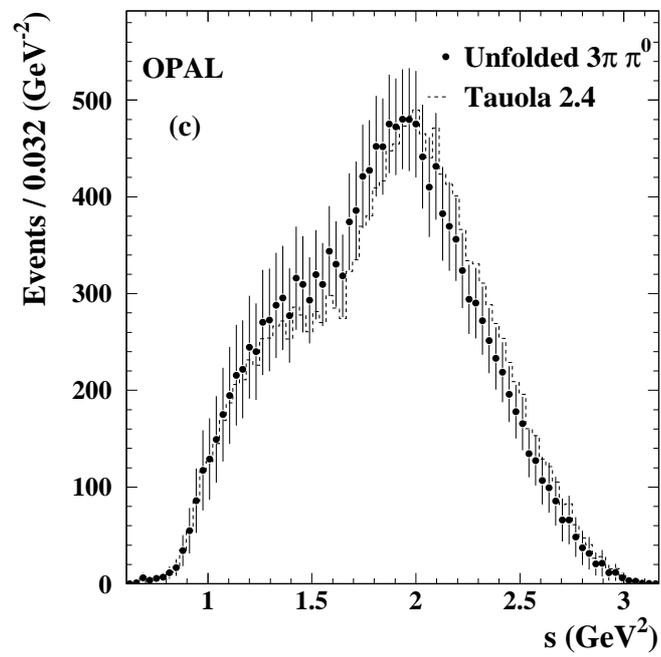


図 5.4: OPAL 実験で観測された $M_{3\pi\pi^0}^2$ でアンフォールドした分布 [5]

5.3 $3\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数分布

最後に本実験で得られたスペクトル関数とこれまでに行われた $3\pi\pi^0$ のスペクトル関数の比較を行う。本実験でアンフォールドして得られた $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系のスペクトル関数の分布を図 5.5 に示す。

ALEPH 実験での $3\pi\pi^0$ 系のスペクトル関数の図 5.6 を示す。ALEPH 実験と比較して本実験で求めたスペクトル関数は圧倒的に誤差が少ないことがわかる。また 3GeV 以上の高い質量領域において跳ね上がっている。これは本解析においてハドロン生成反応 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ のバックグラウンドを除いていないためと考えられる。このようなバックグラウンドを除いていくことは今後の課題でもある。

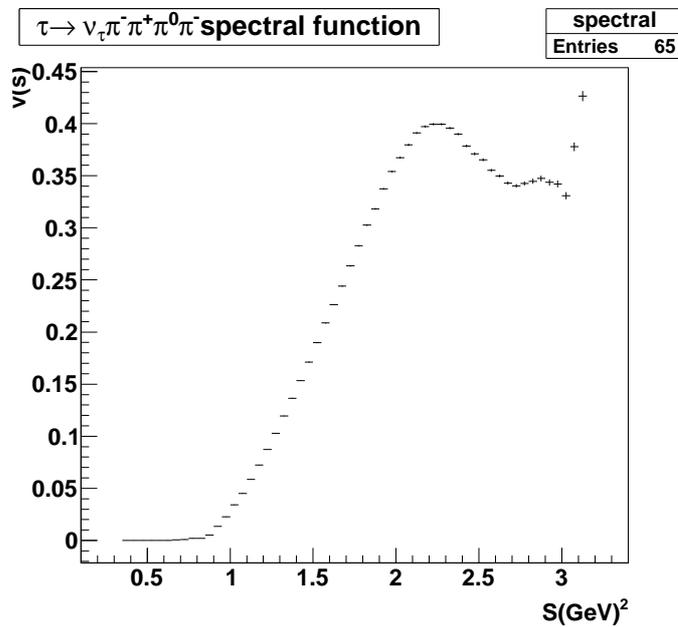


図 5.5: $M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$ のスペクトル関数の分布

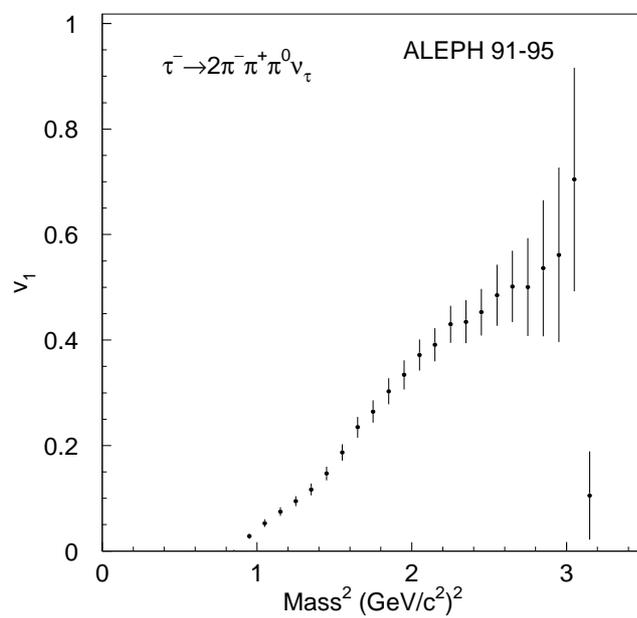


図 5.6: これまでに測定された $M_{3\pi\pi^0}^2$ のスペクトラル関数の分布 (ALEPH 実験)

第6章 まとめ

KEKB 加速器において、Belle 実験が収集したデータを用いて、 $\tau \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊における $3\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定を行った。使用したデータは Belle 実験で 2000 年 1 月から 2006 年 12 月までに収集された $665.099/fb$ である。観測された τ 粒子対生成事象は 191,491,469 事象であり、そのうち $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象は 1,383,220 事象である。

そしてスペクトラル関数を求める前段階として検出器によるデータの歪みをなくすために、SVDunfolding 法を用いて $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ の不変質量を求めた。

観測された不変質量の値では低い質量領域を除いて、相対誤差がほとんど 1% 以下に収まった。

次にこの不変質量を用いてスペクトル関数の測定を行い、以前の実験 (ALEPH, OPAL) との比較をした。本実験の方が全体の統計データが多く、さらに誤差が少ない分布が得られたことから 4π 系のスペクトラル関数の質の向上に大きく貢献出来たと言える。

本解析では $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ のバックグラウンドは除いていないため、スペクトラル関数分布の 3GeV 以上の領域でふらつきが見られた。このことからこれらのバックグラウンドを除くことが今後の課題である。また得られた値に含まれる誤差は統計誤差のみである。さらに精密な測定のためにも系統誤差の見積りをする必要もある。

関連図書

- [1] S.Jadach and Z.Was. KORALB(v2.4),Comp. Phys. Commun. 85,453(1995).
- [2] J.H. Kühn,S.Jadach,and Z. Was, Comp. Phys. Commun. 64,275(1991).
70,69(1992);76,361(1993)
- [3] S. Jadach et al.,. Comp. Phys. Commun. 102,229(1997)
- [4] Z. Was, S. Jadach, and B.H.L. Ward, Comp. Phys. Commun. 130,260(2000)
- [5] CLEO Collaboration. The QQ B meson decay event generator.
See <http://www.lns.cornell.edu/public/CLEO/soft/qq>
- [6] OPAL Collaboration. Measurement of the Strong Coupling Constant α_s and the Vector and Axial-Vector Spectral Functions in Hadronic Tau Decays (1998)
- [7] A. Stahl Physics with Tau Leptons(2000)
- [8] P.H. Daverveldt, F.A. Berends, and R. Kleiss, Comp. Phys.Commun. 40,285(1986)
- [9] 平野有希子, $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊におけるスペクトラル関数の測定, 修士学位論文 (2003)
- [10] 藤川美幸希, 高統計データによる $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu$ 崩壊の研究, 修士学位論文 (2006)
- [11] 高坂玲加, $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$ の研究及び
 $\tau^- \rightarrow \omega \pi^- \nu_\tau$ に於けるセカンドクラスカレントの探索, 修士学位論文 (2010)
- [12] 貴志佳代, $\tau \rightarrow K^- \pi^- \pi^+ \nu_\tau$ 崩壊における CP 対称性の破れの探索, 修士学位論文 (2012)
- [13] M.Fujikawa,et al. High-Statistics Study of the $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ Decay(2008)
- [14] J.Beringer et al,(Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012)
- [15] R.Brun et al, GEANT321 CERN Report No.DD/EE/84-1 (1987)
- [16] 渡邊靖志, 素粒子物理入門 (2002)

謝辞

本研究を行なうに当たり、お世話になりました方々に紙面を借りてお礼申し上げます。

はじめに、このような素晴らしい実験に携わる機会を与えて下さった、高エネルギー物理学研究室の林井先生、宮林先生に感謝致します。

直接ご指導いただきました林井先生は、解析手法だけでなく、物理や解析の楽しさも教えて頂きました。また、研究における疑問や質問についても丁寧に教えてくださいました。本当にありがとうございました。

そして日々の疑問や質問にいつも丁寧に答えていただき、励まして下さった岩下先輩をはじめ研究室の皆様、名古屋大学の方々、KEKの皆様から心から感謝致します。特に共に研究に勤しんだ木原さん、近藤さん、平山さん、脇田さんとは、意見を交換しお互いに刺激し合いながらも、楽しく充実した日々を過ごすことができました。

最後に、何もわからなかった私がこのような研究に携わり、高エネルギー物理学の面白さを肌で感じつつ充実した日々をおくることができたのは、私を支えて下さった皆様のおかげです。私の研究生活を支えてくださったすべての方々に感謝致します。

付録(アンフォールド後の質量二乗分布の値、 スペクトル関数の値)

4章で得られた $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の質量の2乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$)(アンフォールド後)の値と計算して得られたスペクトル関数の値を表で示す。本解析のプロットでは Bin 幅 0.05 GeV でプロットの範囲が 0.1 ~ 3.4 GeV のため、Bin 数が 66 個であるが、事象数がゼロであった質量の Bin 番号 1 ~ 5 と 62 ~ 66 の値は意味の成さない値なので省いている。

表 6.1: $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$) (アンフォールド後) 6 ~ 33Bin

質量の Bin 番号	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$	$\frac{1}{N} \frac{dN}{ds} (\times 10^{-3})$	統計誤差 ($\times 10^{-3}$)	相対誤差 (%)
6	0.375	-6.895×10^{-4}	3.29×10^{-5}	4.78
7	0.425	-1.463×10^{-4}	1.58×10^{-4}	108
8	0.475	2.691×10^{-4}	4.17×10^{-4}	155
9	0.525	2.774×10^{-3}	1.02×10^{-3}	37.0
10	0.575	1.040×10^{-2}	1.91×10^{-3}	18.3
11	0.625	0.8546	9.30×10^{-2}	10.9
12	0.675	2.992	0.207	6.93
13	0.725	6.340	0.288	4.54
14	0.775	11.64	0.349	3.00
15	0.825	12.52	0.250	2.00
16	0.875	30.85	0.420	1.36
17	0.925	78.54	0.761	0.969
18	0.975	128.7	0.941	0.731
19	1.025	188.9	1.110	0.586
20	1.075	242.6	1.200	0.496
21	1.125	305.1	1.330	0.437
22	1.175	365.1	1.450	0.397
23	1.225	427.1	1.570	0.368
24	1.275	485.5	1.670	0.345
25	1.325	543.8	1.780	0.327
26	1.375	598.2	1.670	0.345
27	1.425	645.9	1.450	0.301
28	1.475	690.1	2.020	0.292
29	1.525	733.0	2.090	0.286
30	1.575	769.4	2.150	0.279
31	1.625	794.9	2.170	0.273
32	1.675	815.1	2.180	0.268
33	1.725	834.1	2.210	0.265

表 6.2: $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 系の質量の 2 乗分布 ($\frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$) (アンフォールド後) 34 ~ 61Bin

質量の Bin 番号	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$	$\frac{1}{N} \frac{dN}{ds} (\times 10^{-3})$	統計誤差 ($\times 10^{-3}$)	相対誤差 (%)
34	1.775	846.2	2.210	0.261
35	1.825	854.2	2.220	0.260
36	1.875	843.9	2.190	0.260
37	1.925	838.2	2.180	0.260
38	1.975	821.4	2.150	0.262
39	2.025	792.7	2.090	0.264
40	2.075	758.9	2.030	0.268
41	2.125	721.0	1.960	0.272
42	2.175	672.1	1.850	0.275
43	2.225	616.9	1.750	0.283
44	2.275	559.8	1.650	0.296
45	2.325	499.9	1.550	0.309
46	2.375	440.9	1.430	0.325
47	2.425	379.8	1.300	0.342
48	2.475	327.2	1.190	0.363
49	2.525	280.0	1.070	0.384
50	2.575	233.8	0.947	0.405
51	2.625	194.7	0.838	0.430
52	2.675	158.7	0.739	0.466
53	2.725	128.0	0.666	0.520
54	2.775	101.9	0.606	0.594
55	2.825	78.43	0.536	0.683
56	2.875	57.72	0.449	0.778
57	2.925	39.13	0.340	0.869
58	2.975	24.28	0.231	0.952
59	3.025	12.52	0.128	1.020
60	3.075	5.616	0.0609	1.090
61	3.125	1.003	0.0114	1.140

表 6.3: $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ のスペクトル関数の値 6~33Bin

質量の Bin 番号	$M_{\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-}^2$	$v^{3\pi\pi^0}$	統計誤差 ($\times 10^{-7}$)	相対誤差 (%)
6	0.375	-9.801×10^{-9}	0.462	471
7	0.425	-2.103×10^{-8}	0.228	108
8	0.475	3.915×10^{-8}	6.07	1550
9	0.525	4.090×10^{-7}	1.51	37.0
10	0.575	1.556×10^{-6}	2.85	18.3
11	0.625	1.300×10^{-4}	142	10.9
12	0.675	4.631×10^{-4}	321	6.93
13	0.725	1.000×10^{-3}	454	4.54
14	0.775	1.873×10^{-3}	562	3.00
15	0.825	2.059×10^{-3}	411	2.00
16	0.875	5.188×10^{-3}	706	1.36
17	0.925	1.353×10^{-2}	1310	0.969
18	0.975	2.276×10^{-2}	1660	0.731
19	1.025	3.430×10^{-2}	2010	0.586
20	1.075	4.533×10^{-2}	2250	0.496
21	1.125	5.874×10^{-2}	2570	0.437
22	1.175	7.253×10^{-2}	2880	0.397
23	1.225	8.771×10^{-2}	3220	0.368
24	1.275	0.1032	3560	0.345
25	1.325	0.1199	3930	0.327
26	1.375	0.1370	4290	0.313
27	1.425	0.1540	4640	0.301
28	1.475	0.1716	5020	0.292
29	1.525	0.1905	5440	0.286
30	1.575	0.2094	5850	0.279
31	1.625	0.2271	6190	0.273
32	1.675	0.2450	6560	0.268
33	1.725	0.2645	7000	0.265

表 6.4: $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ のスペクトル関数の値 34 ~ 61Bin

質量の Bin 番号	$M_{\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-}^2$	$v^{3\pi\pi^0}$	統計誤差 ($\times 10^{-7}$)	相対誤差 (%)
34	1.775	0.2838	7420	0.261
35	1.825	0.3036	7900	0.260
36	1.875	0.3194	8310	0.260
37	1.925	0.3386	8820	0.260
38	1.975	0.3554	9300	0.262
39	2.025	0.3687	9730	0.264
40	2.075	0.3810	10200	0.268
41	2.125	0.3925	10700	0.272
42	2.175	0.3987	11000	0.275
43	2.225	0.4009	11400	0.283
44	2.275	0.4009	11900	0.296
45	2.325	0.3971	12300	0.309
46	2.375	0.3914	12700	0.325
47	2.425	0.3800	13000	0.342
48	2.275	0.3725	13500	0.363
49	2.525	0.3665	14100	0.384
50	2.575	0.3564	14400	0.405
51	2.625	0.3510	15100	0.430
52	2.675	0.3442	16000	0.466
53	2.725	0.3416	17800	0.520
54	2.775	0.3438	20400	0.594
55	2.825	0.3460	23600	0.683
56	2.875	0.3487	27100	0.778
57	2.925	0.3450	30000	0.869
58	3.975	0.3434	32700	0.952
59	3.025	0.3321	34000	1.020
60	3.075	0.3792	41200	1.090
61	3.125	0.4280	48600	1.140