

# $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 崩壊 におけるスペクトラル関数の測定

奈良女子大学大学院 人間文化研究科  
物理学専攻 高エネルギー物理学研究室  
磯村 明那

# 目次

- $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ の物理
- 4 $\pi$ 系のスペクトラル関数
- 実験装置
- 事象選別
- $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ の不変質量分布
- アンフォールド
- スペクトラル関数の導出
- まとめ

# $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ の物理

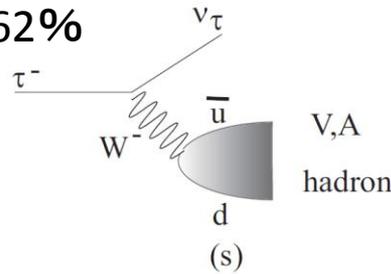
## • $\tau$ 粒子

- \* 第3世代に属するレプトン
- \* 最も重いレプトン(電子の質量の約3500倍)
- \* ハドロン崩壊が可能

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

## • $\tau$ 粒子のハドロン崩壊 (終状態にハドロンを含んだ崩壊)

- 終状態にstrange を含む崩壊  
... 崩壊率2.8%
- 終状態にstrange を含まない崩壊  
... 崩壊率62%



レプトニック崩壊・・・崩壊率35.1%

Strange 含まない崩壊の終状態の分類

- ベクター状態  
( $j^p = 1^-$ 、 $\pi$ 中間子を偶数個含む崩壊)  
終状態が $2\pi$ 、 $4\pi$
- 軸ベクター状態  
( $j^p = 1^+$ 、 $\pi$ 中間子を奇数個含む崩壊)  
終状態が $3\pi$ 、 $5\pi$

# 4π系のスペクトラル関数

$$\nu[\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau] \propto \frac{BR[\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau]}{BR[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} \cdot \frac{1}{N_{3\pi \pi^0}} \frac{dN_{3\pi \pi^0}}{ds} \cdot \frac{m_\tau^2}{(1-s/m_\tau^2)^2 (1+s/m_\tau^2)} \cdot \frac{R_{IB}(s)}{S_{EW}}$$

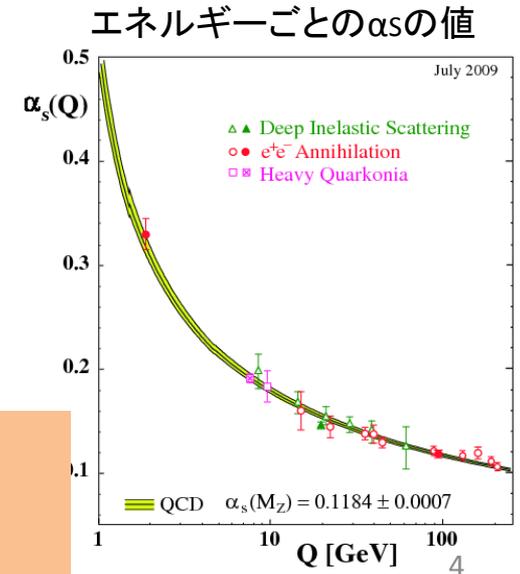
崩壊分岐比
質量分布
運動量因子
Isospin 補正

実験によって決まるのは

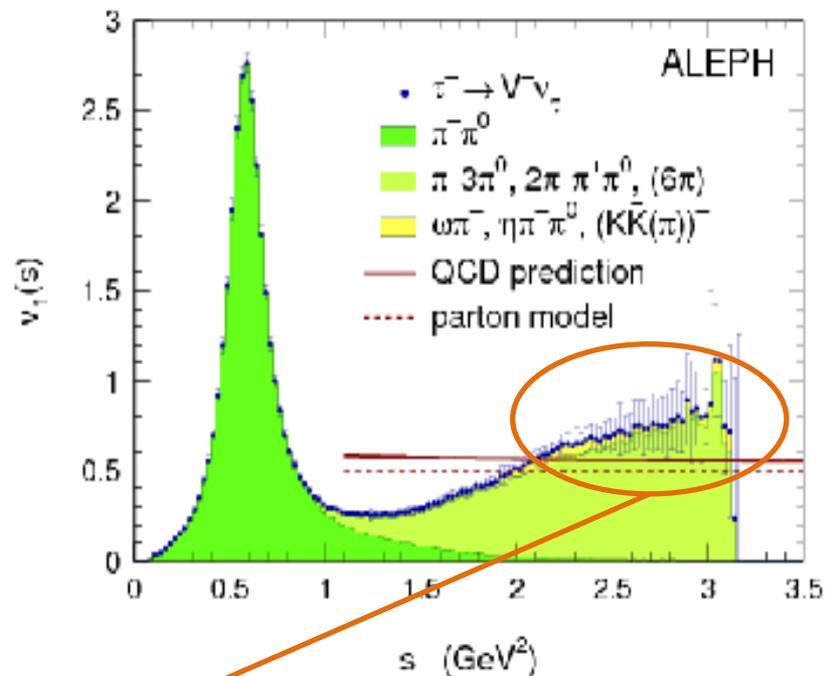
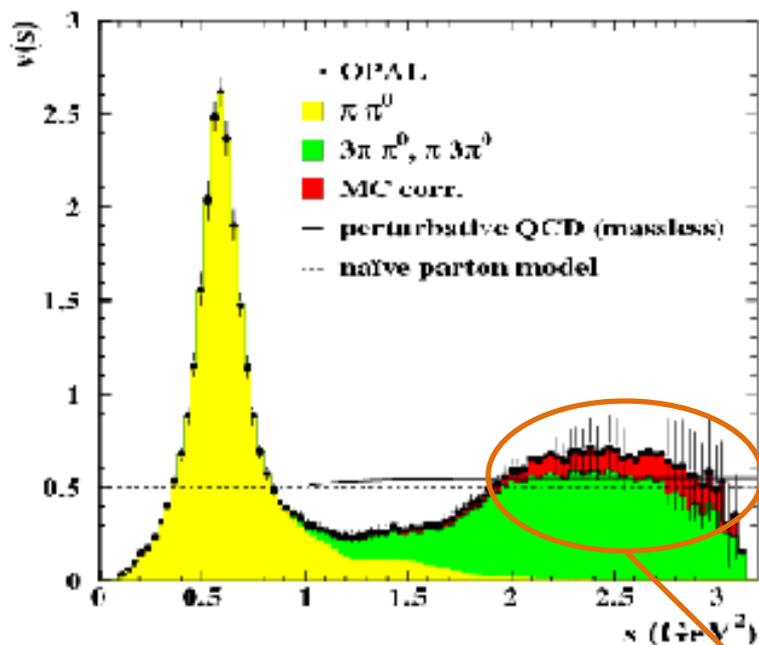
- 崩壊分岐比
- 質量分布

ハドロン崩壊の崩壊分岐比と質量分布の測定の重要性

- 強い相互作用 $\alpha_s$ の精密測定に寄与
- 低エネルギーの非摂動項の理解に重要
- 個々のモードをベクター状態と軸ベクター状態に分けた和が大切



# これまでのスペクトラル関数(ベクター状態)の分布

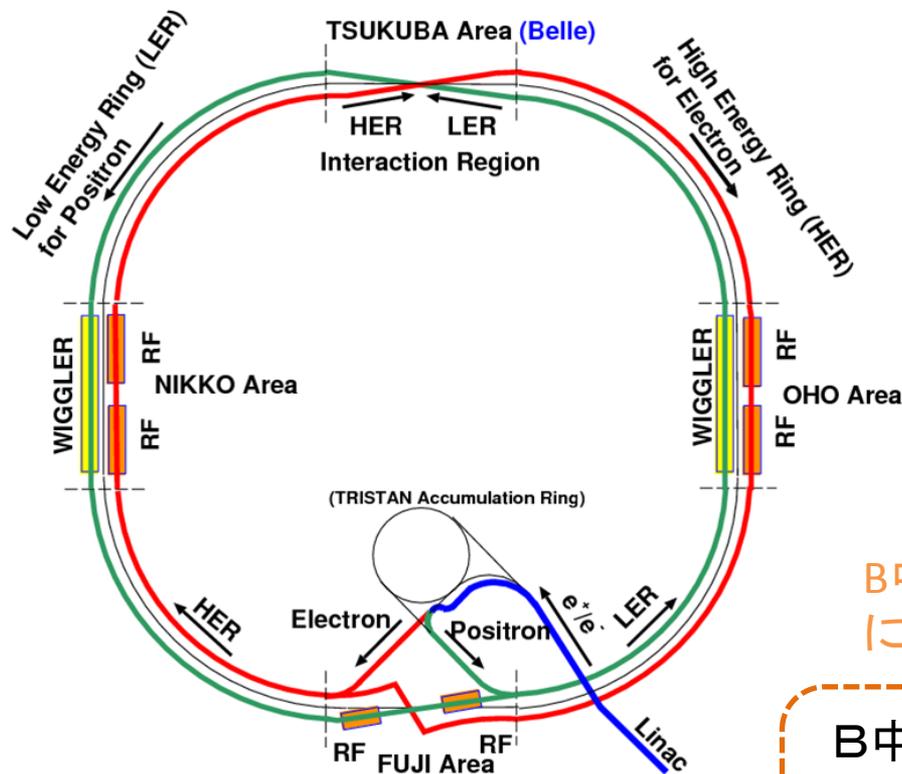


4 $\pi$ 系に対応

これらの実験より2桁以上の統計データをもつBelle実験のデータを用いて高い質量領域の精度を上げる

# 実験装置

## KEKB加速器



- \* 非対称エネルギー
- \* 電子・陽電子衝突型加速器

$e^-$  : 8GeV

$e^+$  : 3.5GeV

重心系エネルギー : 10.58GeV

B中間子対を大量に生成し研究するために理想的な設計(年間約 $10^8$ 個生成)

B中間子とほぼ同数の $\tau$ 粒子も生成



$\tau$ ファクトリーとしても重要

茨城県つくば市  
高エネルギー加速器研究機構

# Belle検出器

\* KEKB加速器で生成された粒子を検出する大型検出器で複数の検出器から構成されている。

\* 高いエネルギー分解能及び運動量分解能と優れた粒子識別能力を持つ。

SVD : 粒子崩壊点の測定

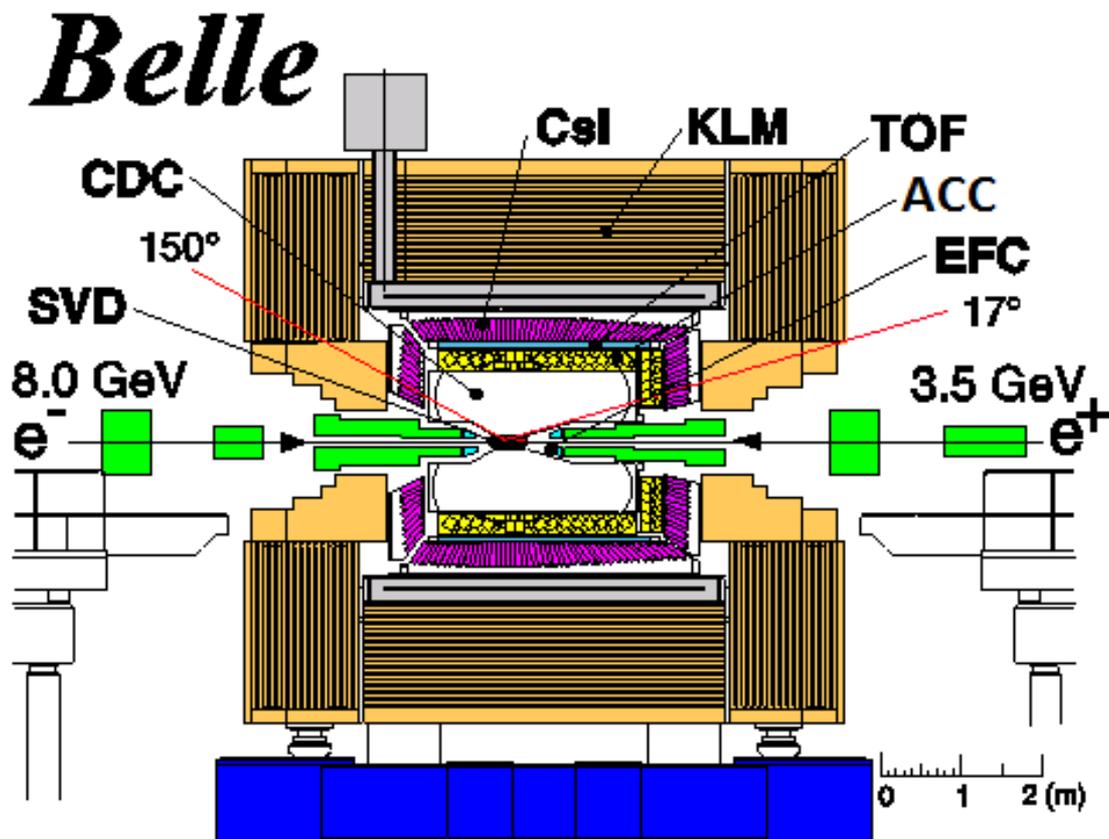
CDC : 荷電粒子の飛跡や運動量の測定

ACC :  $K^\pm$ と $\pi^\pm$ の識別

TOF : 荷電粒子の飛行時間を測定

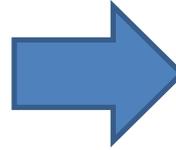
ECL : 電子や光子のエネルギー測定

KLM :  $K_L, \mu$ 粒子検出器



# 事象選別

2000年1月から2006年12月までに  
Belle実験で収集されたデータ



665.1/fb

## $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 選別条件1

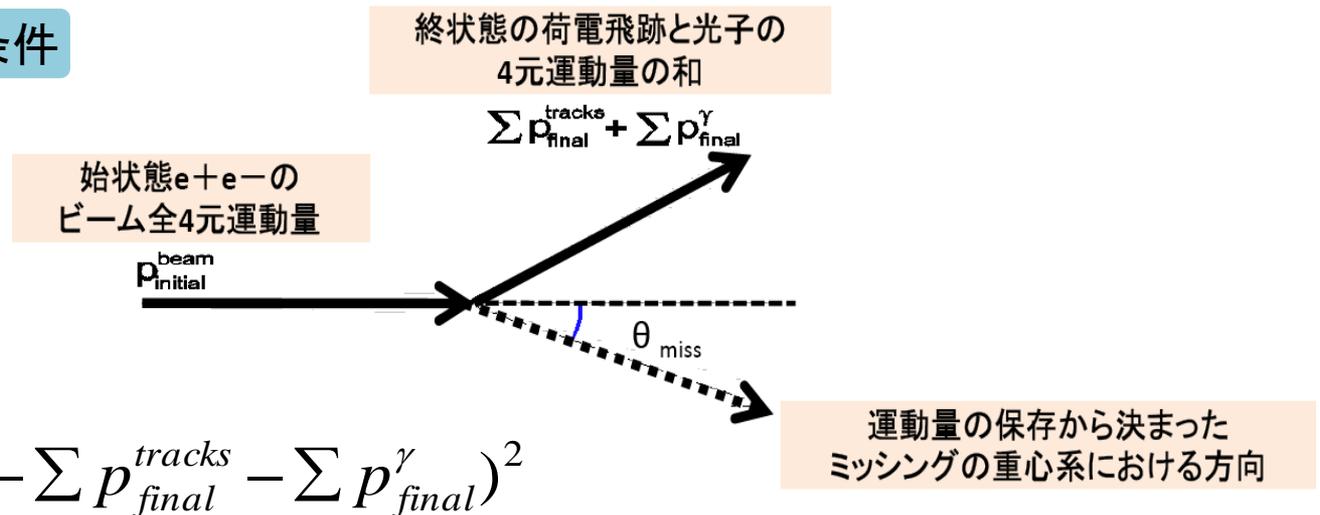
Belle測定器で収集された全反応から、 $\tau$ 対生成を選び出すことが必要

□ 荷電粒子の本数が2本または4本で、荷電の合計が0

→ 全 $\tau$ 崩壊事象で85%を選ぶことが出来る

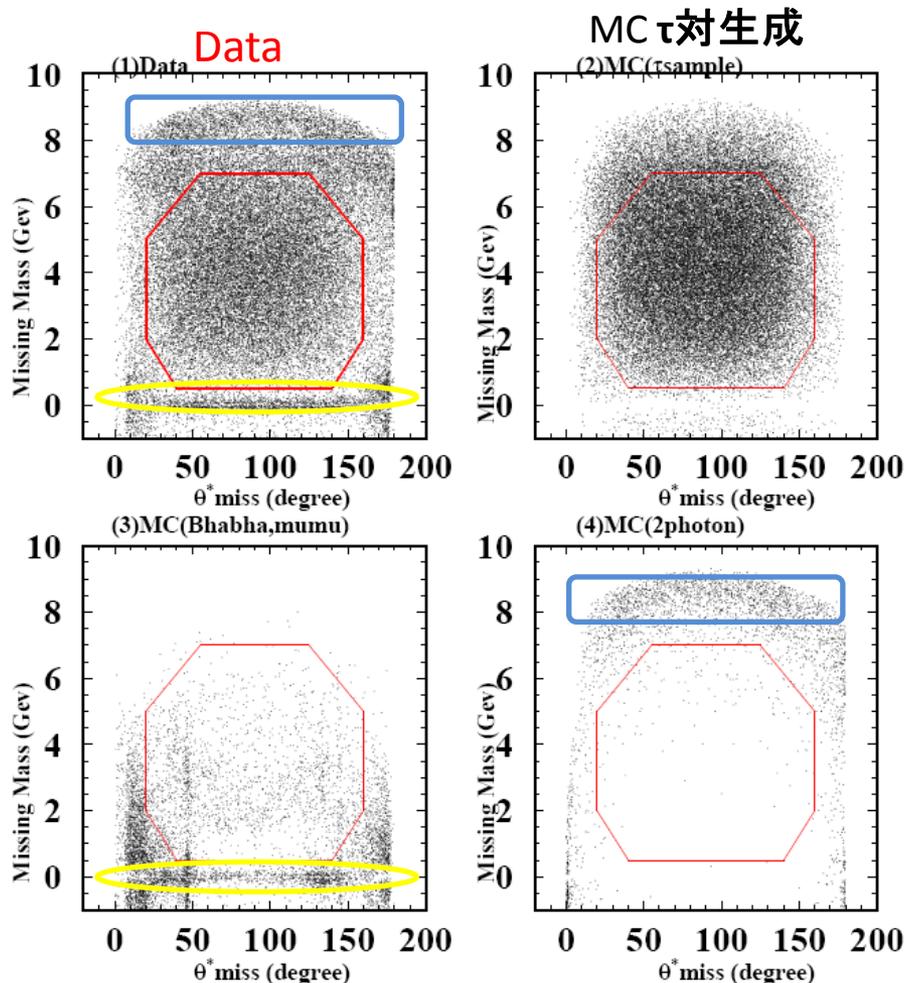
□ 検出されないニュートリノによる、ミッシング質量(MM)とミッシング角( $\theta_{\text{miss}}$ )の情報をういた条件が必要

## ミッシングによる条件



# $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 選別条件2

ミッシング角とミッシング質量の2次元プロット



バーバー散乱  
 $\mu$ 粒子対生成

2光子生成反応

バーバー散乱、 $\mu$ 粒子対生成、2光子生成反応などのBGを除くため、 $\tau$ 対生成の条件としてグラフの八角形(赤色)の中にあることを要求した。

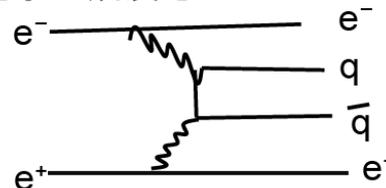
バーバー散乱



$\mu$ 粒子対生成



2光子生成反応



以上のようにして $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を約1億9149万事象選別した

# $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象選別1

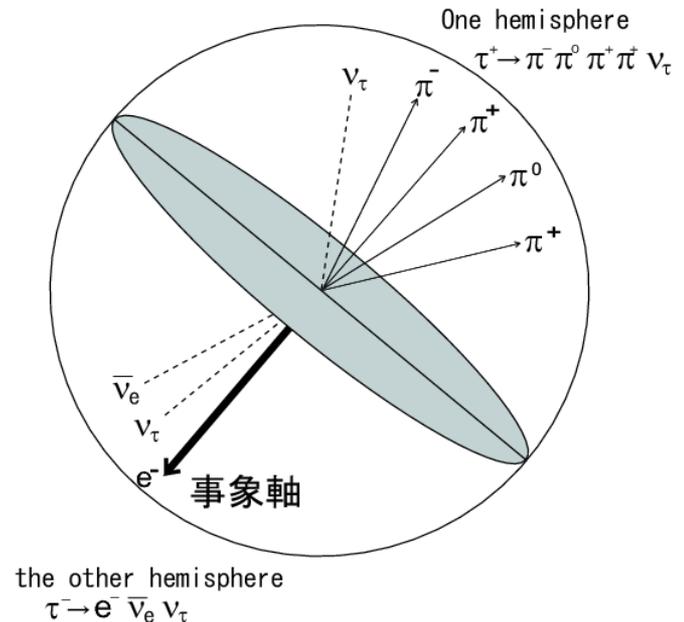
$\tau$ 粒子を用いて1つの $\pi^0$ と3つの荷電 $\pi$ に崩壊する事象を選別する。

## シグナル側の半球

1. 半球中に $\pi^0$ が1つある( $\pi^0$ 再構成について次ページ)
2. 半球中に荷電飛跡が3本あり、その荷電の合計が-1または+1である。
3. 荷電粒子が $\pi$ であることを要求(次ページ)
4.  $\pi^0$ を2個以上含む事象の除去  
 $\pi^0$ から崩壊した2つの光子以外に高いエネルギー(200MeV以上)の光子があれば除く

## シグナルと反対側(tagside)の半球

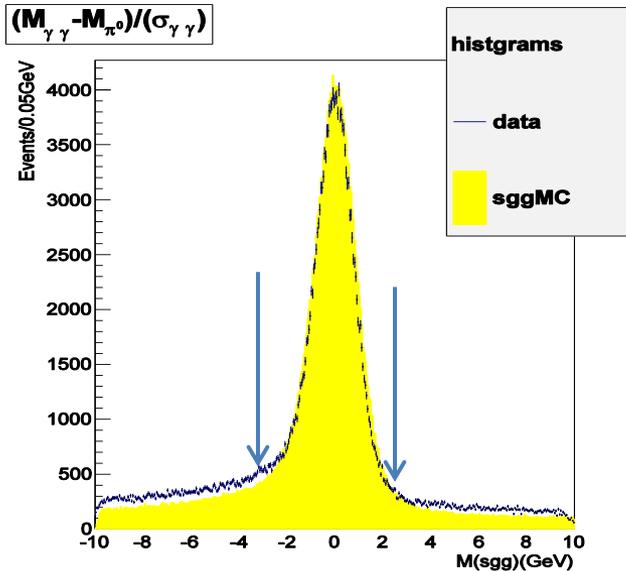
1. 電子が1つ、または $\mu$ 粒子が1つに崩壊する



# $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象選別2

$\pi^0$ を再構成するために用いる光子の条件

2つの光子の不変質量と $\pi^0$ の質量の差を、  
光子の質量分解能で割ったものを $S_{\gamma\gamma}$ と定義した。



$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}}$$

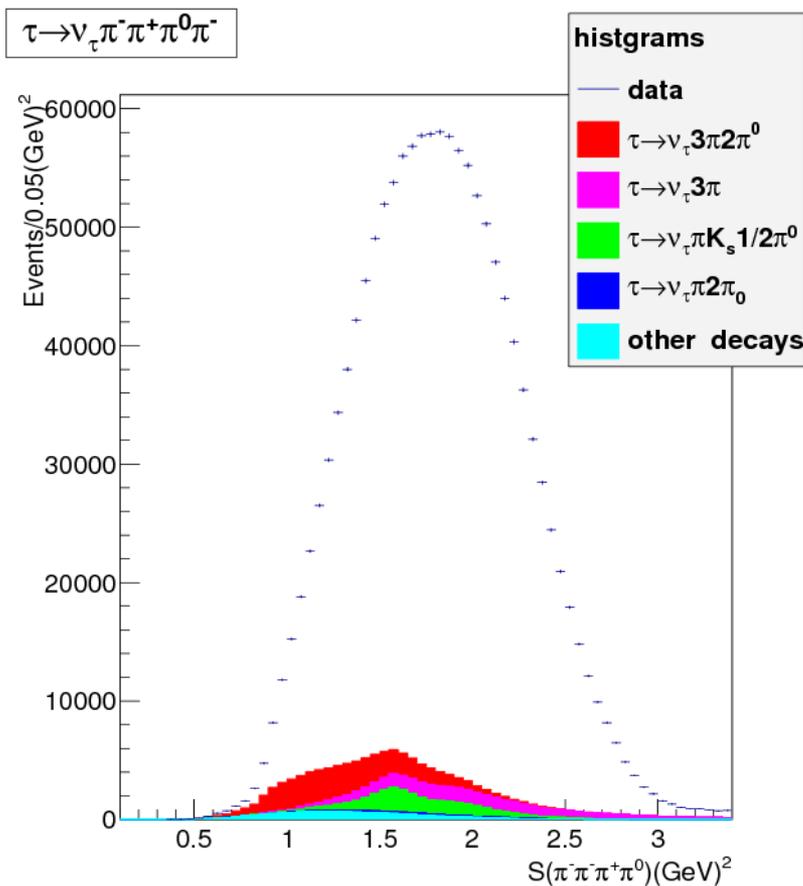
$m_{\gamma\gamma}$ :  $\gamma$ の不変質量  
 $m_{\pi^0}$ :  $\pi^0$ の質量  
 $\sigma_{\gamma\gamma}$ :  $m_{\gamma\gamma}$ の分解能

シグナル領域を $-3 \leq S_{\gamma\gamma} \leq 2$ として  
シグナル領域のみを解析に用いる。

荷電 $\pi$ を識別する条件

粒子識別の確率 $P(\pi/K)$ を用いて荷電粒子が $\pi$ であることを要求  
 $P(\pi/K) \geq 0.6$ を $\pi$ と仮定する。

# $\pi^-\pi^+\pi^0\pi^-$ 不変質量分布

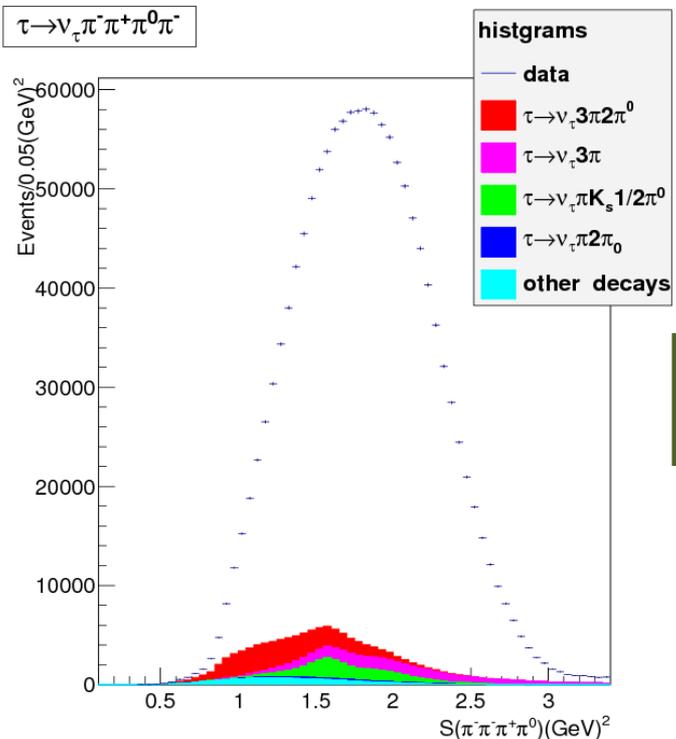


$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^0\pi^-\nu_\tau$ 候補数  
138万事象

崩壊モード(バックグラウンド)	割合
$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+\pi^0\pi^0$	3.72%
$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+\nu_\tau$	2.45%
$\tau^- \rightarrow \pi^-K_S(1/2)\pi^0\nu_\tau$	1.78%
$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$	0.23%
Other $\tau$ decays	1.06%
<b>全バックグラウンド</b>	<b>9.24%</b>

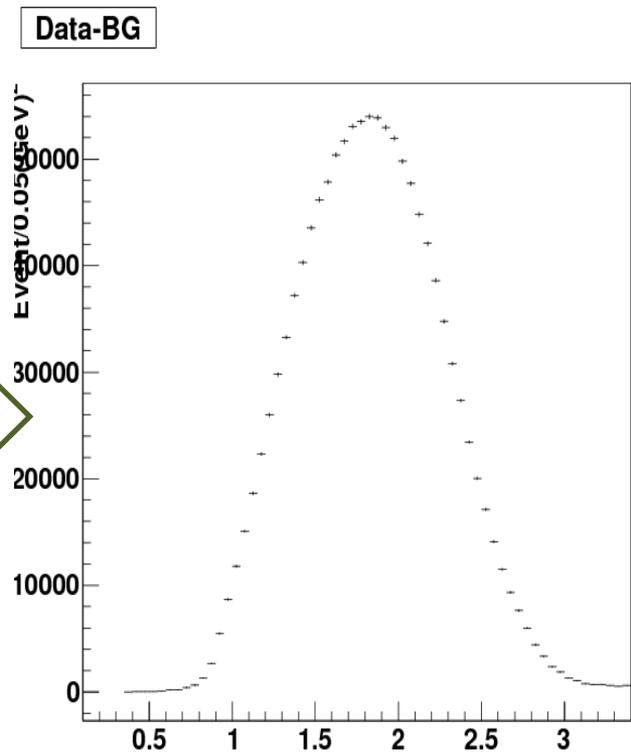
90%以上がシグナルである！！

# バックグラウンドの差し引き



全事象 1383220事象

バックグラウンドを除く



全事象数 1256270事象

バックグラウンド除いたデータを  
Signalとすると

$$N_{\text{signal}} = N_{\text{total}} - N_{\text{B.G}}$$

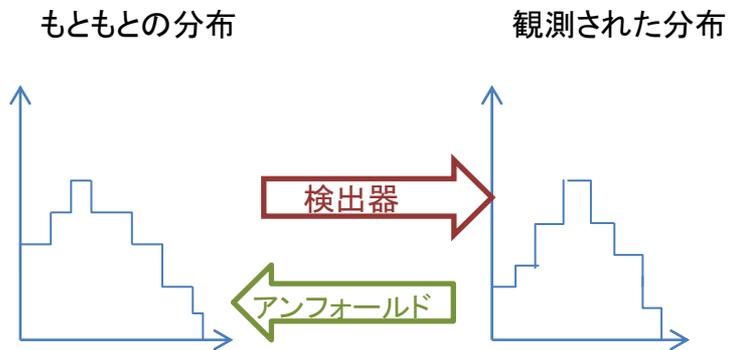
統計誤差は

$$\sigma_{\text{signal}} = \sqrt{\sigma_{\text{total}}^2 + \sum \sigma_{\text{B.G}}^2}$$

# 不変質量分布のアンフォールド

## アンフォールドとは

観測された質量分布には、検出器の分解能などの効果により、もともとの分布から歪められている。



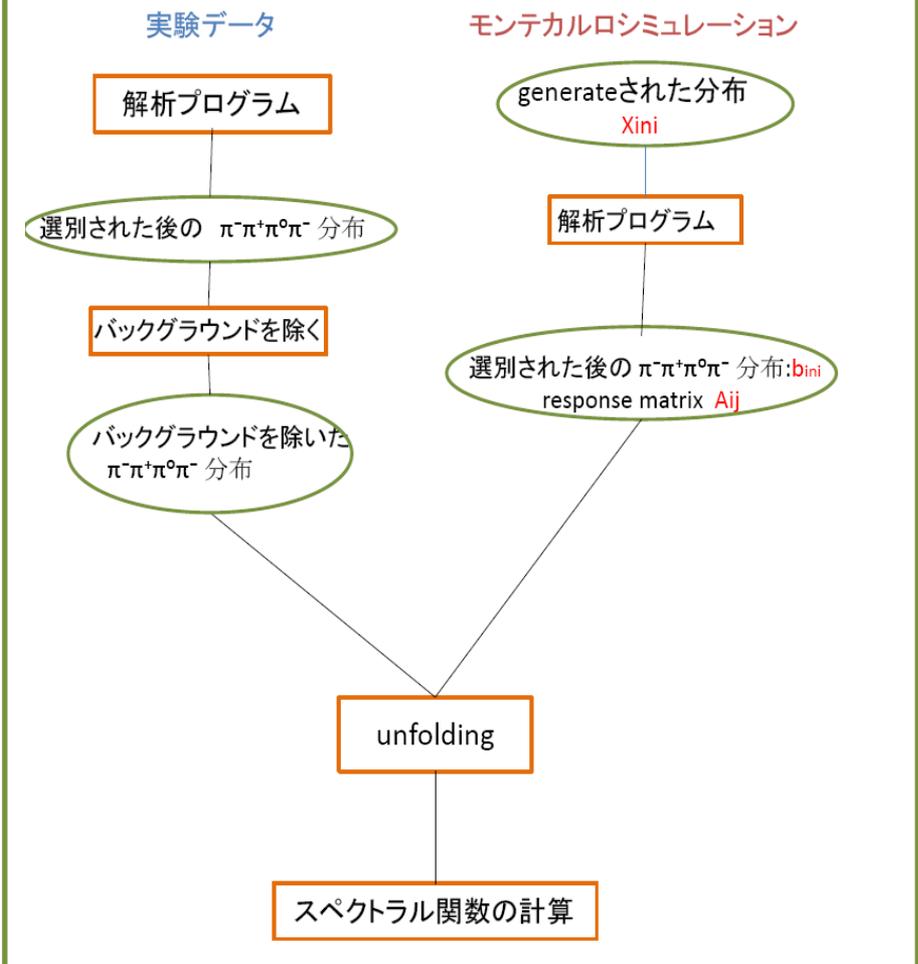
これを、もともとの分布に戻すことをアンフォールドという。

- $x$  : 真の分布(求めたい分布)
- $b$  : 観測された分布
- $A$  : 検出器のresponse matrix

$$Ax = b$$

今回用いたアンフォールドの方法は Singular Value Decomposition(SVD)法である

## アンフォールドの流れ



# SVD法とは

行列Aの固有値がどこまで意味あるのかをチェックし意味ある部分だけを用いる

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$\mathbf{x}$  : 真の分布(知りたい分布)

$\mathbf{b}$  : 観測された分布

$$\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}, \text{ but } |A| = 0, \quad A : \text{検出器のresponse matrix}$$

この問題は行列Aを分解することで解決できる

$$A = USV$$

ここでSは対角行列、UとVは直交行列

$$S = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{pmatrix} \quad s_1 > s_2 > \cdots > s_n$$

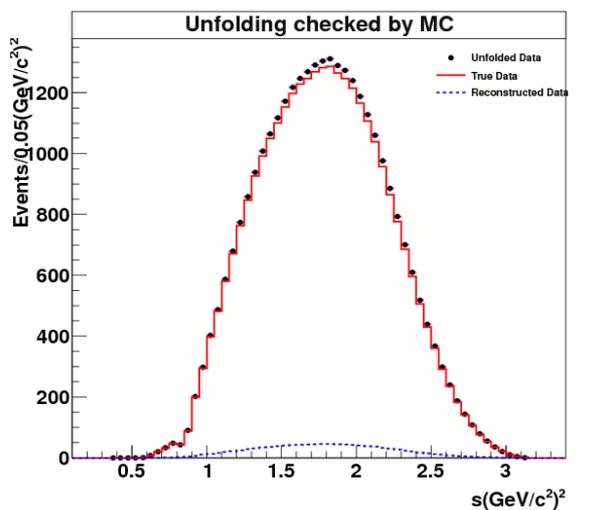
$s_i$ はAの固有値

固有値 $s_i$ がそれ自身の統計ふらつきより大きい時のみ残して  
そうでない時は物理的に意味がないので使わない

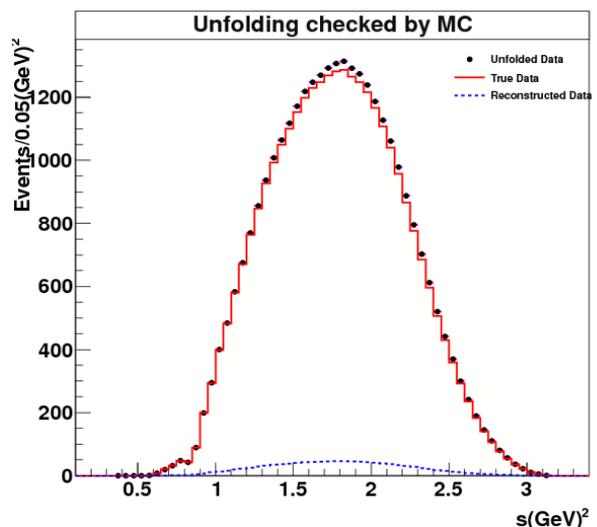
どこまで固有値の値を残すかが非常に重要！！

# 固有値の使う値を変えてテスト

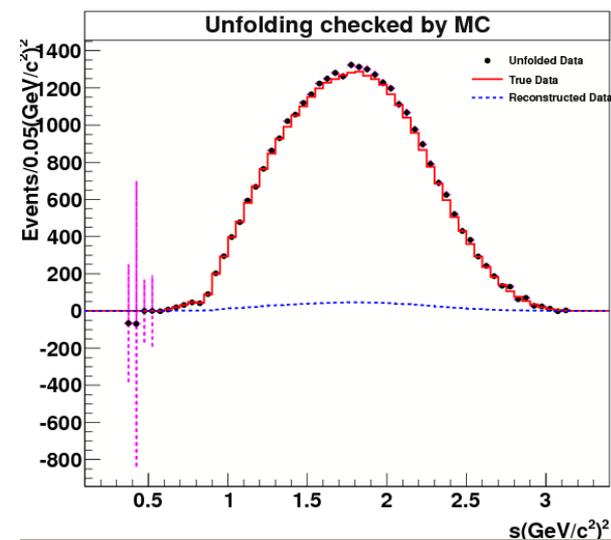
固有値2個目まで



固有値10個目まで



固有値60個目まで



今回は固有値の使う量を変えても大きな分布の差は見えない

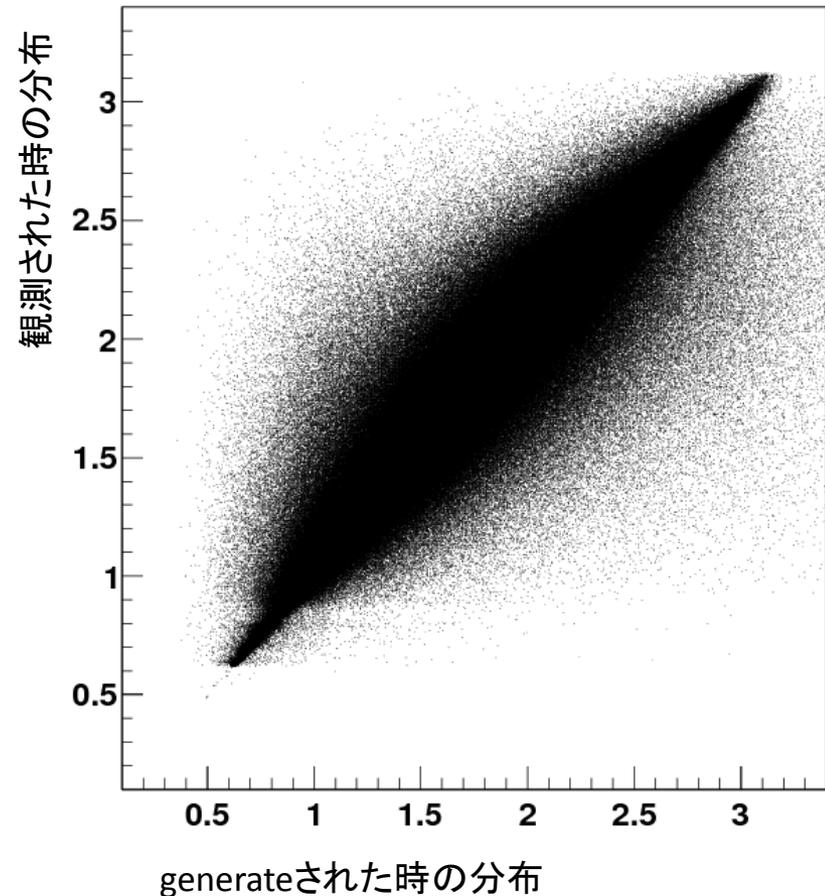
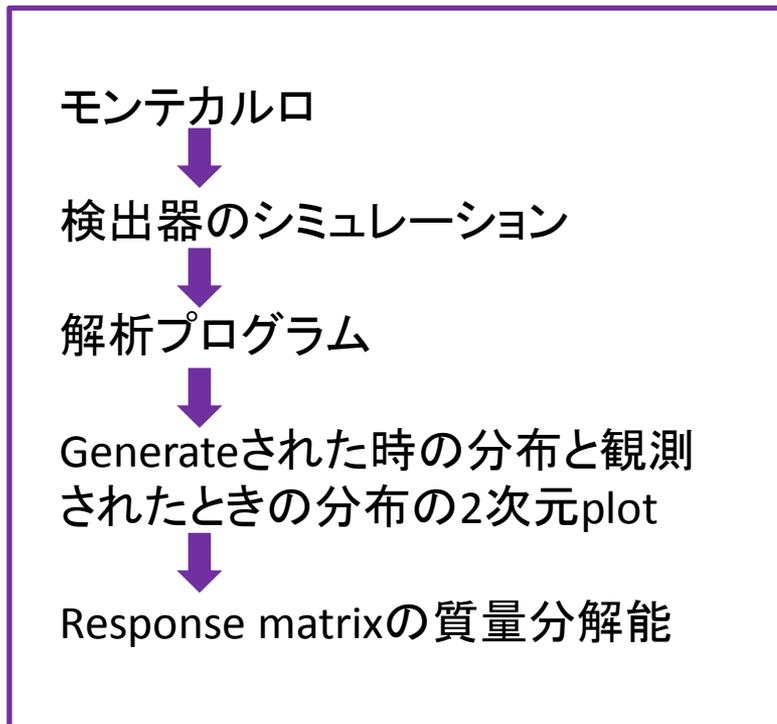


これから行うアンフォールドは固有値10個目までを使用

# Response matrixの質量分解能部分

「真の分布」ではj番目のBinにあったものが、  
「観測された分布」ではi番目のBinにある確率

$$M_{3\pi^0} |_{gen} \text{ V.S. } M_{3\pi^0} |_{obs}$$



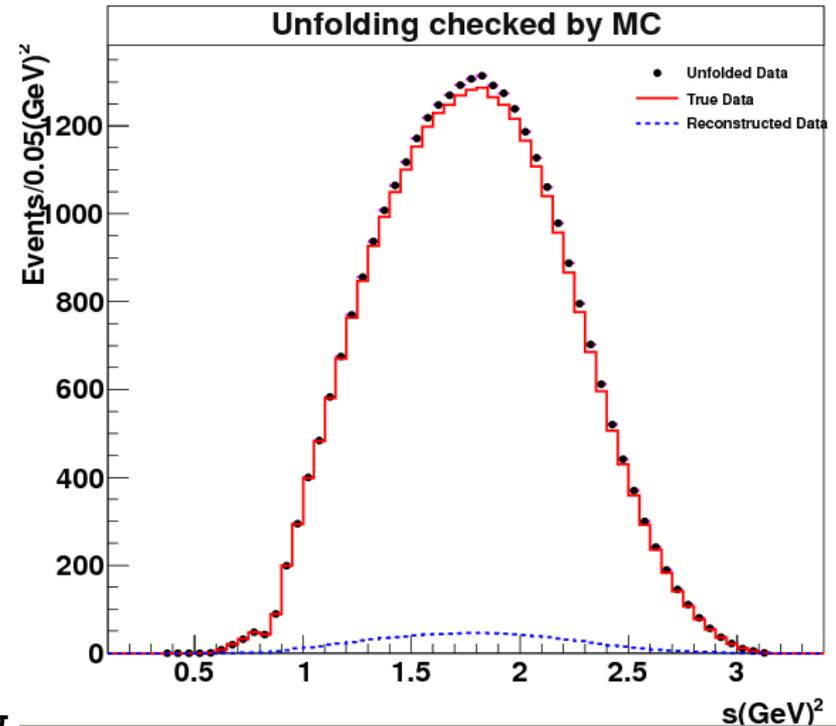
# モンテカルロシミュレーションを用いた アンフォールドのテスト

赤: 真の分布

青: 測定器通って観測された分布

黒: アンフォールド後のプロット

測定器通って観測された分布から  
アンフォールドすることで**真の分布**  
に戻っているか確かめる



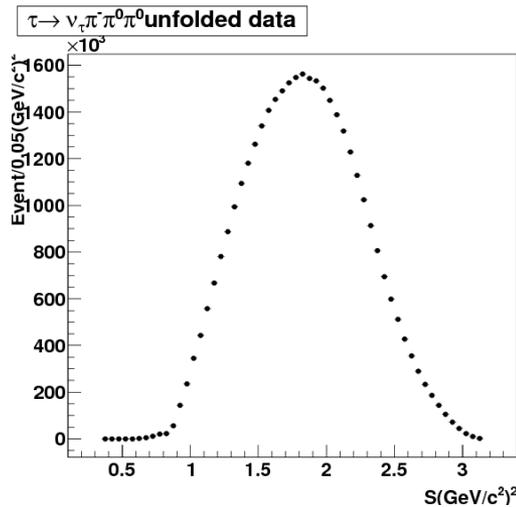
アンフォールド後のプロットと**真の分布**が一致



アンフォールドプログラムが正常に働いている

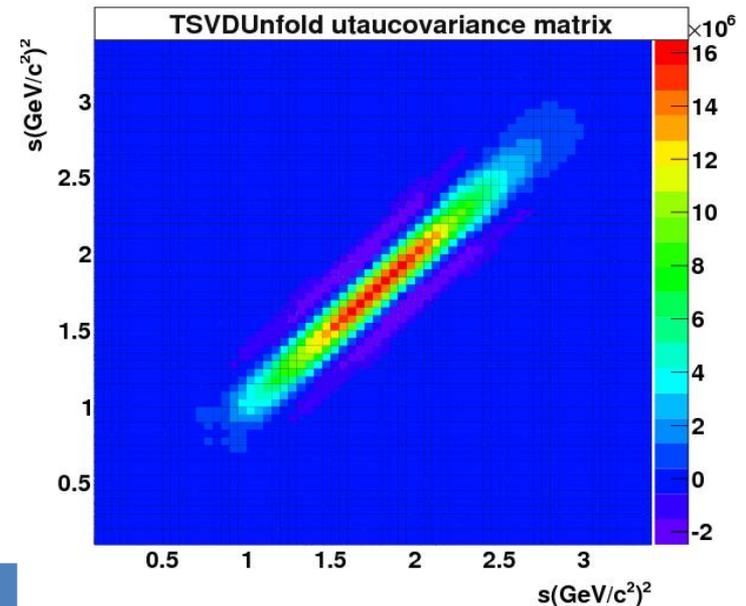
# 実験データでのアンフォールド

バックグラウンドを除いたデータでアンフォールドを行った



Bin幅:0.05 (GeV)<sup>2</sup>  
Bin数:66

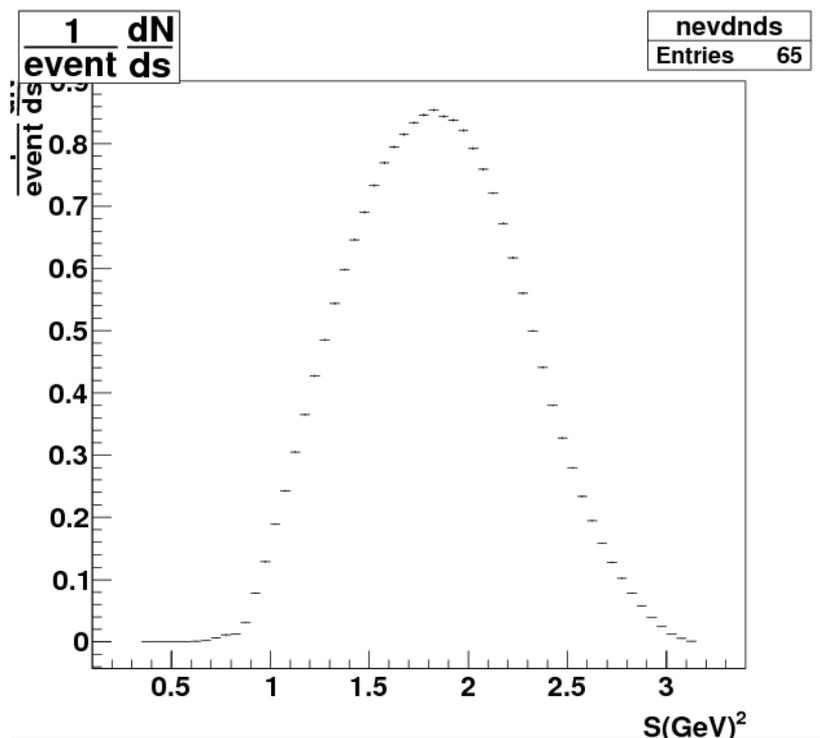
アンフォールド後の統計誤差二乗の相関



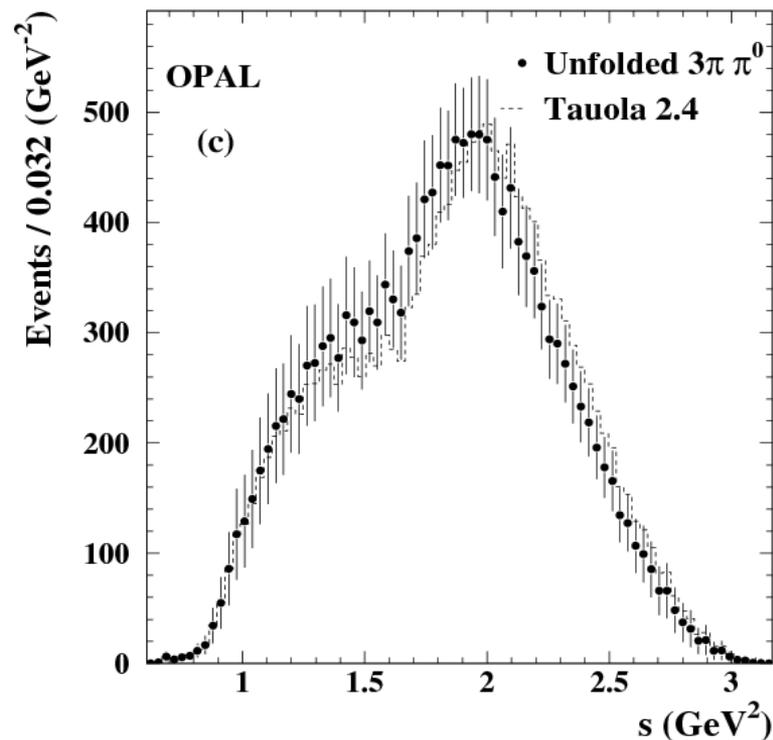
- \* 対角要素以外ほとんど事象がない
- \* binごとの相関は無視できる

質量bin番号	事象数	統計誤差	相対誤差(%)
10	19	3.486	18
20	443672	2119	0.47
30	1406940	3929	0.26
40	1387790	3721	0.26
50	427463	1731	0.38
60	10270	111.4	1.1

# 以前の実験との比較



OPAL実験:  $4\pi$ 系でのアンフォールド後

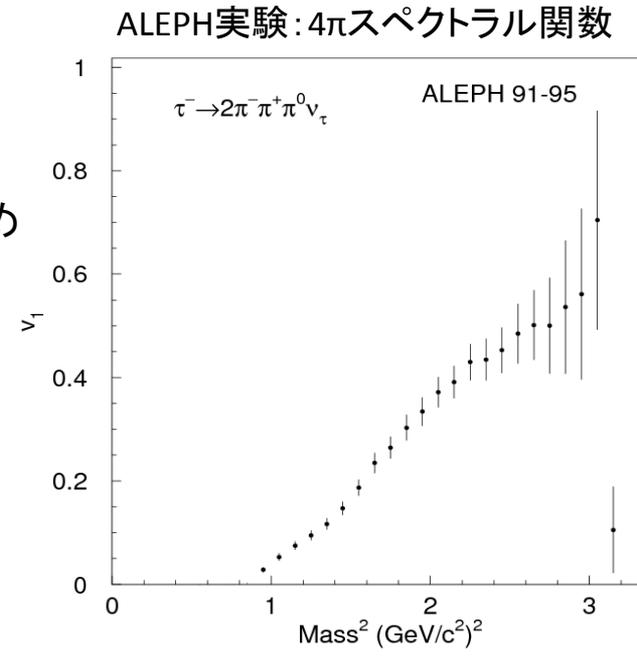
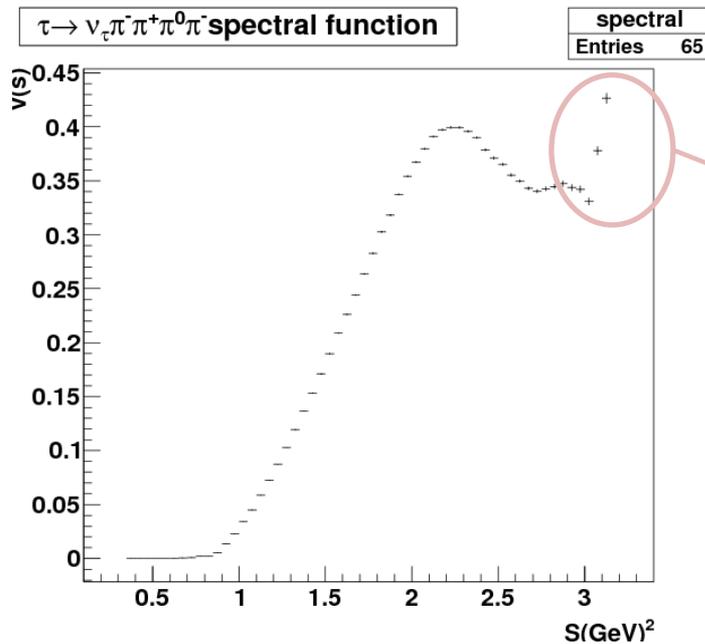


- \* 1.5GeV付近ではスムーズに変化している
- \* 本実験の方が明らかに誤差が少ない

# スペクトラル関数の導出

$$v[\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau] \propto \frac{BR[\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau]}{BR[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} \frac{1}{N_{3\pi \pi^0}} \frac{dN_{3\pi \pi^0}}{ds} \frac{m_\tau^2}{(1-s/m_\tau^2)^2 (1+s/m_\tau^2)} \frac{R_{IB}(s)}{S_{EW}}$$

測定した $\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ 質量分布を代入



本実験の方が明らかに誤差が少ない

# まとめ

- 2000年10月から2006年12月にBelle実験が収集した665.1/fbのデータ
  - ⇒  $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- \nu_\tau$ 事象を約138万事象観測
- SVD法でアンフォールドした $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ 質量分布を得た
- その質量分布を元にスペクトラル関数を測定
  - ⇒ 統計誤差が1%以下の高精度の測定となった

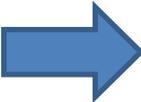
今後は

- ハドロン生成  $e^+ e^- \rightarrow \bar{q} q$ のバックグラウンドを除く。
- 統計誤差以外の誤差の見積り

# バックアップ

ハドロン崩壊率

$$R_{\tau, V+A} = N_c |V_{ud}|^2 S_{EW} (1 + \delta_P + \delta_{NP})$$


$$\delta_P = \frac{\alpha_s(m_\tau^2)}{\pi} + 5.2023 \frac{\alpha_s^2(m_\tau^2)}{\pi^2} + 26.366 \frac{\alpha_s^3(m_\tau^2)}{\pi^3} + (78.003 + K_4) \frac{\alpha_s^4(m_\tau^2)}{\pi^4} + O(\alpha_s^5(m_\tau^2))$$

$\tau$ 粒子のハドロン崩壊率 $R_\tau$ の質量依存性を調べたい

スペクトラル関数は、 $R_\tau$ の質量依存性に比例する。

- このために軸ベクター状態やベクター状態のスペクトル関数の測定を行うことが求められる
- $R_\tau$ はinclusiveな値なので全ての崩壊モードを足す必要があるが、実際の測定では各崩壊モードを1種類ずつ調べる