

2012 年度 修士学位論文

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のスペクトラル関数の研究

奈良女子大学大学院 人間文化研究科
物理科学専攻 高エネルギー物理学研究室
木原理美

2013 年 2 月

目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	τ 粒子の物理	3
2.1	標準理論	3
2.2	τ 粒子の概要	3
2.2.1	タウ・レプトン	4
2.2.2	τ 粒子の崩壊について	5
2.3	スペクトラル関数 ⁴⁾	9
2.4	これまでの知見	11
第 3 章	実験装置	12
3.1	非対象エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器)	12
3.2	Belle 測定器	14
3.2.1	粒子崩壊点測定器 (SVD:Silicon Vertex Detector)	16
3.2.2	中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)	17
3.2.3	エアロジェル・チェレンコフカウンター (ACC:Aerogel Čerenkov Counter)	19
3.2.4	飛行時間差測定器 (TOF:Time of Flight)	20
3.2.5	電磁カロリメータ (ECL:Electromagnetic Calorimeter)	21
3.2.6	超伝導ソレノイド	24
3.2.7	K_L, μ 粒子検出器 (KLM)	24
3.2.8	トリガーシステム	25
3.2.9	データ収集システム (DAQ)	25
第 4 章	事象選別	27
4.1	電子・陽電子衝突反応の概要	27
4.2	解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション	29
4.3	$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別	30
4.3.1	$\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 1	31
4.3.2	$\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 2	32
4.4	$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象選別	35
4.4.1	事象を半球に分割	35
4.4.2	シグナルサイド	36

4.4.3	タグサイド	36
4.4.4	π^0 の再構成	37
4.4.5	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 選別の結果	40
4.5	$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の質量分布	41
4.6	データのバックグラウンドの除去	43
第 5 章	スペクトラル関数の測定	45
5.1	アンフォールディング	45
5.2	モンテカルロを使ったアンフォールディングのテスト	47
5.3	データを用いた $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量分布のアンフォールディング	52
5.4	スペクトラル関数の計算	57
5.5	結果の議論 (他実験との比較)	59
5.5.1	質量 2 乗分布の比較	59
5.5.2	アンフォールディング後のデータの比較	60
5.5.3	スペクトラル関数の比較	60
第 6 章	まとめ	62
	謝辞	63
	参考文献	64

目次

2.1	ハドロン	3
2.2	$\tau^- \rightarrow \nu_\tau(\text{hadrons})\bar{\nu}_\tau$ 崩壊のファインマン図	6
2.3	強い相互作用の結合定数のエネルギーごとの変化	8
2.4	エネルギーが 92GeV での α_s の値	9
2.5	軸ベクターのスペクトラル関数 (ALEPH 実験)	11
2.6	ベクターのスペクトラル関数 (ALEPH 実験)	11
3.1	KEKB 加速器の概観図	13
3.2	Belle 測定器の全体図	16
3.3	粒子崩壊点測定器の構造	17
3.4	電離損失	18
3.5	中央飛跡検出器の構造	18
3.6	エアロジェルカウンターの構造	20
3.7	エアロジェルカウンターモジュールの構造	20
3.8	TOF/TSC モジュール	21
3.9	CsI(Tl) シャワーカウンター	22
3.10	電磁カロリメータの断面図	23
3.11	シャワーの再構成アルゴリズムの模式図	24
3.12	Belle トリガーシステムのブロック図	26
3.13	データ収集システムのブロック図	26
4.1	$\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 事象選別の流れ	29
4.2	事象の半球図	32
4.3	ミッシング質量	33
4.4	ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット	34
4.5	アコプナリティ角 ϕ_{acop}	34
4.6	$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-z$ 平面)	36
4.7	$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-y$ 平面)	36
4.8	$S_{\gamma\gamma}$ の分布 (データ)	38
4.9	$S_{\gamma\gamma}$ の分布 (モンテカルロ, $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$)	38
4.10	$S_{\gamma\gamma}$ の分布 (モンテカルロ, $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$)	38
4.11	シグナル領域、サイドバンド領域の分割	39

4.12	不変質量の 2 乗分布	42
4.13	図 4.12 からバックグラウンドを除いたデータの質量 2 乗分布	44
5.1	モンテカルロの質量 2 乗分布	48
5.2	観測レベルと真の分布の相関関係 (テスト)	48
5.3	アンフォールディングのテスト結果 1	49
5.4	モンテカルロで見積もったアクセプタンスの質量依存性	50
5.5	アンフォールディングのテスト結果 2	51
5.6	観測レベルと真の分布の相関関係	52
5.7	アンフォールディング後のデータでの質量 2 乗分布	53
5.8	covariance matrix (統計誤差)	54
5.9	covariance matrix (全ての誤差)	54
5.10	固有値 $ d_i $ の分布	55
5.11	スペクトラル関数	58
5.12	OPAL 実験の質量 2 乗分布	59
5.13	本研究の質量 2 乗分布	59
5.14	OPAL 実験のアンフォールディング後のデータ	60
5.15	本研究のアンフォールディング後のデータ	60
5.16	ALEPH 実験のスペクトラル関数 (軸ベクター)	61
5.17	本研究のスペクトラル関数 (軸ベクター)	61

表目次

2.1	相互作用一覧	4
2.2	τ 粒子の崩壊モード一覧	6
3.1	KEKB 加速器の設計パラメータ	14
3.2	Belle 測定器のパラメータ	15
3.3	$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積とトリガー頻度	25
4.1	シミュレーション使用プログラム名	28
4.2	各実験番号の収集時期とルミノシティ	30
4.3	事象選別	40
4.4	主なバックグラウンドの割合	41
4.5	データの bin の数と誤差	41
4.6	バックグラウンドを除いたデータの bin の数と誤差	43
5.1	アンフォールディング後のデータの bin の数と誤差	56
5.2	スペクトラル関数の bin の数と誤差	57

第 1 章

はじめに

高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器) は、多量の B 中間子反 B 中間子を生成することで、 B 中間子系における CP 対称性の破れを系統的に研究し、 CP の謎にせまる事を目的として建設された加速器である。加速器の衝突点には Belle 測定器が設置されている。実験データの収集は 2000 年 6 月から始まり、2002 年には、 B 中間子系における CP 対称性の破れを始めて確認するという大きな成果を挙げた。その後 2011 年の段階で、KEKB 加速器は世界最強のビーム強度 (ルミノシティ) $\mathcal{L} = 2.1 \times 10^{34} / \text{cm}^2 / \text{sec}$ を達成した。

KEKB 加速器では、同時に $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応を通じて非常に高統計 (10^8 個/年) のタウ (τ) 粒子を得ることができる。ここで生成される τ 粒子の量は、従来の加速器で得られた τ 粒子の数より 2 桁以上多量であり、KEKB は B -ファクトリーであると同時に、 τ 粒子を多量に作り出す τ -ファクトリーとしても重要である。 τ 粒子は次のようなユニークな特徴を持つ素粒子である。

- 電子の約 3500 倍の質量を持つもっとも重いレプトンである。
- トップクォーク (t) やボトムクォーク (b) とともに第 3 世代に属している。
- レプトンの中で唯一ハドロン (複数個の π 中間子や K 中間子) に崩壊できる粒子である。

これらの特徴は、 τ 粒子が標準理論を越える物理を探る上で高い感度を持つ理想的なプローブとして機能する事を意味する。Belle 実験では多量の τ 粒子を用いてこれまでに $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow e^- K_s^0$, $\mu^- K_s^0$ のようなレプトンのフレーバー数保存則を破る崩壊の探索や、レプトン系における CP 非保存現象の探索など、標準理論を越える物理現象の研究が世界で最も高い感度で進められている。

本研究では、Belle 測定器が収集した多量の τ 粒子対事象を用いて、様々な τ 粒子の崩壊の中でも特に τ 粒子が 3π のハドロン系に崩壊する

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$$

という過程に関する解析結果について報告する。

τ 粒子のハドロニック崩壊は、低いエネルギーでの強い相互作用を研究するのに適している (Pich, 1998)。 τ 粒子はハドロンに崩壊するのに十分な質量の大きさの、唯一のハドロンとして知られている。一般に、 τ 粒子がハドロンに崩壊する崩壊分岐比やその終状態のハドロンの質量分布に関する実験データは、低いエネルギー領域のハドロン状態を記述する基礎的なデータとして非常に重要である。

今回の解析では、後述する軸ベクター状態の主要な部分を占めている 3π 系である、 $\pi^-\pi^0\pi^0$ 系の質量分布を求める事によって、 $\pi^-\pi^0\pi^0$ 系のスペクトラル関数を求める事が目的である。スペクトラル関数とは、後述する τ 粒子のハドロン崩壊率の質量依存性を調べるのに役立つ関数である。スペクトラル関数に関しては、現在は ALEPH 実験 (Barate et al., 1999; Schael et al., 2005) や OPAL 実験 (Abbiendi et al., 2004; Ackerstaff et al., 1999) の測定結果が使われている。しかし、これらの測定では高い質量領域でのエラーが大きく、精度は十分とは言えない。なので、B-ファクトリーで収集した、高統計のデータを用いたスペクトラル関数の測定は意義のある事である。特に過去の測定の精度では不十分であった高い質量領域で高精度の測定をする事が、本研究の重要な目的のひとつである。

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章では理論的な背景として、 τ 粒子の基礎について説明する。第 3 章では、今回の解析に用いたデータを収集した KEKB 加速器及び Belle 測定器全般の説明を行う。第 4 章では、事象選別について述べる。まず、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の選別について述べ、後に、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別について述べる。また、不変質量分布についても報告する。第 5 章でスペクトラル関数について述べ、最後に第 6 章でまとめを行う。

第 2 章

τ 粒子の物理

2.1 標準理論

現在の素粒子物理学の標準理論では、物質を形成している最も基本的な構成要素となっているフェルミ粒子は 6 種類のクォークとレプトンである。これらの素粒子は、ゲージ粒子を交換することで互いに相互作用する。クォークとレプトンの大きな違いの一つは、強い相互作用に関わるか否かである。強い相互作用を行うクォークは、単体では存在できず、強い相互作用によってハドロンと総称される複合粒子を形成する。ハドロンは図 2.1 に示すように構成子としてクォーク 3 つを含むバリオン (重粒子) とクォーク・反クォークを構成子とするメソン (中間子) に大別される。

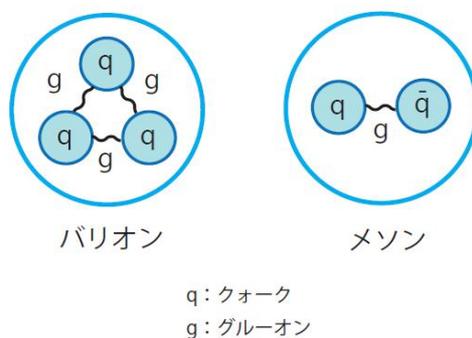


図 2.1 ハドロン

2.2 τ 粒子の概要

τ 粒子は 1975 年、アメリカのスタンフォード加速器センター (SLAC) のマーチン・パール、ゲイリー・フェルドマンらによって、最初に発見された。ここでは、 e^+ と e^- を衝突させて、 $\tau^+\tau^-$ 対を生成し、それぞれの τ 粒子が電子と μ 粒子へ崩壊することを確認したものである。 e^+e^- の重心系のエネルギーが τ 粒子の質量の 2 倍 (3.56GeV) 以上になると、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ の反応が可能となる。彼らはこれを「異常なレプトン生成の存在する証拠について」という題の論文で発表した。当時はタウ・レプトンについて直接的な理論からの予言は全くなく、真の意味での新発見であった。 τ 粒子はレプトン族の第 3 世代に位置し、第 3 世代の

表 2.1 相互作用一覧

相互作用	媒介粒子 (質量)	到達距離 [m]	力を感じるもの
強い相互作用	グルーオン (0)	$\leq 10^{-15}$	色荷
弱い相互作用	$W^\pm(80\text{GeV}), Z^0(90\text{GeV})$	10^{-18}	弱電荷
電磁相互作用	光子 $\gamma(0)$	∞	電荷
重力	グラビトン	∞	質量

粒子の中ではクォーク族・レプトン族を通じて一番最初に発見された粒子である。第3世代の粒子の発見は、クォーク族とレプトン族の比較から、当時クォーク族も第3世代が存在するという期待を持たせた。

2.2.1 タウ・レプトン

レプトン族には、以下にあるように6種類3世代の粒子が存在する事が知られている。

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

これらレプトンの共通の特徴として、強い相互作用をせず、電磁相互作用と弱い相互作用のみ行なう事が挙げられる。現在知られている4つの相互作用の特徴を表2.1にまとめた。電磁相互作用は、光子 (γ) を媒介し、無限の距離に到達する事が出来る。一方、弱い相互作用は短距離しか到達できず、 W^\pm ボソンや Z^0 ボソンを媒介する。荷電カレント反応 ($l \rightarrow \nu_l$) では、 W^\pm が放出され、中性カレント反応 ($e^- \rightarrow Z^0 e^-$) では、 Z^\pm が放出される。

τ 粒子は第3世代に属し、レプトンの中では最も大きい質量 $M_\tau = 1.78\text{GeV}/c^2$ を持つ。寿命は (290.6 ± 1.1) 秒である。このように質量が重い事から、レプトンの中で唯一、ハドロンを含んだモードへ崩壊することが出来る。

τ 粒子を最も簡単に生成する方法は、電子・陽電子衝突型加速器で τ 粒子対を生成させる事である ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$)。重心系のエネルギー、 $\sqrt{s} = 10.58\text{GeV}$ の KEKB 加速器で、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)) = 0.919\text{nb} \quad (2.2)$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積とほぼ同じであり、1年間で B 中間子対とほぼ同じ量 (10^8 個) の τ 粒子が生成出来る。生成された τ 粒子はそれぞれ平均 $240\mu\text{m}$ 飛び、その後様々な終状態へ崩壊する。

2.2.2 τ 粒子の崩壊について

現在知られているタウの崩壊モードを表 2.2 に示す。 τ 粒子のこれらの崩壊過程のうち、終状態に軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau, \tau \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼び、終状態にハドロン、即ち π, K やハドロンの共鳴状態を含む崩壊をハドロニック崩壊またはセミ・レプトニック崩壊と呼ぶ。ハドロニック崩壊には、さらにストレンジネス $S = 0$ のノンストレンジモードと $|S| = 1$ のストレンジネスを持つ状態に大きく分ける事が出来る。

レプトニック崩壊

τ 粒子が $e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ や $\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の割合は 35.1% である。レプトニック崩壊の崩壊分岐比の値は 0.4% の精度で測定されている。この崩壊分岐比の値は、理論的には電弱相互作用のループレベルの輻射補正までよく理解されており、崩壊幅は次式

$$\Gamma_{\tau \rightarrow l} \equiv \Gamma(\tau^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) r_{EW} \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで G_F はフェルミ結合定数、 m_τ は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、関数 $f(x)$ は $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合電子の質量は τ 粒子に比べて非常に小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。 $r_{EW} = 0.996$ はフェルミ結合定数 G_F の中に含まれていない輻射補正項である。

この式 (2.3) の崩壊幅を用いて、レプトニック崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\tau \rightarrow l}$ は、

$$\mathcal{B}_{\tau \rightarrow l} = \frac{\Gamma_{\tau \rightarrow l}}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad , \quad (l = e, \mu) \quad (2.4)$$

で与えられる。ここで、 Γ_{tot} は τ 粒子が崩壊する全てのモードの崩壊幅の和である。 τ 粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} の関係は $\Gamma_{\text{tot}} = \frac{1}{\tau_\tau}$ で与えられるので、 Γ_{tot} は τ 粒子の寿命 τ_τ から求める事が出来る。

ハドロニック崩壊

τ 粒子のハドロニック崩壊過程

$$\tau^- \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$$

の模式図を図 2.2 に示す。図に示すように、 τ 粒子のハドロニック崩壊では、強い相互作用を受けないレプトンだけのバーテックス部分と、ウィークカレントを経てハドロンの状態へ崩壊するハドロニックな部分からなっている。前者のバーテックスの構造はよく分かっており、V-A 型 ($\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$) で与えられる。

ハドロン型のバーテックスもベクター γ^μ に比例する項と軸ベクター $\gamma^\mu \gamma^5$ に比例する項からなるが、その比例係数は 1 ではない。一般にその係数はスペクトル関数 $v_J(s)$ と $a_J(s)$ で与えられる。ここで、 J はハドロン系のスピンである。一般に J は 1 または 0 の値をとる事が出来るが、ベクトルカレントの保存則 (CVC) により、 $J^P = 0^+$ の状態は禁止されるので、スピン 0 の状態は $J^P = 0^-$ の擬スカラー状態 (P_S) に限られる。これは、終状態の π 中間子が奇数個のみの崩壊である。それゆえ、 τ の崩壊ではスピン 1 の状態が主要な成分となっている。スピン 1 の状態は、スピン・パリティが $J^P = 1^-$ のベクター状態 (V) と $J^P = 1^+$ の軸

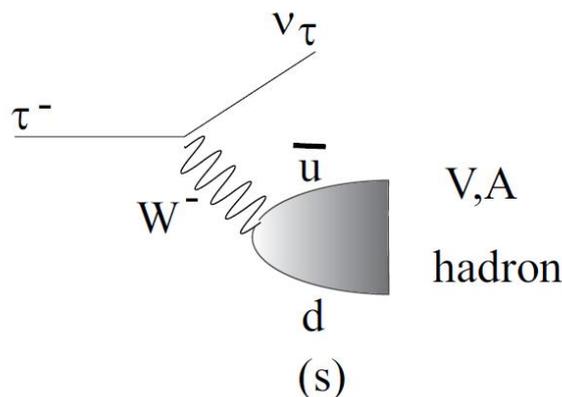
図 2.2 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau(\text{hadrons})^- \nu_\tau$ 崩壊のファインマン図

表 2.2 τ 粒子の崩壊モード一覧。表中、 V はベクター状態、 A は軸ベクター状態、 S はストレンジネスを持つ状態 ($|S| = 1$)、 S_P は擬スカラー状態を示す。崩壊分岐比の値は 2012 年の PDG による。

崩壊モード	崩壊過程	崩壊分岐比
レプトニック崩壊	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	17.83 ± 0.04
	$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	17.41 ± 0.04
ハドロニック崩壊		
V	$\pi^- \pi^0 \nu_\tau$	25.52 ± 0.09
V	$\pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0 \nu_\tau$	2.70 ± 0.08
S_P	$\pi^- \nu_\tau$	10.83 ± 0.06
S_P	$K^- \nu_\tau$	0.700 ± 0.010
A	$\pi^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$	8.99 ± 0.06
A	$\pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$	9.30 ± 0.11
S	$K^- \pi^0 \nu_\tau$	0.429 ± 0.015
S	$K^- \pi^+ \pi^- \nu_\tau$	0.294 ± 0.015

ベクター状態 (A) が可能である。 τ 粒子の場合にはその両者への崩壊が可能で、終状態の π 中間子の個数からベクターか軸ベクターかが区別できる。 π 中間子が偶数個の場合、ベクター状態 (V) でありパリティ変換を行なうと $\mathbf{r} \Rightarrow -\mathbf{r}$ のように符号が反転する。一方、 π 中間子が奇数個の場合、軸ベクター状態 (A) でありパリティ変換に対して不変である ($P = +1$)。これ以外に K 中間子を奇数個含んでいるストレンジネス S を持つ状態が存在する。この崩壊過程の分岐比はカビボ角 $\sin \theta_c = V_{us}$ の 2 乗がかかる為 $S = 0$ の崩壊と比べて抑制されている。ベクター、軸ベクター、ストレンジネス状態に対応する崩壊モードの例とその観測されている崩壊分岐比の値を表 2.2 に示し、ハドロン崩壊全体の質量スペクトラル関数は以下のように与えられる。

理論的には τ 粒子のハドロン崩壊率 (R 比)

$$R_\tau = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{hadrons} \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = R_{\tau,V} + R_{\tau,A} + R_{\tau,S} \quad (2.5)$$

は次のように2点相関関数 $\Pi^T(s)$ と $\Pi^T(s)$ の s に関する積分として与えられる。ここで s はハドロン系全体の質量の2乗である。

$$R_\tau = 12\pi \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left[\left(1 + 2\frac{2}{M_\tau^2}\right) \text{Im}\Pi^{(1)}(s) + \text{Im}\Pi^{(0)}(s) \right] \quad (2.6)$$

上記の相関関数は以下のように各々の寄与に分解される。

$$\Pi^J(s) \equiv |V_{ud}|^2 \left[\Pi_{ud}^{V,J}(s) + \Pi_{ud}^{A,J} \right] + |V_{us}|^2 \left[\Pi_{us}^{V,J}(s) + \Pi_{us}^{A,J} \right] \quad (2.7)$$

ここで V_{ij} は後述するカビボ・小林・益川 (CKM) 行列の行列要素である。上の標識中に現れる2点相関関数は電流の真空期待値として以下のように定義されている。この定義式は理論の計算に便利である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(q) \equiv i \int dx e^{ipx} \langle 0 | T(J_{\mu,ij}^{V/A}(x) J_{\nu,ij}^{V/A}(0)^\dagger) | 0 \rangle \quad (2.8)$$

ここで、ハドロンベクターカレント J^V と軸ベクターカレント J^A は $J_\mu^V = \bar{q}_j \gamma_\mu q_i$ 、 $J_\mu^A = \bar{q}_j \gamma_\mu \gamma^5 q_i$ で与えられる。また、添字 i, j はクォークのフレーバー (u, d, s) を表す。相関関数はスピン $J=1$ の成分 $\Pi^{(1)}$ とスピン $J=0$ の成分関数 $\Pi^{(0)}$ に分解することが可能である。

$$\Pi_{\mu\nu,ij}^{V/A}(p) = (p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2) \Pi_{i,j}^{V/A,T}(p^2) + p_\mu p_\nu \Pi_{i,j}^{V/A,L}(p^2) \quad (2.9)$$

相関関数の理論関数は、QCD の和則を用いた一般的な方法が知られている¹⁾²⁾。ここでは後述する強い相互作用の結合定数やクォークの質量および小林・益川の行列要素がパラメータとなる。その理論計算と実験結果を比較する事で、これらのパラメータの値を決定する事が出来る。

強い相互作用の結合定数と τ 粒子のハドロニック崩壊

τ 粒子のハドロニック崩壊は、QCD で強い相互作用の結合定数 α_s を最も精密に決めている系である。崩壊率 $R_{\tau,V+A}$ は次のように表わす事が出来る。

$$R_{\tau,V+A} = N_c |V_{ud}|^2 S_{EW} \{1 + \delta_P + \delta_{NP}\} \quad (2.10)$$

$N_c = 3$ はクォークのカラーの数、 $S_{EW} = 1.0201 \pm 0.00003$ は電磁放射補正である。また、非摂動項 δ_{NP} を求めるには実験データが必要で、値については議論がなされている。そして摂動項 δ_P は次のように表わされる。

$$\delta_P = \frac{\alpha_s(m_\tau)}{\pi} + 5.2023 \frac{\alpha_s^2(m_\tau)}{\pi^2} + 26.366 \frac{\alpha_s^3(m_\tau)}{\pi^3} + (78.003 + K_4) \frac{\alpha_s^4(m_\tau)}{\pi^4} + O(\alpha_s^5(m_\tau)) \quad (2.11)$$

K_4 は未知の数値で、強い相互作用の結合定数 α_s がここで使われている。

α_s はエネルギーによって図 2.3 のように変化する。 τ 粒子の質量であるエネルギー $Q = 1.7[\text{GeV}]$ の所は、実験的に決められた崩壊率の値である

$$R_\tau = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{hadrons}\nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau)} = 3.6380 \pm 0.000083 \quad (2.12)$$

と計算値 $R_\tau = N_c(|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2) \simeq 3.0$ との違いから α_s の値を求めている。この結果、次のように決められている。

$$\alpha_s(m_\tau) = 0.3186 \pm 0.0058 \quad (2.13)$$

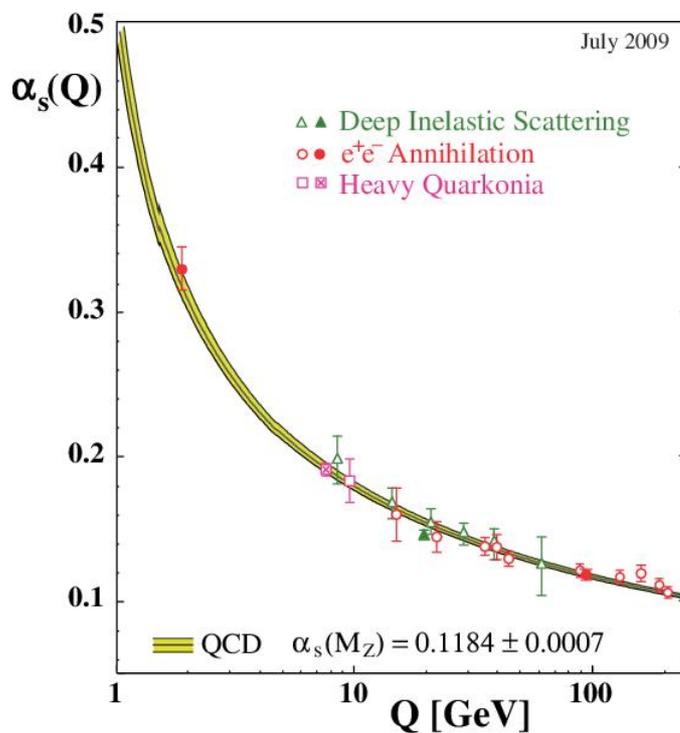


図 2.3 強い相互作用の結合定数のエネルギーごとの変化

エネルギーが 92 GeV での α_s の値を様々な手法で求めた結果を図 2.4 に示す。 τ 粒子の測定で決められた α_s は、格子 QCD による計算結果や他の手法で求めた結果と比べても精度が高い事が分かる。

このように、 τ 粒子のハドロニック崩壊のデータはスペクトラル関数や μ 粒子の異常磁気能率の真空編極項を実験的に決め、理論計算に用いる事が出来るという利点を持っている。また、スペクトラル関数は重心系エネルギーで 0.5 ~ 2 GeV にあたる領域のハドロン状態の情報を含んでおり、QCD 和則などの理論との比較により、クォーク凝縮状態 ($\langle 0|q\bar{q}|0\rangle$) に関する情報を得ることが出来る等非常に重要な測定量である。

CKM 行列

CKM 行列とはクォーク間の遷移の強さを表した行列で、次のように表わされる。

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

この行列はユニタリー行列であることより、 $VV^\dagger = 1$ である。なので、

$$V_{td}V_{tb}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{ud}V_{ub}^* = 0$$

の関係がある。後述するスペクトラル関数では V_{ud} ($|V_{ud}| = 0.97377 \pm 0.000027$) を使用する。

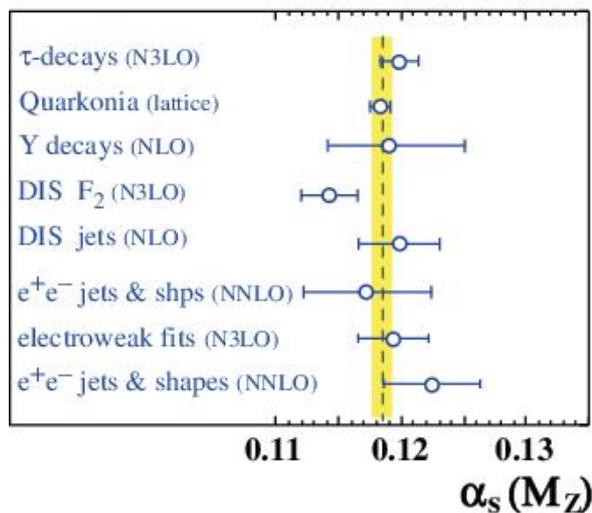


図 2.4 エネルギーが 92GeV での α_s の値。

一番上が τ 粒子の測定で、上から 2 番目が格子 QCD による計算で求めた結果である。

2.3 スペクトラル関数⁴⁾

先述した τ 粒子のハドロン崩壊率 R_τ には質量依存性がある。スペクトラル関数はこれに比例するので、スペクトラル関数の測定をする事で R_τ には質量依存性を調べる事が出来る。このため、軸ベクター状態やベクター状態のスペクトラル関数の測定を行なう事が求められている。そして、 R_τ は inclusive な値なので全ての崩壊モードの分を調べて足し合わせる必要があるが、実際の測定では各崩壊モードを 1 種類ずつ調べることになる。

この節ではスペクトラル関数の導出を行なう。まず、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ の微分崩壊率は次のように表わされる⁵⁾。

$$\frac{d\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{ds} = \Gamma_e^0 \cdot \frac{6\pi |V_{ud}|^2 S_{EW}^{\pi^2 \pi^0}}{m_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) a(s) \quad (2.14)$$

$$\Gamma_e^0 = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} \quad (2.15)$$

ここで s は τ のハドロニック崩壊の不変質量の 2 乗で、本研究では $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を示し、 $a(s)$ は $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系を示すスペクトラル関数 (軸ベクター*1) である。 G_F はフェルミ結合定数、 $|V_{ud}| = 0.97377 \pm 0.00027$ は CKM 行列の成分、 $m_\tau = 1776.99^{+0.29}_{-0.26} \text{MeV}/c^2$ は τ 粒子の質量、 $S_{EW}^{\pi^2 \pi^0}$ は $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系の放射補正である。測定された τ 粒子の電子崩壊率は次の式 (2.16) によって Γ_e^0 に関係する。

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) \equiv \Gamma_e^0 S_{EW}^e = \Gamma_e^0 \left\{ 1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2 \right) \right\} \quad (2.16)$$

*1 $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系は π 中間子が 3 個 (奇数個) なので、軸ベクター状態である。

ここで S_{EW}^e は $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 崩壊の放射補正である。式 (2.16) を変形して、

$$\Gamma_e^0 = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{S_{EW}^e} \quad (2.17)$$

となる。式 (2.17) を式 (2.14) に代入して変形すると、次のようになる。

$$a(s) = \frac{1}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{d\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{ds} \frac{m_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 (1 - \frac{s}{m_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{m_\tau^2})} \frac{S_{EW}^e}{S_{EW}^{\pi^2\pi^0}} \quad (2.18)$$

ここで、式 (2.18) の

$$\frac{1}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{d\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{ds}$$

の部分に注目すると、これは次のように変形出来る。

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{1}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)} \frac{d\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{ds} \quad (2.19)$$

$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比を $\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0}$ 、 $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比を \mathcal{B}_e とすると、

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0}}{\mathcal{B}_e} \quad (2.20)$$

と出来る。また後述するアンフォールディングによって、

$$\frac{1}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)} \frac{d\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau)}{ds} = \frac{1}{N_{\pi^2\pi^0}} \frac{dN_{\pi^2\pi^0}}{ds} \quad (2.21)$$

となる。 $(1/N_{\pi^2\pi^0})(dN_{\pi^2\pi^0}/ds)$ は $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の規格化した不変質量の 2 乗分布である。

式 (2.21)・(2.20) を式 (2.18) に代入すると、スペクトラル関数を得られる。

$$a(s) = \frac{m_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 (1 - \frac{s}{m_\tau^2})^2 (1 + \frac{2s}{m_\tau^2}) S_{EW}^e} \left(\frac{\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0}}{\mathcal{B}_e} \right) \left(\frac{1}{N_{\pi^2\pi^0}} \frac{dN_{\pi^2\pi^0}}{ds} \right) \quad (2.22)$$

ここで、 $S_{EW} = S_{EW}^{\pi^2\pi^0}/S_{EW}^e = 1.0198 \pm 0.0006$ である。また、崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0}$ と規格化された質量スペクトル $(1/N_{\pi^2\pi^0})(dN_{\pi^2\pi^0}/ds)$ は実験データから求める数値である。

2.4 これまでの知見

これまでに、ALEPH 実験や OPAL 実験が本研究と同様の測定を行なっている。過去の測定結果として、ここでは ALEPH 実験のスペクトラル関数を示す。縦軸がスペクトラル関数で横軸が不変質量の 2 乗である。それぞれ図 2.5 は 3π 系や 5π 系等を足した軸ベクター状態、図 2.6 は 2π 系や 4π 系等を足したベクター状態のスペクトラル関数となっている。不変質量が大きい領域が興味深いのが、図にあるように現状ではエラーが大きすぎて調べる事が出来ない。Belle 実験はこの 100 倍の量のデータがあるので、より精度良く測定を行なう事が出来る。

本研究では 3π 系の 1 つである $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊を扱うので、軸ベクターのスペクトラル関数を求める。後の 5.5 節で本研究の結果との比較を行なう。

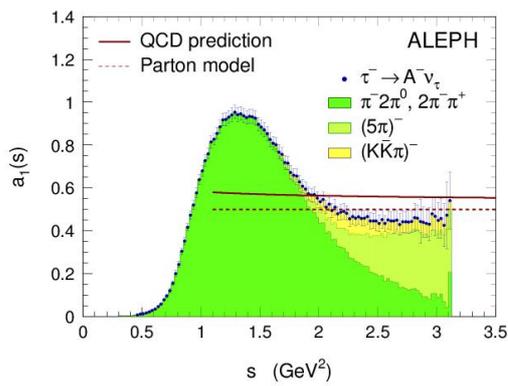


図 2.5 軸ベクターのスペクトラル関数 (ALEPH 実験)

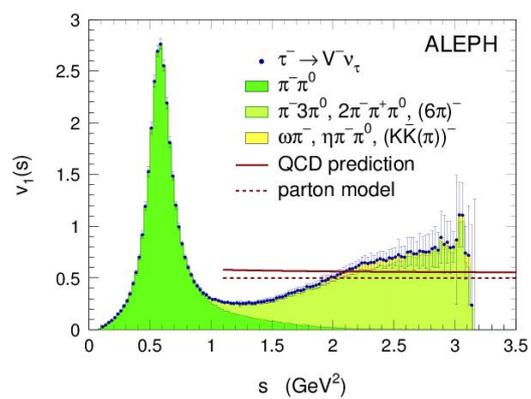


図 2.6 ベクターのスペクトラル関数 (ALEPH 実験)

第3章

実験装置

KEKB 加速器及び Belle 測定器は、 B 中間子系での CP 非保存現象の系統的な研究によって、小林益川理論（或いはそれに代わる理論）の検証を目的として建設された、電子・陽電子衝突型加速器である。以下に KEKB 加速器と Belle 測定器の詳細について述べる。

3.1 非対象エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器（KEKB 加速器）

KEKB 加速器のような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子は異なったリング中に蓄積されなければならない為、2リングが必要となる。KEKB 加速器の全体図を図 3.1 に示す。KEKB では既存の周長 3km のトリスタン実験で使用されたトンネルの中に、電子の蓄積する 8GeV のリングと陽電子の蓄積する 3.5GeV のリングの2リングを並べて設置されている。電子と陽電子は各々のリングの中を反対方向に周回する。2つのリングは2ヶ所で交差するが、そのうちの筑波実験棟中の1ヶ所で電子と陽電子が衝突するようになっており、衝突点を囲んで Belle 測定器と呼ばれる大型の検出器が設置されている。

- 重心系のエネルギーが、 $\Upsilon(4S)$ の質量に相当する 10.58GeV に設定されている。 $\Upsilon(4S)$ は殆ど 100% の確率で B 中間子・反 B 中間子対に崩壊する*1ので、 B 中間子以外からのバックグラウンドを低レベルに抑えることが出来る。また、 $B\bar{B}$ 系の量子力学的な特殊な性質を用いる事で CP 非保存の測定に理想的な場を提供している。
- B 中間子の崩壊時間を精度よく測定するために、KEKB 加速器は電子と陽電子のエネルギーが異なる非対称エネルギー、2リング型の衝突型加速器になっている。
- CP 非保存の測定に重要な B 中間子の崩壊モードの崩壊分岐比は 10^{-5} から 10^{-6} と小さいため、大量の B 中間子・反 B 中間子対の生成が必要である。そのため従来より2桁高いルミノシティ ($1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) を実現するように設計されている。

*1 その他に崩壊すると知られているものには、 e^+e^- ($\sim 10^{-5}$) があり、最近、 $\Upsilon(4S) \rightarrow \Upsilon(1S)J/\psi$ に崩壊するものも確認された。

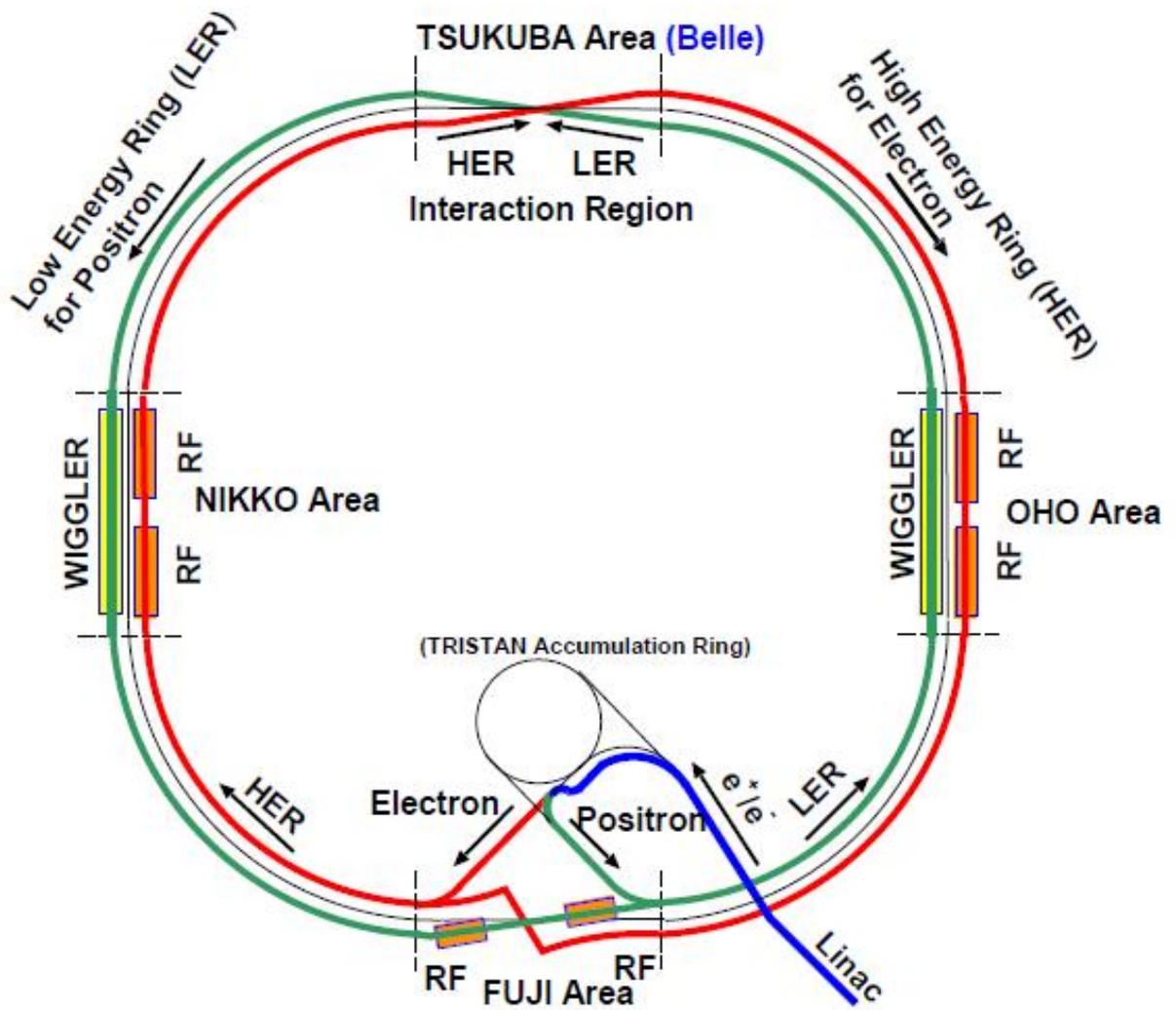


図 3.1 KEKB 加速器の概観図

表 3.1 KEKB 加速器の設計パラメータ

Ring	LER	HER
ビームエネルギー (e^+e^-)	3.5 GeV	8.0 GeV
周長	3016.26 m	
ルミノシティ	$1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	
ビーム交差角	$\pm 11 \text{ mrad}$	
ビームビームチューンシフト	0.039/0.052	
Beta function at IP (β_x^*/β_y^*)	0.33/0.01 m	
ビーム電流 (e^+e^-)	2.6 A	1.1 A
ビームエネルギーの広がり	7.1×10^{-4}	6.7×10^{-4}
バンチ間隔	0.59 m	
バンチの数	5000	

KEKB 加速器ではビーム輝度（以下ルミノシティと呼ぶ）が最大となるように設計されている。ルミノシティ \mathcal{L} と断面積 σ を持つ反応の発生頻度 R との間には、 $R = \mathcal{L}\sigma$ の関係が成り立つ。ルミノシティは、ビームの強度やサイズから決まる量であり、衝突型加速器においてルミノシティは次のような式により与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi(1+r) \left(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*} \right) / \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

ここで、 E はビームのエネルギー（単位：GeV）、 I は蓄積電流（単位：A）である。また、 ξ はビームチューンシフトと呼ばれる量であり、ほぼ 0.040 の値を持つ。 r は衝突点における垂直方向のビームサイズを水平方向のビームサイズで割った値であり、 β_y^* は衝突点で垂直方向（ y 方向）にどれだけビームを絞れるかを表すパラメーターである。結局、ルミノシティを大きくするためには、蓄積電流とビームチューンシフト ξ を大きくし、 β_y^* を小さくすれば良い。表 3.1 に KEKB 加速器の設計値のパラメーターの値を示す。設計値のルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を達成するには、陽電子リングに 2.6A、電子リングに 1.1A の電流を蓄積し、ビームの y 方向のベータ β_y^* を 0.01m にする必要がある*2。

KEKB では、2003 年 5 月に設計値であるビームルミノシティ $1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を達成した。その後も最高記録を更新し続けており、2011 年には $2.4 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を記録した。この値は、電子・陽電子型加速器のみではなく、世界中全ての衝突型加速器で実現された最も高い値である。

3.2 Belle 測定器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対 (B と \bar{B}) が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個ずつ放出される。一方、本論文の主題である、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応で生成された各々の τ 粒子が崩壊すると、その終状態の粒子の多重度は比較的小さく、荷電粒子の数は 2~6 本で、そこに 0~3 個の π^0 が含まれている。物理解析では、荷電粒子の運動量の測定のみではなく、荷電粒子の種類（電子、ミュー粒子、 π 中間子、 K 中間

*2 このベータの値は 2-3 ミクロンのビームサイズに対応する。

表 3.2 Belle 測定器のパラメータ

検出器	構成物	主要なパラメータ	読み出し チャンネル数	主な性能
ビームパイプ	ベリリウム (2重構造)	内半径 2.3 cm 0.5 mm Be/ 2 mm He /0.5 mm Be		
粒子崩壊点検出器	両面 シリコン ストリップ	300 μm 、3 層 $r = 3.0 - 5.8$ cm 長さ = 22 - 34 cm	ϕ : 41k θ : 41k	$\sigma_{\Delta z} \sim 105 \mu\text{m}$
中央飛跡検出器	ドリフトチェンバー	アノード: 52 層 カソード: 3 層 $r = 8.5 - 90$ cm $-77 \leq z \leq 160$ cm	アノード: 8.4k カソード: 1.5k	$\sigma_{r\phi} \sim 105 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 200 \sim 1,400 \mu\text{m}$ $\frac{\sigma_{E_t}}{E_t} = 0.3\% \sqrt{p_t^2 + 1}$ $\sigma_{dE/dx} = 6\%$
エアロジェル チェレンコフ カウンター	屈折率 n : 1.01 ~ 1.03 シリカ エアロジェル	1 モジュール ~ $12 \times 12 \times 12 \text{ cm}^3$ バレル 960 個 エンドキャップ 228 個 FM - PMT 読み出し	$\mu_{eff} \geq 6$ 1,788 ch	K/π $1.2 \leq p \leq 3.5 \text{ GeV}/c$
飛行時間差測定器	プラスチック シンチレーター	128 ϕ segmentation $r = 120$ cm, 3 m long	128 \times 2 ch	$\sigma_t = 100$ ps $K/\pi = \text{up to } 1.2 \text{ GeV}/c$
電磁カロリメータ	CsI(Tl) シンチレータ	タワー構造 $\sim 5.5 \times 5.5 \times 30 \text{ cm}^3$ 結晶 バレル: $r = 125 - 162$ cm エンドキャップ: $z = -102$ and $+196$ cm	6,624(B) 1,152(FE) 960(BE)	σ_E/E $= \frac{0.066(\%)}{E} \oplus \frac{0.81(\%)}{E^{1/4}} \oplus 1.34(\%)$ $\sigma_{pos} = 0.5 \text{ cm}/\sqrt{E}$ E in GeV
超伝導ソレノイド	超伝導磁石	inn.rad. = 170 cm		$B = 1.5T$
K_L, μ 粒子 検出器	高抵抗 平板チェンバー (RPC)	(5 cm 鉄 + 4 cm 間隙) $\times 14$ 層 各々の間隙に 2 個の RPC θ and ϕ strips	θ : 16k ϕ : 16k	$\Delta\sigma = \Delta\theta = 30 \text{ mrad}$ for K_L $\sigma_t = 1$ ns 1 % hadron fakes

子) の識別が非常に重要である。Belle 測定器は、これらの粒子を高い効率で検出し、かつ粒子の崩壊点や粒子の種類を区別する能力を持つように設計された大型で高性能な測定器である。

Belle 測定器の概略を図 3.2、表 3.2 に Belle 測定器中に組み込まれている各測定器の主要なパラメータと主な性能の一覧を示す。

Belle 測定器ではビームの衝突点を原点とし、電子のビームの方向を z 方向、鉛直上向を y 軸、この 2 つから右手系になるように x 軸という座標軸をとっている。また、 z 軸回りの回転角を ϕ 、 z 軸からの偏角を θ 、 z 軸からの距離を $r(r = \sqrt{x^2 + y^2})$ とする。以下、各測定器の構成と機能を説明する。

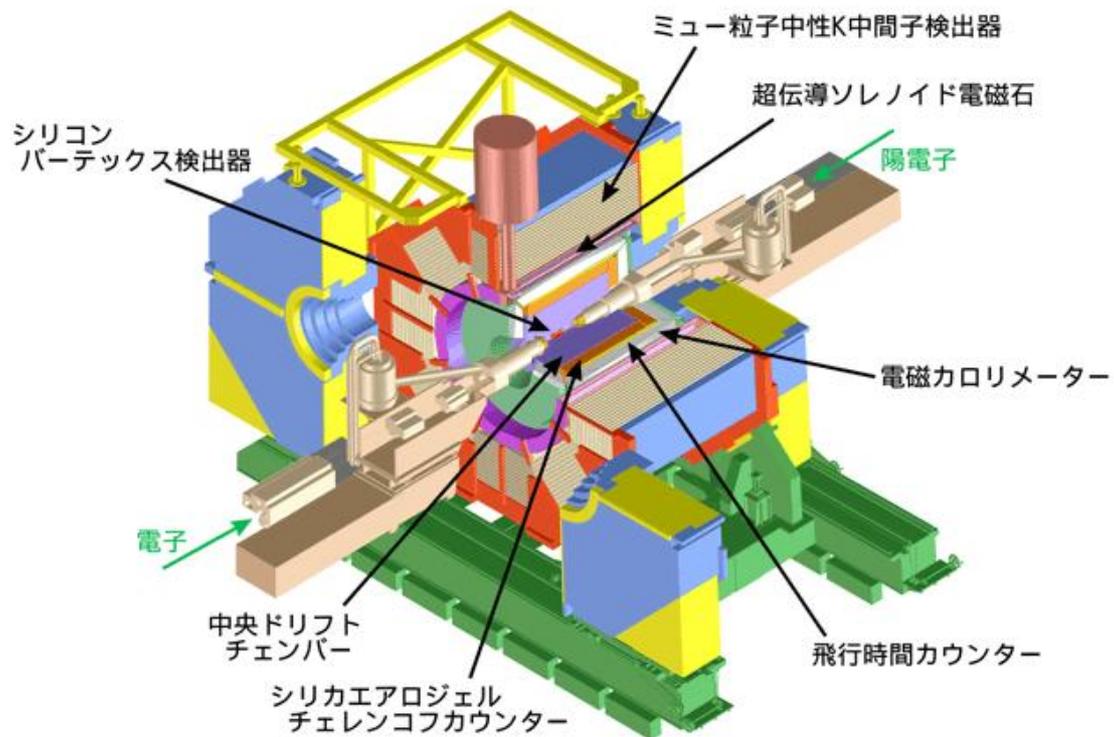


図 3.2 Belle 測定器の全体図

3.2.1 粒子崩壊点測定器 (SVD:Silicon Vertex Detector)

シリコン・バーテックス・ディテクター (SVD) は、短い寿命 ($10^{-10} \sim 10^{-13}$ sec) をもつ粒子の崩壊点を測定するための測定器である。粒子の崩壊点の測定は B 中間子のみでなく、 D 中間子や τ レプトンの物理の研究を行う上でも非常に重要である。本測定器は、崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 80 \mu\text{m}$ を達成している。また、SVD はその外側に位置する中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割を担っている。

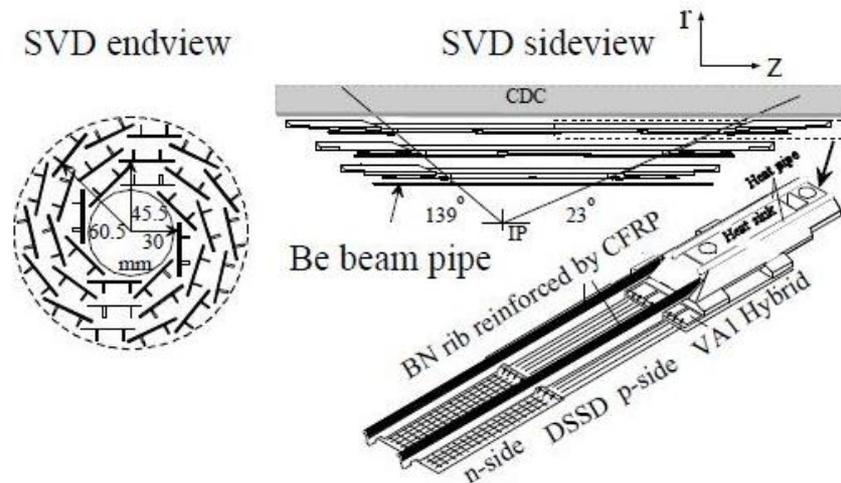


図 3.3 粒子崩壊点測定器の構造

図 3.3 は SVD の側面図 (sideview) と断面図 (endview) である。3 層構造でビーム軸との角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っており、これは全立体角の 86% に対応する。また各々の層の半径は、内側から 30mm、45.5mm、60.5mm になっており、独立なラダーから成る。各々のラダーには両面読み出しのシリコンストリップ検出器 (DSSD) があり、内側の層から 8、10、14 枚がそれぞれの一つのラダーを構成する。シリコンストリップ検出器 (DSSD) とは厚さ $300 \mu\text{m}$ のシリコン板 (n 型) に幅 $6 \mu\text{m}$ の電極 (p 型) を $25 \mu\text{m}$ 間隔に張付けたものである。DSSD は両面読み出しで、片面で ϕ 方向、もう片面で z の位置を測定する。この上下面に逆バイアス電圧をかけ、荷電粒子が通過した際に生成する電子-ホール対を各電極に集めて信号を読み出し、位置を測定する。位置分解能を向上させるため、最も内側の層は可能な限り衝突点に近づけ、多重散乱を抑えるために検出部の物質量を小さくし、読み出しのエレクトロニクスは外側に置くように設計している。また、衝突点の最も近くに配置されるため、放射線に対して十分な耐性がなければならず、その要請を満たすため最新のエレクトロニクスの半導体プロセスが用いられている。

3.2.2 中央飛跡検出器 (CDC: Central Drift Chamber)

荷電粒子の飛跡や運動量の正確な測定が、中央飛跡検出器 (CDC) の重要な役割である。CDC は、ソレノイドが作る 1.5 テスラの磁場内に設置され、 $\text{He}(50\%) : \text{C}_2\text{H}_6(50\%)$ 混合ガス中に、多数 (約 1 万本) の電極ワイヤーが張られている。荷電粒子の多重散乱の影響を押さえるために、ガス、ワイヤーともに物質量の小さいもの (アルミワイヤー) を使用している。荷電粒子が通過するとガスを電離することから電子が生成され、その電子がワイヤーまで移動 (ドリフト) する時間から、粒子の通過位置までの距離を知ることができる。磁場を通過した荷電粒子は、螺旋した飛跡を描き、飛跡の曲率半径 (xy 平面での半径 R) を検出することで荷電粒子の横方向運動量 (p_t) を以下の式で求めることができる。

$$p_t[\text{GeV}/c] = 0.3B_{[\text{T}]}R_{[\text{m}]}$$

ここで、 R は螺旋の半径である。また z 方向の運動量は螺旋のピッチから与えられる。

CDC では、荷電粒子のガス中での電離損失 (dE/dx) を測定することにより、荷電粒子の種類を識別する能力を備えている。図 3.4 に CDC で測定された、電離損失を荷電粒子の運動量の関数として示す。電離損失

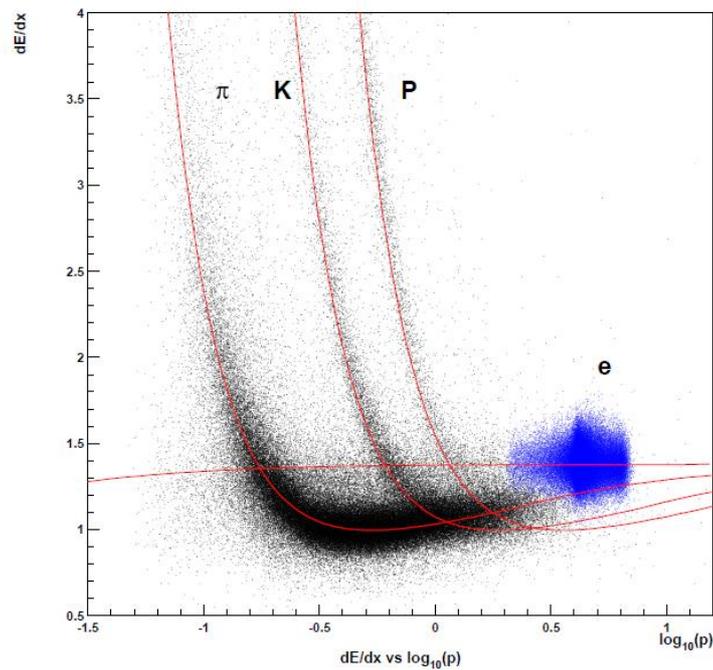


図 3.4 電離損失。荷電粒子の種類ごとの電離損失を運動量の関数として示した図。

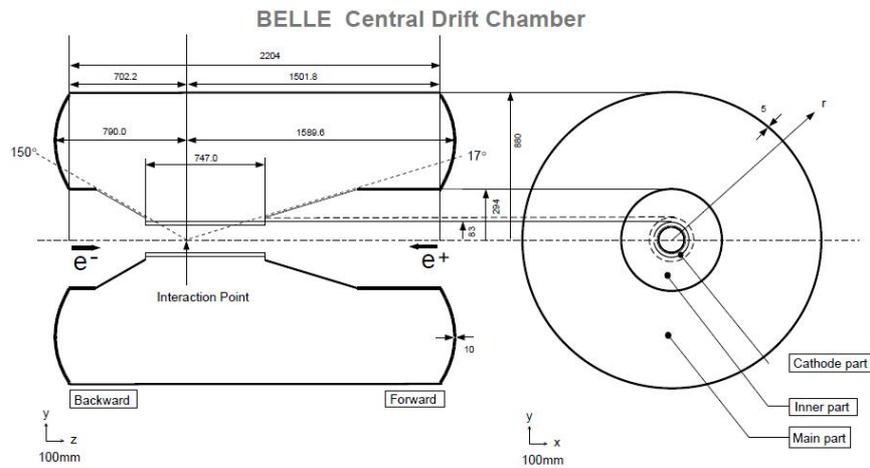


図 3.5 中央飛跡検出器の構造

は粒子の速さ ($\beta = v/c$) のみで決まるので、異なる種類の粒子は、最小の電離損失となる運動量が違うため異なる曲線を与える。したがって検出した荷電粒子が、どの曲線に近いかにより粒子の識別が可能である。

実際の実験の条件下で達成した、横方向の運動量分解能は $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = 0.3\% \sqrt{p_t^2 + 1}$ (p_t の単位は GeV)、 dE/dx の分解能は $\frac{\sigma}{dE/dx} = 6\%$ である。

CDC の構造は、図 3.5 にあるように、外半径が約 88cm、長さ約 235cm の円筒形で、衝突点に対して $17^\circ < \theta < 150^\circ$ の領域をカバーしている。z 方向に非対称になっているのは、ビームのエネルギーが電子と

陽電子とで異なっていることを考慮しているためである。また前方や後方など半径 r の小さいところ*3では、運動量の小さな粒子に対するアクセプタンスをより大きくするために円錐形になっている。内部は3層のカソードワイヤーと50層のアノードワイヤーで構成され、後者は陽電子ビーム軸に平行に張られたアクシャルワイヤーと、 z 方向の位置測定能力を上げるためにビーム軸に対して約 50mrad の角度をつけて張られたステレオワイヤーとの2種類から成る。

1本のアノードワイヤーを8本のカソードワイヤーが囲んで1つのドリフトセルを構成し、ドリフトセルはほぼ正方形の形をしている。内側の3セルを除けば電子がドリフトする最大の距離は8mm～10mmで1層の厚みは15.5mm～17mmである。読み出しはアノードワイヤーとカソードストリップで行われる。

3.2.3 エアロジェル・チェレンコフカウンター (ACC:Aerogel Čerenkov Counter)

エアロジェル・チェレンコフカウンター*4(ACC)の役割は、 K^\pm と π^\pm とを識別することである。荷電粒子がACCを通過するとその粒子速度 v と光速の比 $\frac{v}{c}$ がエアロジェルの屈折率 n に対して、

$$\frac{v}{c} > \frac{1}{n}$$

の条件を満たすとき、チェレンコフ光を出す。Belle 測定器では、異なった屈折率(1.01～1.03)のエアロジェルを用いることにより、1.2～3.5 GeV/cの領域で K^\pm と π^\pm を識別することができるように設計されている(図3.6)。この運動量領域で荷電粒子が π^\pm であればチェレンコフ光を出し、 K^\pm であればチェレンコフ光を出さないことを利用して両者を識別する。

ACCはBelle測定器の中央CDCの外側に位置する(図3.6)。ACCのバレル部分には ϕ 方向に60セルに分けられた960個のカウンターモジュールがあり、エンドキャップ部分は同心の5層に配列された228個のカウンターモジュールがある。すべてのカウンターは衝突点の方向を向いた状態で配列されている。ACCがカバーしている領域は $17^\circ < \theta < 127.2^\circ$ である。

ACCカウンターモジュールを図3.7の(a)と(b)に示す。(a)はバレル部分(b)はエンドキャップ部分に使われている。5枚のエアロジェルのタイルが厚さ0.2mmのうすいアルミニウム製の一辺12cmの立方体の箱の中に積み重ねられている。チェレンコフ光を検出するために、各モジュールの両端に光電子増倍管(ファインメッシュ型、FM-PMT)が取り付けられている。

*3 半径 r が30cmよりも小さいような領域。

*4 エアロジェルは、SiO からなるジェル状の物質で屈折率1.01-1.03を持つ。

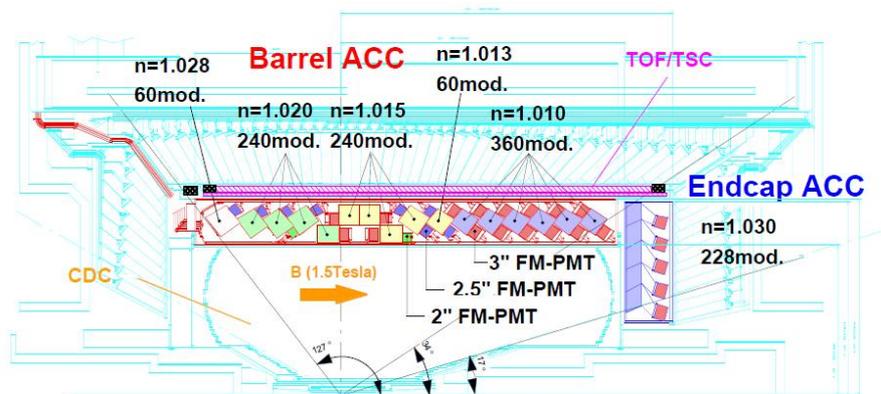


図 3.6 エアロジェルカウンターの構造

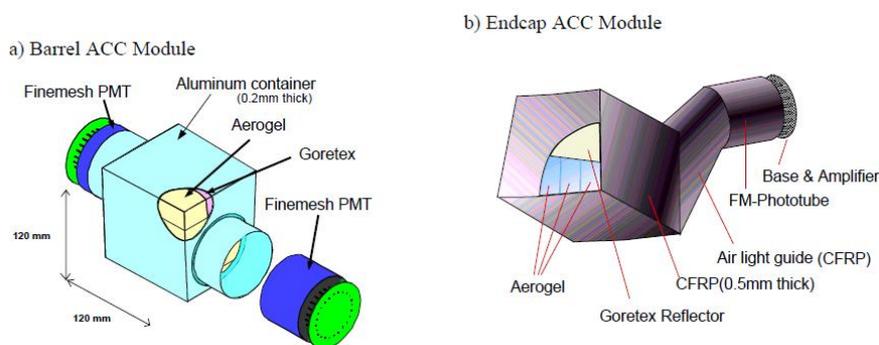


図 3.7 エアロジェルカウンターモジュールの構造 a) バレル部 b) エンドキャップ部

3.2.4 飛行時間差測定器 (TOF:Time of Flight)

TOF(Time of Flight Counter) は、荷電粒子の飛跡時間を測定することによって K/π 中間子の識別を行うことを主目的とするプラスチックシンチレーションカウンターである。また、TOF は CDC と組み合わせて荷電粒子を検出することにより、トリガー信号を出す役割も担っている。

TOF の荷電粒子の識別は主として $1.2\text{GeV}/c$ 以下の運動量領域で有効である。TOF システムは 128 個の TOF カウンターと 64 個の TSC(トリガーシンチレーター) から構成されている。台形断面の TOF カウンター 2 個と TSC1 個で 1 つのモジュールを作る。衝突点から 1.2m の位置にある計 64 個の TOF/TSC モジュールで $34^\circ < \theta < 120^\circ$ の範囲を覆う。これらのモジュールは電磁カロリメータ (ECL) の内壁に取り付けられている。TOF カウンターと TSC の間には 1.5cm の間隔が設けてある。これはビームに起因するバックグラウンド中の光子が、TSC 中で電子・陽電子対生成を起こしても、1.5 テスラの磁場のために発生した電子や陽電子の軌道は小さく旋回して TOF に届かないようにするためである。

粒子の飛行時間 T_{TOF} 、飛行距離 L_{path} と粒子の速度 $\beta = (v/c)$ との間には以下の関係がある。

$$\beta = \frac{L_{path}}{c \cdot T_{TOF}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}}$$

$$T_{TOF} = \frac{L_{path}}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m^2}{p^2}\right)^2}$$

ここで、 E 、 P 、 m はそれぞれ粒子のエネルギー、運動量、質量である。CDC で測定された運動量を用いれば、上式から粒子の質量が計算でき、種類を同定できる。飛行距離 1.2m、時間分解能 100 psec であれば、1.2GeV/c 以下の粒子識別が可能である。これは $\Upsilon(4S)$ 崩壊で生成される粒子の 90% にあたる。

分解能 100psec を実現するためにシンチレーション光の減衰長が 2m 以上と十分長く、発光の立ち上がりがある速いシンチレーターを使用している。また、カウンター内を伝搬するシンチレーション光の時間的分散を最小限にするために、ライトガイドを使用せずに大面積のフォトカソードを持つファインメッシュ型光電子増倍管をシンチレーターに直接取り付けられている。

ビーム衝突実験環境下で $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 事象を用いて観測された時間分解能は約 100psec で、粒子の入射位置にはほとんど依存しないという性能を得ている。

TOF が発生するトリガー信号は、検出器の信号の読み出しに必要なゲート信号および TDC のストップ信号を生成する源となる。

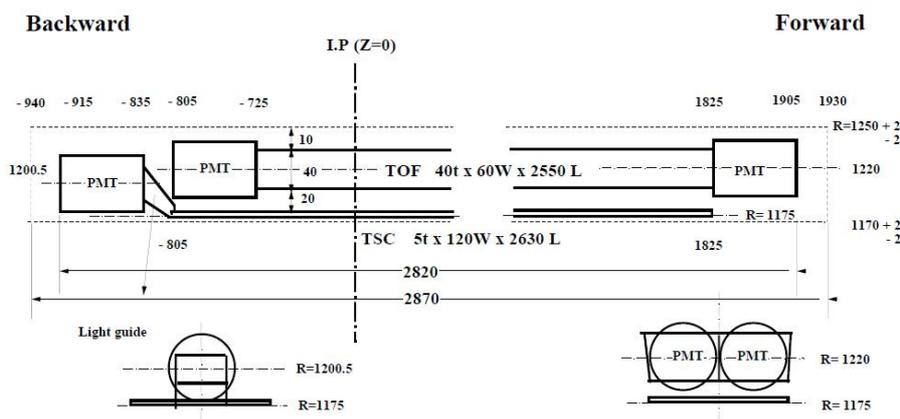


図 3.8 TOF/TSC モジュール

3.2.5 電磁カロリメータ (ECL:Electromagnetic Calorimeter)

高エネルギーの電子や光子は、十分厚い物質に入射すると電磁シャワーを作り、その全エネルギーを失う。このほとんど全ての損失エネルギーを測定することで、電子や光子のエネルギーを良い精度で測定するのが電磁カロリメータ (ECL) の役割である。

また、ECL で測定された全エネルギー E と CDC で測定された荷電粒子の運動量 P との比 (E/P) より、電子と他の粒子との識別が可能である。電子の場合には、この比がほぼ 1 であるのに対し、荷電 π 中間子などのハドロンが ECL に入射した場合には、ハドロンはエネルギーの一部を失うのみであるため、 E/P が 1 よりずっと小さくなる。これを利用して、電子とハドロン (π, K) との識別が高い信頼度で可能である。

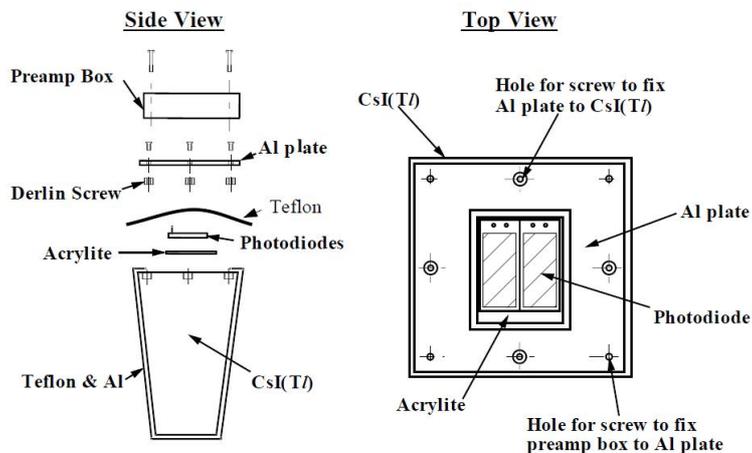


図 3.9 CsI(Tl) シャワーカウンター

上記の要求を満たすために、Belle 測定器では、光量が多く他にも様々な利点を持つ CsI(Tl) 結晶を電磁カロリメータの検出体として用いている。CsI(Tl) 中で発生したシンチレーション光の読み出しには、磁場中で問題なく使えるシリコンフォトダイオードを各カウンターあたり 2 枚用いている。1 個の CsI(Tl) カウンターのサイズは、前面が $5.5\text{cm} \times 5.5\text{cm}$ で長さが 30cm である (図 3.9)。ECL はこの CsI(Tl) カウンター 8736 個から構成されている。ECL の断面図を図 3.10 に示す。バレル部分は内径が 1.25m で長さ 3m である。前方と後方のエンドキャップは衝突点から z 方向に $+2.0\text{m}$ と -1.0m に位置している。前方エンドキャップは $12.4^\circ \sim 31.4^\circ$ 、バレルは $32.2^\circ \sim 128.7^\circ$ 、後方エンドキャップは $130.7^\circ \sim 157.1^\circ$ の領域を各々カバーしている。

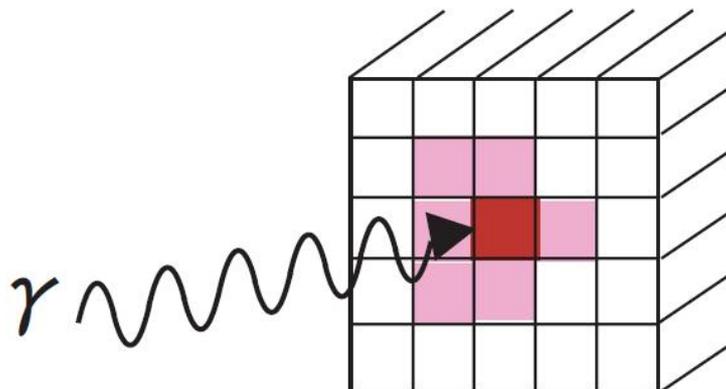


図 3.11 シャワーの再構成アルゴリズムの模式図。中心の濃い色のカウンターが光子の入射したカウンターとすると、その周囲にもシャワーが広がり、薄い色で示したように何本かのカウンターから信号が出るのでこれらを足し合わせる。

ECL に入射した光子あるいは電子が起こしたシャワーは、1 個の CsI カウンターに収まらず、周りの CsI カウンターまでおよぶ。直接光子が入射したカウンターは、周りのカウンターに比べ高いエネルギーが観測される。そのカウンターを中心にカウンター 5 個 × 5 個 (図 3.11) 領域内の 25 個のカウンターのエネルギーの和をそのシャワーのエネルギーとしている。達成されたエネルギー分解能は

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{0.066\%}{E} \oplus \frac{0.81\%}{E^{\frac{1}{4}}} \oplus 1.34\%}, \quad E \text{ の単位は GeV}$$

で与えられる。ここで \oplus は 2 乗和を意味する。これは 1GeV の光子に対して、 $\frac{\sigma_E}{E} = 1.7\%$ の分解能に対応している。また、このように 1 つの粒子に起因する信号を持つカウンター群をクラスターと呼ぶ。

π^0 はほぼ 100% で $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ に崩壊する。特に高い運動量をもつ π^0 の検出は、2 つの γ のなす角度が小さいため 2 つの光子のシャワー領域が重ることが問題となる。このような 2 つの光子をよりよく分離するためには、カウンターのサイズを出来るだけ小さくする事が重要である。Belle 測定器では、5.5cm × 5.5cm の比較的小型の CsI カウンターを用いてこの問題に対応している。このサイズはシャワーの広がりにはほぼ対応しており、ほぼ 3GeV 近くの π^0 から崩壊した 2 つの光子の分離が可能である。

3.2.6 超伝導ソレノイド

超伝導ソレノイドは TOF とミューオン検出器 (KLM) の間に位置し、1.5 テスラの磁場を検出器中心付近の直径 3.4m、長さ 4m の部分につくる。コイルは Nb · Ti 合金超伝導材を使った線材で巻かれ、液体ヘリウム冷凍機により -268 °C まで冷却されて超伝導状態になっている。コイル中には 4160A の大電流が、断面 3 × 33mm の線材に流れている。

3.2.7 K_L, μ 粒子検出器 (KLM)

Belle 測定器の最も外側に位置する K_L, μ 粒子検出器 (KLM) は 600MeV/c 以上の運動量領域で K_L 及び μ 粒子の識別を役割としている。KLM 検出器は、高抵抗平行板チェンバー (RPC) と厚さ 4.7cm の鉄を 11 層重ねた構造をもっている。

表 3.3 $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積とトリガー頻度。Bhabha 散乱と光子対生成の事象は反応断面積が大きいので、トリガー頻度を 1/100 に下げている。

物理事象過程	断面積 (nb)	反応頻度 (Hz)
$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$	1.15	11.5
$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	2.8	28.
$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	1.6	16.
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\theta_{lab} \geq 17^\circ)$	44.	4.4 ^(a)
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\theta_{lab} \geq 17^\circ)$	2.4	0.24 ^(a)
$2\gamma \text{ processes}(\theta_{lab} \geq 17^\circ, p_t \geq 0.1\text{GeV})$	~ 15	~ 35
Total	~ 67	~ 96

μ 粒子は貫通力が優れているため鉄を突き抜け、多くの RPC の層に明瞭に連なった信号を残す。よって、CDC で測定した飛跡と KLM のヒットを関連づけることにより、 μ 粒子の同定が可能である。一方で K_L は鉄と衝突し反応 (強い相互作用) を起こす。CDC に飛跡を残さず、KLM 内でのみ起こるシャワー信号より K_L の同定が可能である。

3.2.8 トリガーシステム

トリガーとは研究対象である物理事象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除き、収集すべき反応事象を限られたデータ収集システム容量内に収めることを目的としている。 $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ のルミノシティにおける各事象の断面積と Belle 実験で使用しているトリガーのトリガー頻度を表 3.3 に示す。実際には、この表にあげた物理事象の他に、ビームと真空パイプ中の残存ガスとの衝突点や宇宙線からのバックグラウンドが多くあり、それらを除いてこのようなデータ収集が可能な反応頻度におさえるのがトリガーの役割である。

Belle トリガーシステムの構成を図 3.12 に示す。各検出器にはサブトリガーシステムがあり、CDC は飛跡トリガー、ECL はエネルギートリガー、KLM は μ 粒子トリガーの信号を出し、TOF がトリガーのタイミングを発する。これらの情報をまとめ、GDL(Global Decision Logic) がまとめ、収集すべき事象と判断するとトリガーのゲート*5が出される。

3.2.9 データ収集システム (DAQ)

Belle 実験のデータ収集システムを図 3.13 に示す。各検出器からのデジタル信号はイベントビルダーに送られ、1 事象分のデータにまとめられる。その後、オンラインコンピューターファームで事象再構成が行われる。そこで、バックグラウンド事象を減らしてから、オフラインコンピューターシステムに転送され、データサマリー用テープに蓄積される。

*5 最終的なトリガー。これをうけて、測定器のサブシステムごとに信号の数値化がスタートする。

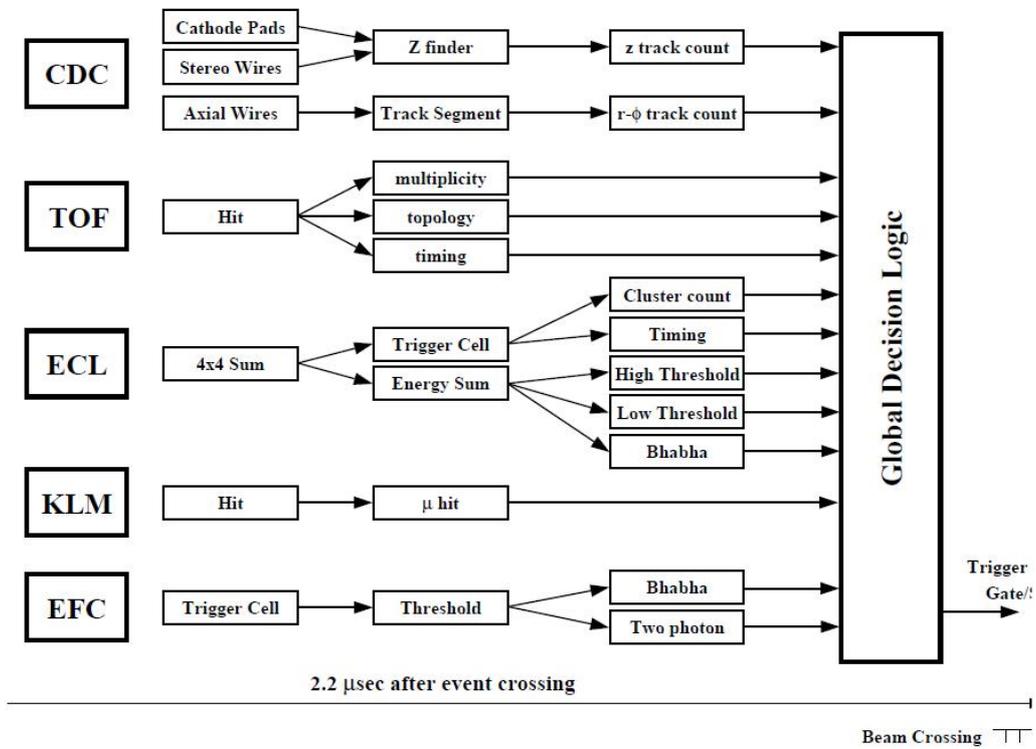


図 3.12 Belle トリガーシステムのブロック図

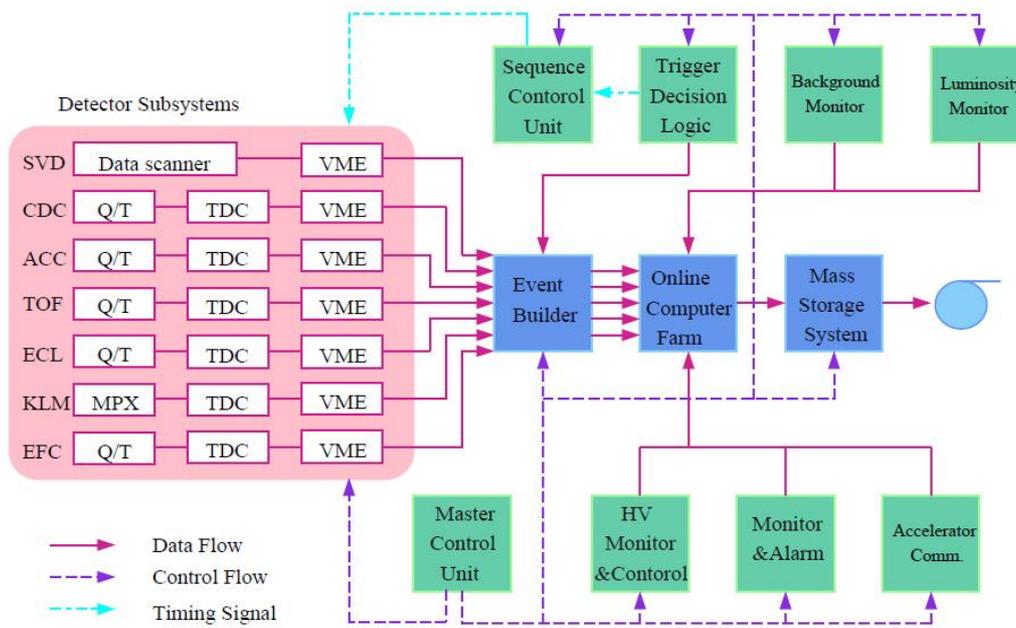


図 3.13 データ収集システムのブロック図

第 4 章

事象選別

本章では Belle 実験で収集したデータから、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象 (以下 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と呼ぶ) を選別し、そこから更に $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象を選別する方法について述べる。本章で選ばれた事象は、以下の章で質量分布を測る研究に用いられる。

4.1 電子・陽電子衝突反応の概要

本解析で用いた実験データは、重心系のエネルギー $\sqrt{s} = 10.58\text{GeV}$ の e^+e^- 衝突型加速器 (KEKB 加速器) の衝突点に設置された Belle 測定器を用いて収集されたものである。

収集したデータには本研究の対象である $\tau^+\tau^-$ 対生成事象以外にも、様々な反応事象が含まれている。解析の第 1 段階は、信号事象をそれ以外の事象 (バックグラウンド) から分離することである。バックグラウンドとなりうる反応の種類と生成断面積を表 4.1 に示し、その特徴を以下にまとめる。

(1) バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$)

終状態の e^+e^- は、back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず、運動量やエネルギーに不足分がない。生成断面積が非常に大きく、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ などの過程で γ が検出されない場合や終状態の e あるいは γ が、衝突点付近の物質と反応してシャワーを起こした場合にはエネルギーに不足が見られ、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と間違いやすい。

(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$)

バーバー散乱と同じく、終状態の $\mu^+\mu^-$ は back-to-back の方向に生成される。検出される全運動量や全エネルギーが散乱前と変わらず運動量やエネルギーに不足分がない。

(3) ハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)

クォーク・反クォーク対 $q\bar{q}$ は back-to-back の方向に生成される。ここで q は、 u 、 d 、 s および c クォークを意味する。観測されるハドロンはそのクォークの方向にジェット状に生成される。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。

(4) B 中間子対生成 ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0B^0, B^+B^-$)

e^+e^- が消滅後に一旦 $\Upsilon(4S)$ の共鳴状態を形成、その後 2 つの B 中間子 ($B\bar{B}$) に崩壊する反応である。 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象に比べ荷電飛跡の本数や光子の個数が多いことが特徴である。終状態の粒子は、 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 反応と比べて広範囲に分布する。 $\tau^+\tau^-$ 対との区別は容易である。

(5) 二光子過程

表 4.1 e^+e^- 衝突で起こる様々な反応の生成断面積および、その反応のシミュレーションに使用したプログラム名。プログラム名がデータとなっているのは、その見積もりをシミュレーションに頼らず、実験データそのものを用いて行った事を意味する。

	反応の名称	e^+e^- 衝突反応	生成断面積	使用したプログラム	参照
信号	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0.92nb	KORALB TAUOLA	6) 7)
		($\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$, $\tau^- \rightarrow \text{others}$)			
バックグラウンド	$\tau^+\tau^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0.919nb	KORALB TAUOLA	6) 7)
		($\tau^-, \tau^+ \rightarrow \text{generic}$)			
	(1) バーバー散乱	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$		BHLUMI	8)
	(2) $\mu^+\mu^-$ 対生成	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$	1nb	KKMC	9)
	(3) ハドロン生成	$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}(q = u, d, s)$	1.30nb	QQ	10)
		$e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	2.09nb	QQ	10)
	(4) B 中間子対生成	$e^+e^- \rightarrow B^+B^-$	0.525nb	QQ	10)
		$e^+e^- \rightarrow B^0B^0$	0.525nb	QQ	10)
	(5) 二光子過程	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$	18.9nb	AAFHB	11)
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	40.9nb	AAFHB	11)
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-u^+u^-/d^+d^-$	12.50nb	AAFHB	11)
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-s^+s^-$	0.227nb	AAFHB	11)
		$e^+e^- \rightarrow e^+e^-c^+c^-$	0.03nb	AAFHB	11)
ビームガスとの反応				データ	
宇宙線				データ	

二光子過程とは、入射した e^+e^- が放出した光子どうしが衝突して終状態にレプトン又はハドロンを生成する過程で、大きく二光子レプトン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) および二光子ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}$) 反応に分けられる。ここで q には u, d, s クォークからの寄与がある。光子を放出した後の電子と陽電子は高い運動量やエネルギーを持ち、ビームパイプに沿って進む。そのため、この過程では検出される運動量やエネルギーを散乱前の状態と比較すると不足分が大きい。また、横方向の全運動量が良くバランスしているという特徴を持つ。

また、ビームとビーム中に残っているガス (ビームパイプ) との反応や宇宙線もバックグラウンドとなる。これらの反応はビームの軌道に沿って一様に起こるので、信号事象が衝突点付近で起こるとい条件で大半を落とす事が出来る。事象選別では、信号の検出効率を保ちながらバックグラウンドをいかに少なくするかが課題となる。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象においては終状態の ν_τ が検出されないため運動量やエネルギーに不足分がある。このため運動学的に直接事象を識別することはできない。しかしながら、不足分があることは逆に $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の重要な特徴でありその特徴をうまく利用することで、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 反応以外のバックグラウンドを減らす事が出来る。

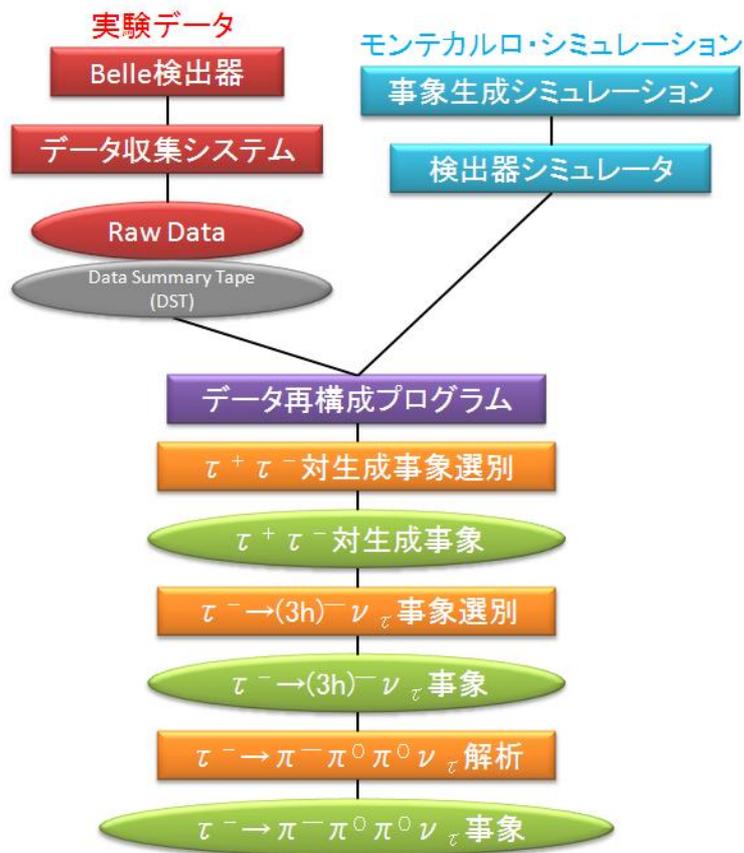


図 4.1 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別の流れ

本解析のフローチャートを図 4.1 に示す。このフローチャートに沿って、まず τ 粒子対生成事象の選別条件を説明し、次に、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の選別について説明する。

4.2 解析に用いたデータ及びモンテカルロシミュレーション

本解析で用いたデータは、Belle 測定器で 2000 年 1 月から 2004 年 7 月までに収集したもので、積分ルミノシティにして 146.481/fb に相当する。この量は $\tau^+ \tau^-$ 生成事象数にして約 3.2×10^8 事象に対応する。具体的なデータの収集時期と積算ルミノシティの値を表 4.2 にまとめる。

以下に述べる様な事象選別条件の最適化や、実験データに含まれるバックグラウンドの見積もり、事象の検出効率を求めるために擬似事象生成プログラム (モンテカルロシミュレーション: MC) を用いた。用いたプログラムの名称を表 4.1 に示した。これらのプログラムは、各反応の微分断面積や終状態の角分布や粒子の多重度をモデル化し、現実を再現するように長年改良されてきたものであり、この分野で標準的に使われているものである。

$\tau^+ \tau^-$ 対の発生には、KORALB/TAUOLA プログラム^{6, 7, 12)}、バーバー散乱に BHLUMI プログラム、 $\mu^+ \mu^-$ 対生成に KKMC プログラム、 $B\bar{B}$ 中間子対やハドロン対生成 ($q\bar{q}$) には QQ プログラム、二光子過程には AAFHB プログラムを用いた。BHLUMI と KKMC には、現在までに知られている最も高次の輻射補

表 4.2 各実験番号の収集時期とルミノシティ

実験番号	収集された時期	ルミノシティ
7	2000年1月～2000年7月	6.515 /fb
9	2000年10月～2000年12月	4.436 /fb
11	2001年1月～2001年4月	9.335 /fb
13	2001年4月～2001年7月	11.932 /fb
15	2001年10月～2001年12月	13.904 /fb
17	2002年1月～2002年3月	12.034 /fb
19	2002年3月～2002年7月	28.625 /fb
37	2004年3月～2004年7月	67.737 /fb
合計		146.481 /fb

正の効果が含まれている。

粒子と検出器を構成する物質との相互作用のシミュレーションには、GEANT プログラム¹³⁾を用いた。ビームと真空パイプ中の残留ガスとの反応から生じるバックグラウンドを忠実にシミュレートするために、ランダムな時間*1に読みだしたデータを用いて、その情報をシミュレーションの事象に含めた。

図 4.1 のフローチャートに示すように、モンテカルロの事象は、データと同じ解析プログラムを通す事で、データ再構成のアルゴリズムや選別条件の影響が自動的にモンテカルロ事象にも反映されるようになっている。

4.3 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象選別

先にも述べたように $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の特徴は、

- (1) 荷電飛跡の数が2～5本と少ないこと
- (2) 反応の中で出てくるニュートリノ (ν_τ) が検出されないため運動量やエネルギーに不足分 missing(以下、ミッシングと呼ぶ) があること

が挙げられる。

τ 粒子の全崩壊モードの中で、荷電飛跡を1本含むモードで崩壊するものは全体の85%、荷電飛跡が3本含まれるような崩壊は15%である。よって、 $\tau^+\tau^-$ 事象では、

- $\tau^+\tau^-$ の両方が荷電飛跡1本のモード崩壊(荷電飛跡計2本)する割合が72%
- $\tau^+\tau^-$ のうち一方が荷電飛跡を1本、もう一方が3本の崩壊モードへ崩壊(荷電飛跡計4本)する割合が13%

*1 この時に実際に e^+e^- 反応が起こっている確率は非常に小さい

となる。つまり、荷電飛跡が 2 本から 4 本ある事象を選べば、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象のうちの大部分 (85%) を選ぶことができる。

データ解析では、まず、測定器で間違いなく検出された「荷電粒子」やカロリメータで信号として観測される「光子」の条件をはっきりさせることが重要である。以下の条件を「荷電粒子」、「光子」の条件として要求する。

- 荷電粒子の条件

- CDC や SVD で測定した荷電飛跡を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の $x - y$ 平面上での距離 dr が 1.0cm の範囲 ($|dr| < 1.0\text{cm}$) にあり、かつ、衝突点に対する最近接点の z 座標 dz が $\pm 5\text{cm}$ の範囲内にあること ($|dz| < 5.0\text{cm}$)。この条件は、ビームガスや宇宙線からの飛跡を除くと共に、 π や K が CDC の途中で崩壊したときに、その崩壊生成物の飛跡を除くための条件である。
- 横方向の運動量 P_t が 0.10GeV 以上であること。 ($|P_t| \geq 0.1\text{GeV}$)
 P_t が 0.10GeV 以下であると、螺旋が CDC の真ん中付近で旋回し、CDC で正しく飛跡を測定できなくなる。

- 光子の条件

- 光子のエネルギーが 0.08GeV 以上であること。
これは、ビームバックグラウンド等のノイズと真の光子とを分別するための条件である。
- CsI(Tl) カロリメータで観測されたクラスターの位置と、CDC で検出された飛跡をカロリメータの前面への外挿した点との距離が 25cm 以上離れていること。
これは、荷電粒子がカロリメータの物質を通過することによって作られるクラスターを光子のクラスターの候補から除くための条件である。

4.3.1 $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 1

$\tau^+\tau^-$ 対事象を選ぶ第一段階として比較的緩い条件で $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別する。この選別は、Belle 測定器で収集した多量のデータから、後述のより詳しい解析に使う為のデータをあらかじめ選別することが目的である。要求した条件は以下の通りである。

- (1) 荷電飛跡の本数が 2 ~ 8 本であること。 ($2 \leq N_{track} \leq 8$)
- (2) 運動量の絶対値の和 ($\Sigma|P|$) が 9.0GeV 以下で、カロリメータで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 ($\Sigma|E|$) が 9.0GeV 以下であること。 ($\Sigma|P| \leq 9.0\text{GeV}/c$, $\Sigma|E| \leq 9.0\text{GeV}$)
これは、明白なバーバー散乱やミュオン粒子対生成事象を除くための条件である。
- (3) 少なくとも 1 本の荷電飛跡の横方向の運動量 P_t が 0.5GeV 以上であること。 ($P_t \geq 0.5\text{GeV}$)
これは、トリガーが確実にかかっていることを保証するための条件である。

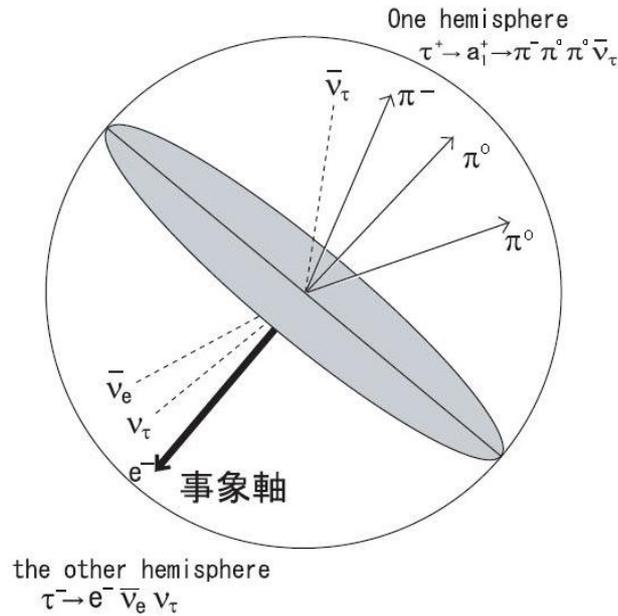


図 4.2 事象の半球図

4.3.2 $\tau^+\tau^-$ 対生成 事象選別 2

以上のような条件を課しても、まだ、多くのバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ 、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$)^{*2}、ハドロン対生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$)、二光子過程 ($e^+e^- \rightarrow (e^+)(e^-)\mu^+\mu^-$ 等) がバックグラウンドとして残っているのでこれらを除く必要がある。その為に、前節で課した条件に加え、さらに以下のような条件を要求して $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を選んだ。

まず、事象選別 1 で選別された事象を図 4.2 のように、 e^+e^- の重心系で 2 つの半球に分ける。具体的には、荷電飛跡の中で他の荷電飛跡と 90° 以上離れており、かつ、最も運動量の高いものの方向を「事象軸」と定義し、事象軸に垂直な面で、荷電粒子や光子を 2 つの半球に分離した。

$\tau^+\tau^-$ 対生成事象の選別条件としては、

- 荷電飛跡の本数が 2 ~ 4 本で ($2 \leq N_{track} \leq 4$) 各事象の全電荷が保存されていること。
- それらの荷電飛跡から再構成された事象生成点の距離が、 $x - y$ 平面でのビーム軸から 2.5cm 以内 ($|V_z| < 2.5\text{cm}$) かつ、 $x - y$ 平面での z の位置が 0.5cm 以内であること。
- 事象軸の偏向が e^+e^- の重心系で $35^\circ \sim 145^\circ$ であること。

を要求した。事象生成点に制限を加えることでビーム ガス反応や宇宙線からのバックグラウンドをほとんど除くことができる。

さらに、残りのバックグラウンドを除去するために以下の条件を課す。まず、ミッシング質量 (Missing

^{*2} これらの事象において 1 つあるいは 2 つの光子が検出できなかった場合がバックグラウンドとなる。

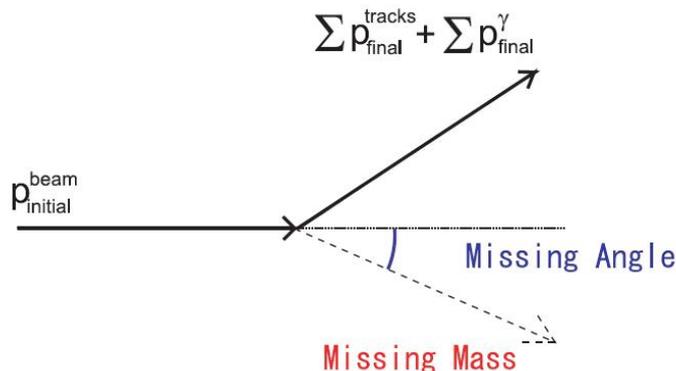


図 4.3 ミッシング質量

Mass これを以下 MM と書くこととする。) を

$$MM^2 = (p_{\text{initial}}^{\text{beam}} - \Sigma p_{\text{final}}^{\text{track}} - \Sigma p_{\text{final}}^{\gamma})^2 \quad (4.1)$$

から求める。

ここで、 $p_{\text{initial}}^{\text{beam}}$ は始状態の e^+e^- ビームの全 4 元運動量、 $p_{\text{final}}^{\text{track}}$ は終状態で観測された荷電飛跡の 4 元運動量、 $p_{\text{final}}^{\gamma}$ は同じく光子の 4 元運動量である (図 4.3 を参照)。

また、運動量の保存から決まるミッシングの重心系における方向をミッシング角 ($\theta_{\text{missing}}^*$) と呼ぶ。 MM と $\theta_{\text{missing}}^*$ の 2 次元プロットを図 4.4 に示す。図 4.4-(1) はデータ、図 4.4-(2)-(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応の分布を示す。

図 4.4-(3) より、バーバー散乱事象やミュー粒子対生成事象は、 MM がゼロの辺りに集中し、また、図 4.4-(4) より、二光子生成反応は MM の比較的高い領域に集中して分布することがわかる。これらのモンテカルロによる分布とデータの分布を比較することで、 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の条件として図中の八角形の中にあることを要求した。

ちなみに、図 4.4-(3) で ($\theta_{\text{missing}}^*$) が 45° 付近と 145° 付近に見えるバンドは、光子を伴うバーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$) において、電子または光子がカロリメータのバレル部分とエンドキャップ部分の境界に向かってような事象である。その付近はカロリメータの境界部分であり、エネルギーを正しく測定できないために $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の候補として残っている。このような事象を落とすために、荷電飛跡や光子がカロリメータのバレル部分とエンドキャップ部分の境界に向いていないことを要求した。

バーバー散乱は生成断面積が非常に大きいので、それをさらに落とすための工夫が必要である。そのためにアコプナリティ角 ϕ_{acop} を導入する。アコプナリティ角とは、最も運動量の大きい荷電飛跡と 2 番目に高い運動量を持つ荷電飛跡とが $x-y$ 平面においてなす角 ϕ_{open} の補角であり、 $\phi = 180^\circ - \phi_{\text{open}}$ と表せる (図 4.5)。

この段階で残っているバーバー散乱事象 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$) は、生成された電子あるいは陽電子が、ビーム付近の物質と相互作用して運動量が正しく測れないような事象である。このような場合にも、電子 (陽電子) の方向はよく保存しているのでアコプナリティ角 $\phi_{\text{acop}} \leq 1^\circ$ を要求する事でそのようなバーバー散乱を除去できる。 $\mu^+\mu^-(\gamma)$ 対生成もこの条件で除去できる。

次に、ハドロン生成反応 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) を除去をする。ハドロン事象は荷電粒子や光子の数が多いという特

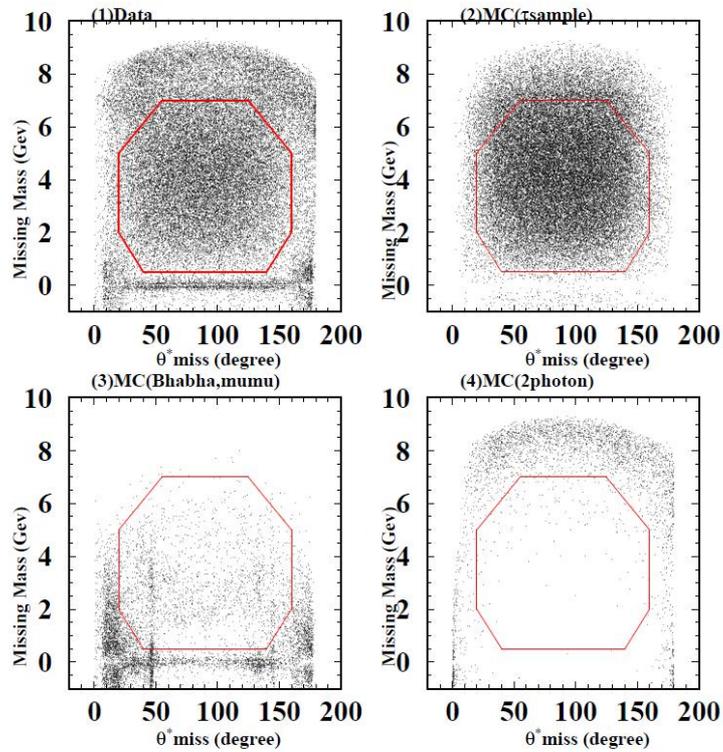


図 4.4 ミッシング質量とミッシング角の 2 次元プロット。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシミュレーションによる分布で、順に $\tau^+\tau^-$ 対生成、バーバー散乱、二光子生成反応それぞれからのバックグラウンドを示す。ここで、赤の多角形の枠内に入ったものを $\tau^+\tau^-$ 対生成事象と見なしている。

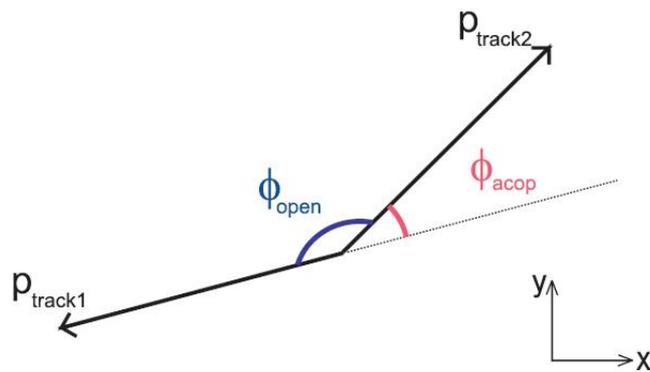


図 4.5 アコプナリティ角 ϕ_{acop} は、 $\phi_{\text{acop}} = |180^\circ - \phi_{\text{open}}|$ と定義される。ここで ϕ_{open} は、 $r-\varphi$ 平面での 2 つのトラックの開き角である。

徴がある。そこで、1つの半球内にある粒子の数を荷電飛跡の数と光子の数の和とし、 $n_{\text{part}} = n_{\text{track}} + n_{\gamma}$ で表す。また、それぞれの半球中について粒子の数を $(n_{\text{part}})_{\text{one}}, (n_{\text{part}})_{\text{other}}$ で表し、その積を $X_{\text{part}} \equiv (n_{\text{part}})_{\text{one}} \times (n_{\text{part}})_{\text{other}}$ と定義して、これが25以下であることを要求した。

Belle 実験ではビーム衝突反応と他の反応を区別するため、物理事象を検出するための様々なトリガーが用いられている。本解析では、選別した事象は以下のいずれかのトリガーを満たしていることを要求した。

- フル荷電飛跡 (CDC を外筒まで通過している荷電飛跡) が2本以上あり、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135° 以下で、かつ TOF の2ヶ所以上で検出されていること。さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。
- 電磁カロリメータで測定されたエネルギーが 1GeV 以上であり、かつトリガーレベルでバーバー散乱や宇宙線であると認識されていないこと。
- 電磁カロリメータで測定されたエネルギーが 0.5GeV 以上であり、ショート荷電飛跡 (CDC の外筒まで到達していない飛跡) が2本以上、フル荷電飛跡が1本以上、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135° であること。さらに、トリガーレベルでバーバー散乱であると認識されていないこと。

1つの事象は、普通いくつかのトリガー条件を満たしており、この重複を利用して、トラックトリガーやエネルギートリガーのトリガー効率を求めることが出来る。

以上の条件を全て要求することにより選ばれた $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 生成反応の候補事象数は 22.71×10^6 事象である。

選別された典型的な事象例を図4.6と図4.7に示す。これは、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中で最も事象数の多い2-prong過程(それぞれの τ 粒子が1本の荷電粒子を含む崩壊をしたとき、つまり、事象全体で荷電粒子が2本となるような事象)の例である。一方の τ は、 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ に崩壊し、他方は、 $\tau^+ \rightarrow e^+\nu_e\nu_\tau$ に崩壊している。

4.4 $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象選別

この節では、本研究の対象である $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の事象選別を行なう。

前節で選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象の中からまず、 τ^- が3個の荷電粒子へ崩壊した事象 $\tau^- \rightarrow (3h)^-\nu_\tau$ (ここで h は π または K を表す。) を選別し、そこから粒子識別の情報を用いて $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を選別した。以下にその詳細を説明する(選別の手順の概要については図4.1を参照)。

4.4.1 事象を半球に分割

まず選別した $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 事象を e^+e^- の重心系で事象軸に垂直な2つの半球に分け、片方の半球をシグナルサイド、他の半球をタッグサイドと呼ぶ。事象軸としては、もっとも運動量の高い粒子の方向を用いた。選別された事象のうちシグナルサイドに荷電飛跡が3本あるものを $\tau^- \rightarrow (3h)^-\nu_\tau$ 崩壊の候補とした。タッグサイドには、荷電飛跡が1本で、粒子の数が2個以下であることを欲求した。そこには $\mu^-\nu_\mu\nu_\tau$ や $e^-\nu_e\nu_\tau$ 、 $\pi^-\nu_\tau$ 、 $\pi^-\pi^0\nu_\tau$ などの事象が存在する。

この段階のサンプル中には、信号である $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\nu_\tau$ 以外に様々なバックグラウンドが含まれている。

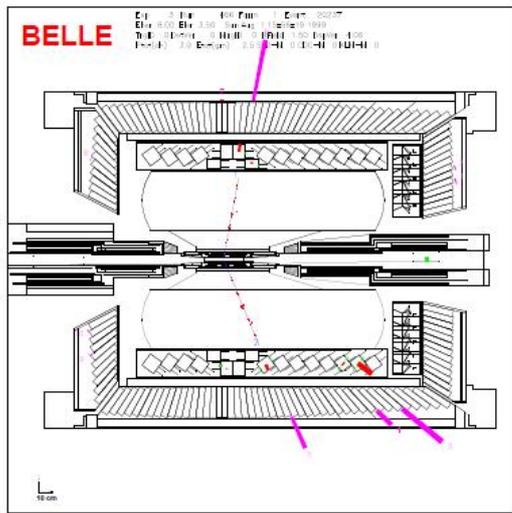


図 4.6 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-z$ 平面)。この事象では τ^- が $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊をし、 τ^+ が $\tau^+ \rightarrow e^+\nu_e\nu_\tau$ 崩壊をしている。

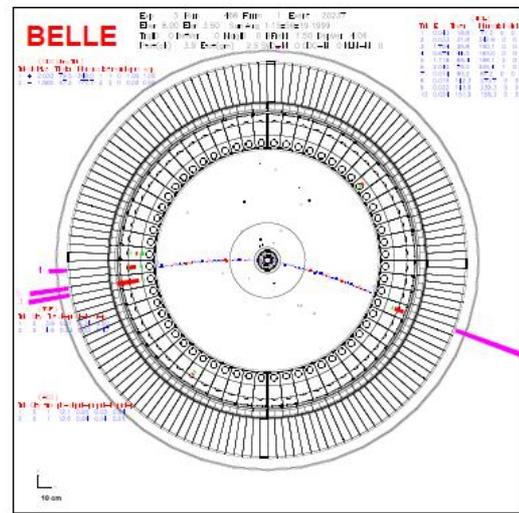


図 4.7 $\tau^+\tau^-$ 対生成事象の例 ($x-y$ 平面)。図 4.7 と同じ事象を $x-y$ 平面で見た図。ビームは円の中心に紙面垂直に通っている。

4.4.2 シグナルサイド

シグナルサイドには、更に以下の条件を課して選別を行なった。

- (1) 荷電飛跡が1本である。
- (2) 光子が4個以上ある。
- (3) π^0 が2個ある。
- (4) 荷電飛跡が π^- である。

(4) については、 $P(\pi/K) \geq 0.6$ であることで π^- であるとみなす。また、(3) の π^0 の選別のしかたについては後述する。

4.4.3 タッグサイド

また、タッグサイドには、更に以下の条件を課して選別を行なった。

- (1) 荷電飛跡が1本である。
 - (2) その飛跡が e^- または μ^- である。
- (2) では、運動量の絶対値 $|P|$ が $|P| > 0.3\text{GeV}$ であれば e^- 、 $|P| > 0.6\text{GeV}$ であれば μ^- であるとする。

4.4.4 π^0 の再構成

π^0 粒子はほぼ 100% の確率で光子 2 つに崩壊する ($\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$)。よって、2 つの光子を組み合わせる事で π^0 を再構成する。 π^0 の再構成に用いる光子を以下の条件で選別した。

- (1) 光子が 4 個以上ある。
- (2) 光子 2 個に対する $S_{\gamma\gamma}$ が、 $-10 < S_{\gamma\gamma} < 10$ を満たす。
- (3) 2 個の π^0 で光子の重複がない。

ここで、 $S_{\gamma\gamma}$ とは次のように表わされる。

$$S_{\gamma\gamma} = \frac{m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0}}{\sigma_{\gamma\gamma}} \quad (4.2)$$

m_{π^0} は π^0 の質量 (=134.98MeV)、 $m_{\gamma\gamma}$ は 2 つの光子の不変質量、 $\sigma_{\gamma\gamma}$ は $m_{\gamma\gamma}$ の分解能 (5~8MeV) である。これらの条件を課して残った事象は、 π^0 が 2 個あると見なす事が出来る。

1 つの事象に π^0 が 2 個あるので、計算した $S_{\gamma\gamma}$ にはそれぞれ 1 個目の π^0 に対応する $S_{\gamma\gamma}(a)$ と 2 個目に対応する $S_{\gamma\gamma}(b)$ の 2 つがある。なので、本研究では $S_{\gamma\gamma}(a)$ と $S_{\gamma\gamma}(b)$ の 2 次元プロットにして分布を見る。

図 4.8 はデータの $S_{\gamma\gamma}$ の分布である。これにはバックグラウンドが含まれているが、どの程度含まれているかは分からないので同じ実験番号のモンテカルロと比較する。図 4.9 に信号の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のモンテカルロの、図 4.10 にバックグラウンドでは一番多い $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のモンテカルロの $S_{\gamma\gamma}$ の分布をそれぞれ示す。図 4.9 と図 4.10 を比べてみると、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊では $S_{\gamma\gamma}$ が 0 付近 (2 つとも π^0 と見なせる) となる図の中心に事象が集中しているのに対し、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊では π^0 が 1 つしかない分十字型の分布をしている事が分かる。また、図 4.9 でも薄いながらも十字型の分布が見えることから図の中心部分以外にも信号があることが言える。

本研究では $S_{\gamma\gamma}$ の値によって正確な信号と見なすシグナル領域と信号ではないサイドバンド領域を図 4.11 のように定めることにした。 $-5 < S_{\gamma\gamma}(a) < 4$, $-5 < S_{\gamma\gamma}(b) < 4$ の領域内 (図 4.11 の赤い「signal」と書かれた領域) を信号と見なす事にする。選別された割合は、この分布の全体のイベント数 (1.22×10^6 イベント) をシグナル領域のみのイベント数 (1.90×10^6 イベント) で割って約 0.64 となった。

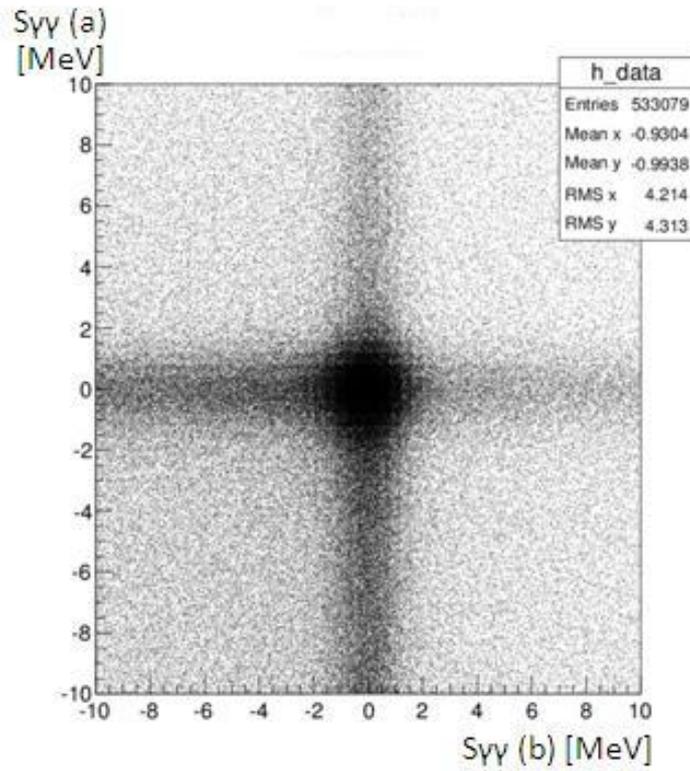


図 4.8 $S_{\gamma\gamma}$ の分布 (データ)

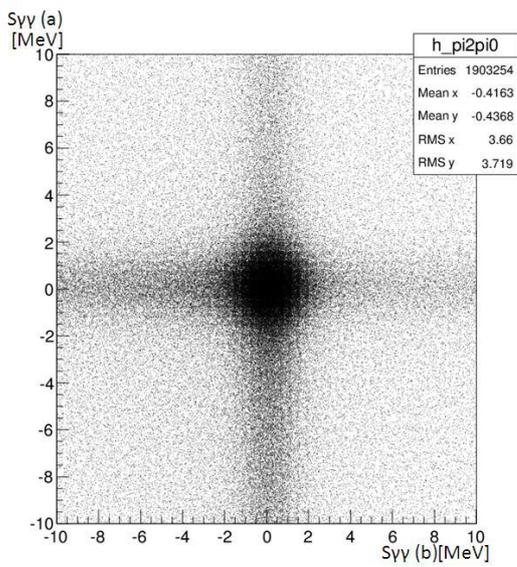


図 4.9 $S_{\gamma\gamma}$ の分布 (モンテカルロ、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$)

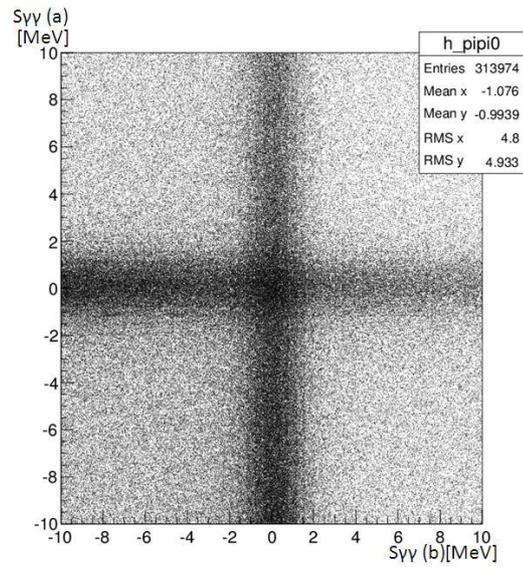


図 4.10 $S_{\gamma\gamma}$ の分布 (モンテカルロ、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$)

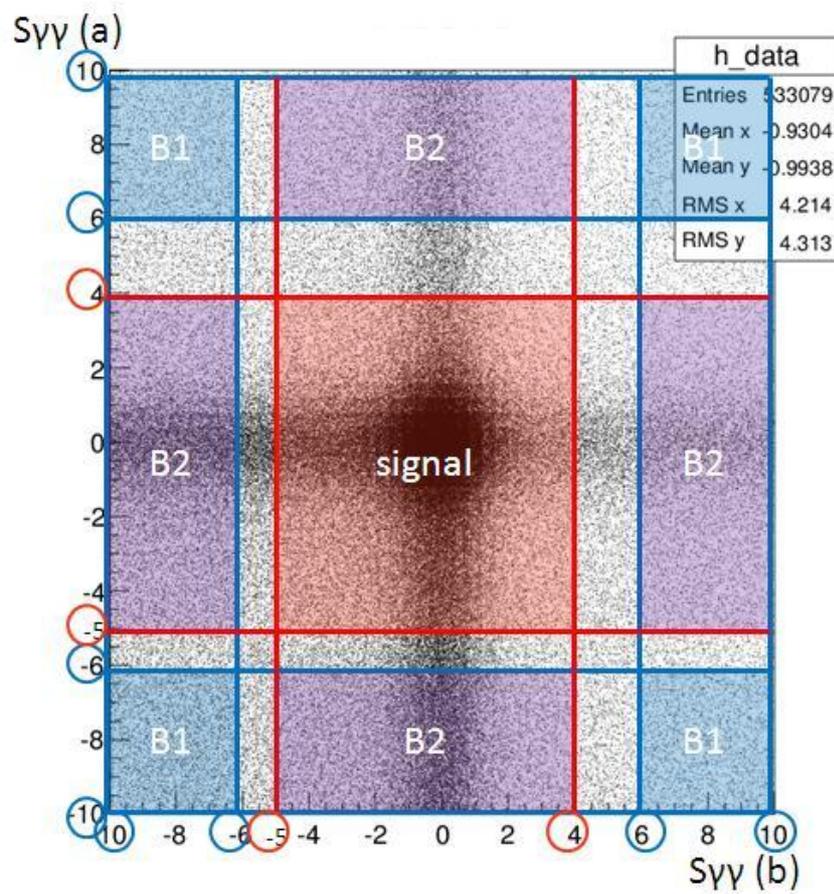


図 4.11 シグナル領域、サイドバンド領域の分割。
 全体に対するシグナル領域内の事象数の割合は 0.64 である。

表 4.3 事象選別

条件	Efficiency
シグナルサイド	
A. 荷電飛跡が1本	
B. 光子が4個以上	49.19% (B/A)
C. π^0 が2個	66.97% (C/B), 32.94% (C/A)
D. 荷電飛跡が π^-	94.36% (D/C)
タグサイド	
E. 飛跡が1本	88.70% (E/D)
F. 飛跡が電子かミューオン	39.77% (F/E)
G. シグナル領域に入っている	64.21% (G/F)
全ての条件の efficiency	2.56%

4.4.5 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 選別の結果

事象選別に使った条件と、条件ごとの efficiency（その条件を課すことで絞り込んだ割合）を表 4.3 に示す。左側の「条件」は 4.4.2 節、4.4.3 節、4.4.4 節で述べた選別の条件、右側の「efficiency」はその条件を課した後、の事情数を課す前の事情数で割った数である。例えば条件 B「光子が4個以上」の efficiency の欄にある B/A とは、条件 B の時点の事情数を条件 A の時点での事情数で割ったという意味である。

また、条件 C では条件 A と比較した efficiency を計算した。 π^0 がある確率は1個当たり約 60% 程であると言われている。 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊のように π^0 が2個含まれる場合は $(60\%)^2 \simeq 36\%$ という事になるが、 $C/A=32.94\%$ と比較すると大きくはずれていない。

そして条件 F の飛跡が電子かミューオンである事は、 $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 崩壊と $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 崩壊の崩壊分岐比が合わせて 35.24% であることを考えるとこちらも大きくはずれていない。

また、4.4.4 節で定めたシグナル領域に含まれている事も選別の条件に加えると、全ての条件での efficiency は 2.56% ($\simeq 0.026$) となった。

表 4.4 主なバックグラウンドの割合

崩壊モード	割合
$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ (緑)	6.53%
$\tau^- \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$ (青)	10.28%
$\tau^- \rightarrow \pi^- 4\pi^0 \nu_\tau$ (ピンク)	1.56%
その他 (赤)	2.53%

4.5 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の質量分布

スペクトラル関数の計算には不変質量の 2 乗 ($s(\pi^- \pi^0 \pi^0)$) を求める必要がある。図 4.12 に $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の不変質量の 2 乗分布を示す。縦軸が事象数、横軸が不変質量 2 乗である。そして、点線がデータ、色のついた部分がモンテカルロで崩壊モードごとに見積もったバックグラウンドである。データにはバックグラウンドが含まれているが、どれほどの割合なのかは分からないので、モンテカルロと比較する事でバックグラウンドの量を推定出来る。モンテカルロの主なバックグラウンドの割合を崩壊モードごとに表 4.4 に示す。これを基にしてバックグラウンドを取り除き、スペクトラル関数を計算する。

この分布のエントリー番号 (entries) ・ 不変質量 2 乗 (mass) ・ bin の数 (bincontent) ・ 誤差 (error) ・ 統計誤差 (エラーを bin の数で割った数、error/bincontent) を表 4.5 にまとめた。統計誤差はいずれも約 0.1 以下であった。全体の統計誤差は 0.013(=1.3%) で、統計量が多く精度の良い測定である事が言える。

表 4.5 データの bin の数と誤差

entries	mass	bincontent	error	error/bincontent
10	0.575	2843	53.3	0.019
20	1.075	13242	115.1	0.009
30	1.575	8585	92.7	0.011
40	2.075	1819	42.7	0.023
50	2.575	379	19.5	0.051
60	3.075	98	9.9	0.101
sum		268637	3362.5	0.013

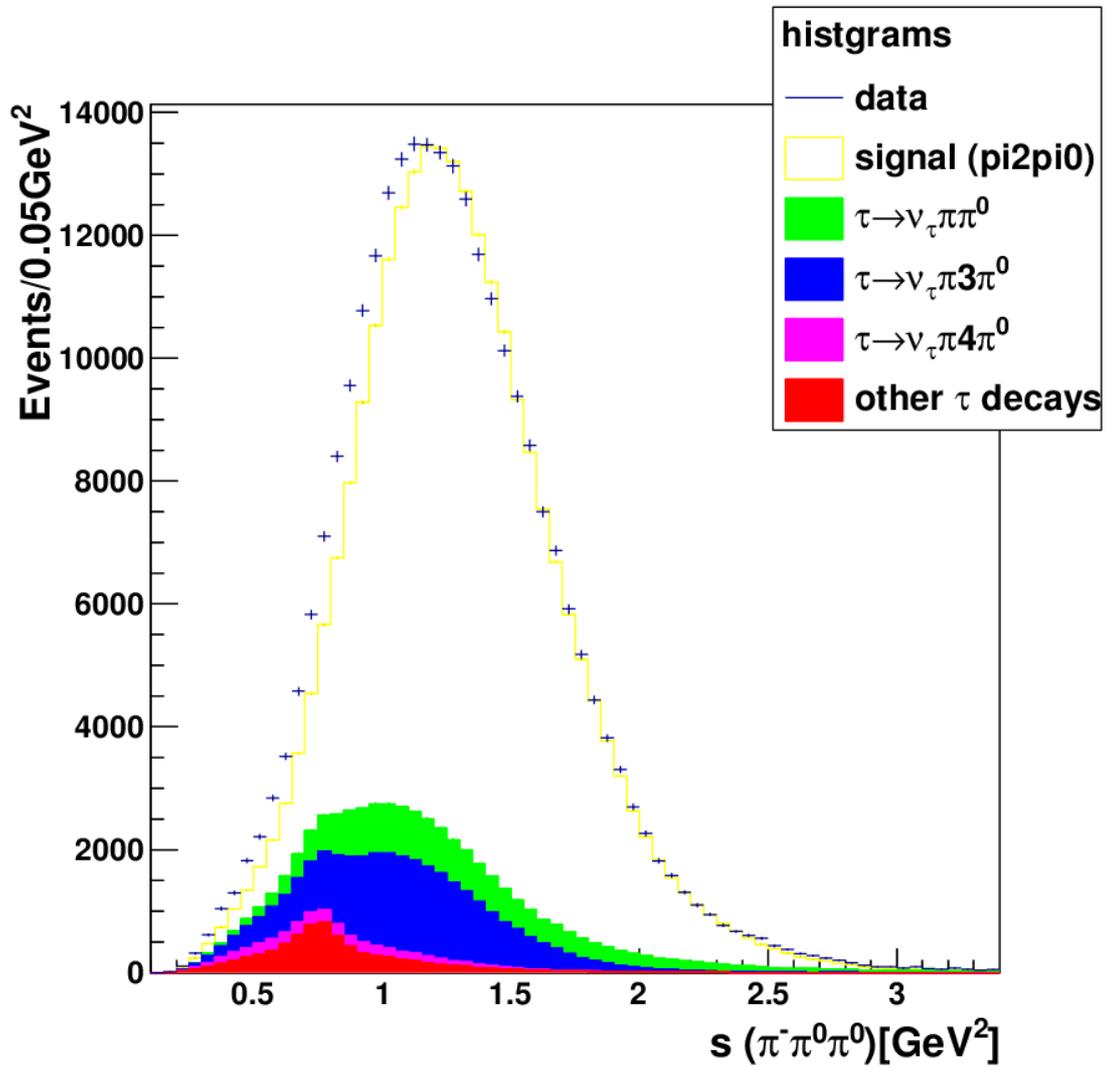


図 4.12 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の不変質量 (2 乗分布)

4.6 データのバックグラウンドの除去

図 4.12 で不変質量の 2 乗分布を求めたが、データとモンテカルロを比較する事で信号に対するバックグラウンドの割合が分かった。これを基にバックグラウンドの除去を行なう。除去の方法は、データの数とモンテカルロの各崩壊モードのバックグラウンドの数をそれぞれ求めて、データの数からバックグラウンドの数を引くというものである。バックグラウンドを除去した後のデータでの不変質量の 2 乗分布を図 4.13 に示す。バックグラウンドの除去前の事象数は 1.22×10^6 イベントであったが、除去後は 1.22×10^6 イベントに減り 79.6% に減った事が分かる。

不変質量の 2 乗分布を求めた時と同様に、この分布のエントリー番号 (entries) ・ 不変質量 (mass) ・ bin の数 (bincontent) ・ 誤差 (error) ・ 統計誤差 (エラーを bin の数で割った数、error/bincontent) を表 4.6 にまとめた。統計量の少ないエントリー番号 60 以外では、統計誤差はいずれも 0.1 以下であった。全体の統計誤差は 0.016(=1.6%) で、精度よく測定出来たと言える。

表 4.6 バックグラウンドを除いたデータの bin の数と誤差

entries	mass	bincontent	error	error/bincontent
10	0.575	1562.8	53.3	0.034
20	1.075	10544.8	115.1	0.011
30	1.575	7564.5	92.7	0.012
40	2.075	1589.7	42.7	0.027
50	2.575	310.6	19.5	0.063
60	3.075	66.7	9.9	0.148
sum		213909	3422.5	0.016

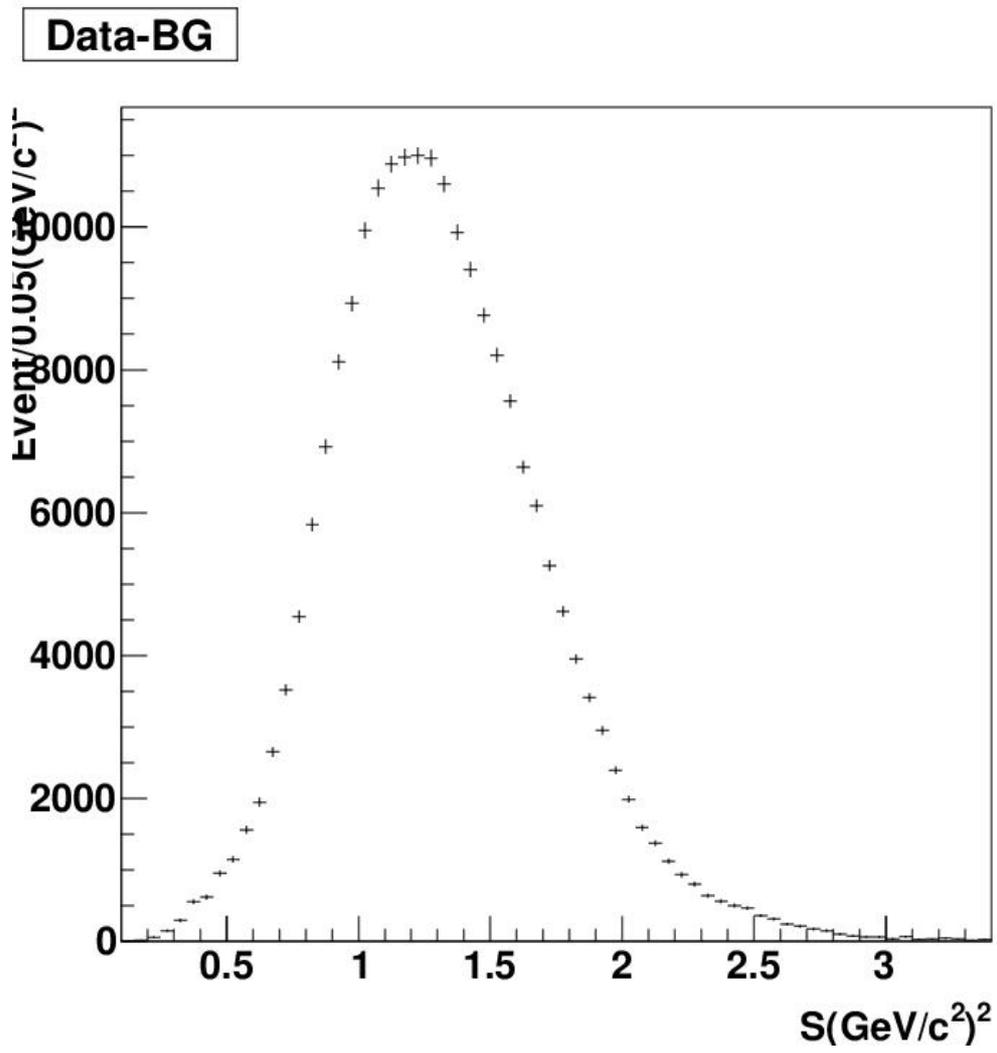


図 4.13 図 4.12 からバックグラウンドを除いたデータの質量 2 乗分布

第 5 章

スペクトラル関数の測定

この章では前章で得た $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊から求めた $s(\pi^- \pi^0 \pi^0)$ 分布をアンフォールディング (unfolding) という手法を用いてスペクトラル関数の測定を行う。

5.1 アンフォールディング

一般に、観測された不変質量は検出器のアクセプタンスや分解能等からの寄与により幾分歪められている。よって、真の分布を得るためにはこれらによる歪みを考慮する必要がある。このとき、観測された分布から、統計的に意味を持つデータのみを用いて、検出器に入る前の真の分布を求めることを、アンフォールディングという。

現在確立されているアンフォールディングの方法としては、CERN で行われていた ALEPH 実験で開発され発展した Singular Value Decomposition (SVD) 法¹⁵⁾ や、DESY 実験で発展した Bayes theorem 法¹⁴⁾ などがある。

今回、本解析に用いたのは、SVD 法で、この方法は、比較的シンプルな方法である。

以下で、アンフォールディングと SVD unfolding 法について簡単に述べる。(詳しくは¹⁵⁾ 参照)

まず、真の分布、検出器の response matrix、観測によって得られた分布をそれぞれ

- 真の分布 $\cdots \mathbf{X}_j (X = x_1, \dots, x_n)$
- 検出器の response matrix $\cdots \hat{\mathbf{A}}_{ij} (\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}_{11}, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{mn})$
- 観測された分布 $\cdots \mathbf{b}_i (b = b_1, \dots, b_m)$

とおく。ここで検出器の response matrix は、真の分布で Bin= j という事象が観測後の分布で Bin= i で再構成される確率で与えられる。本解析において検出器の response matrix は、モンテカルロシミュレーションを用いて得たが、これについては後の節で詳しく述べる。これらを使って 3 つの関係を表すと、

$$\sum_j \hat{\mathbf{A}}_{ij} \mathbf{X}_j = \mathbf{b}_i \quad (5.1)$$

のようになる。数学的にこの解を求めようとするならば、

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$$

となる。response matrix \mathbf{A} がもし対角要素のみならば、真の分布での Bin $j =$ 再構成したときの Bin i と

なり、問題はない。しかし実際には非対角要素があり、これがあるとき統計的なふらつきが拡大されて見える。これにより、式 (5.1) のように response matrix の逆行列を作用させても、正しい分布が得られない。そこで SVD unfolding では以下のようにして統計的に意味を持たない部分を除いている。

まず、response matrix \mathbf{A} を

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \\ &= \mathbf{U} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで、 \mathbf{U} と \mathbf{V} は直行列*1、 \mathbf{S} は対角行列*2であり、

$$s_i \geq s_{i+1} \quad (5.3)$$

となっている。この順に並べることが重要であり、これは、後から統計的に意味のないところを除くために使う。式 (5.2) を使い、式 (5.1) を表すと、

$$\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^T\mathbf{X} = \mathbf{b} \quad (5.4)$$

となる。これを变形して、

$$\mathbf{S}\mathbf{V}^T\mathbf{X} = \mathbf{U}^T\mathbf{b} \quad (5.5)$$

ここで、 \mathbf{X} と \mathbf{b} を回転させた系で考えることにする。真の分布 \mathbf{X} を回転させた系を $\mathbf{Z} = \mathbf{V}^T\mathbf{X}$ 、観測された分布 \mathbf{b} を回転させた系を $\mathbf{d} = \mathbf{U}^T\mathbf{b}$ とする。回転させた系を用いると式 (5.4) と式 (5.5) は

$$\mathbf{S}\mathbf{Z} = \mathbf{d} \quad (5.6)$$

となる。真の分布を回転させた系である \mathbf{Z} を求めると、解は以下ようになる。

$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{d}_i}{\mathbf{S}_i} \quad (5.7)$$

しかし、このままでは先述したように \mathbf{S}_i が小さいとき、統計誤差が拡大されてしまう。

この解において、統計的に意味を持たないのは、 $\mathbf{d}_i =$ 統計誤差となるようなところである。この場合のデータを除くために cutoff parameter (τ) を導入し、式 (5.7) を

$$z_i = \frac{\mathbf{d}_i \mathbf{s}_i}{\mathbf{s}_i^2 + \tau} \quad (5.8)$$

と定義し直す。ここで、

$$\tau = \mathbf{S}_k^2 \quad (5.9)$$

である。 k はデータとして意味のあるところと、統計的に意味のないところを区別するための値であり、response matrix \mathbf{A} の rank と呼ばれている。つまりこれを使うことで $\tau < \mathbf{S}_i$ の時には意味のあるデータとしてアンフォールディングに用い、 $\mathbf{S}_i^2 \tau$ の時には $\mathbf{Z}_i = 0$ となり、統計的に意味のないデータとして無視すると言ったようにデータを区別することができる。

*1 $\mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}$

*2 $s_{ij} = 0$ (for $i \neq j$), $s_{ii} \equiv s_i \geq 0$. ここで、 s_i は Matrix \mathbf{A} の singular value と呼ばれる。

cutoff parameter τ は \mathbf{d} の i 番目の項において、

$$\frac{d_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \quad (5.10)$$

と決定する。これは、 d_i がそれ自身の統計誤差 σ_{d_i} と等しくなる所という意味である。

アンフォールディングにおいて、cutoff parameter が小さすぎる時は求めた分布 X は意味のない分布になり、cutoff parameter が大きすぎる時は求めた分布 X は物理的に重要な情報を欠いた分布になるので、cutoff parameter の決定は非常に重要である。

以上のようにして、統計的に意味のないところを除き、意味のあるデータのみを用いて、観測された分布から真の分布 \mathbf{X} を求める方法が SVD unfolding 法である。

実際の SVD unfolding では、単に k で有意義なデータとそうでない物を分け、統計的に意味を持たないと判断されたデータを一切使わないのではなく、意味がないと判断された範囲のデータについては、データの重み (weight) を減らすという形で、なめらかにカットを入れている。

また、bin 間の振動をさけるために、物理量を扱う上では、隣り合う bin どうしでは大きな変化はないという条件をいれている。この方法は、smoothig (regularization) と呼ばれている。

5.2 モンテカルロを使ったアンフォールディングのテスト

正常にアンフォールディングが出来るかどうかを確かめる為に、モンテカルロを使ってテストを行なう。ここでは本来データとして読み込む代わりに、モンテカルロを読み込む。2つの異なる実験番号のモンテカルロを用いて、一方をモンテカルロに、他方をデータと仮定してテストを行なった。

まずはモンテカルロを読み込む。図 5.1 は質量の 2 乗分布で、左の図が条件による選別をする前の分布、右の図が選別をした後の分布である。選別前の事象数が 3.30×10^6 イベント、選別後の事象数が 8.58×10^4 イベントなので、efficiency は $(8.58 \times 10^4)/(3.30 \times 10^6) = 0.026$ である。これは表 4.3 の全条件の efficiency に対応する。また、図 5.2 はモンテカルロで見積もった真の分布 (選別後) と光子を再構成する事によって求めた質量 (観測レベル) の 2 乗分布の相関関係である。この図の縦軸は真の分布、横軸を観測レベルとした。これは測定器の分解能の効果を表している。

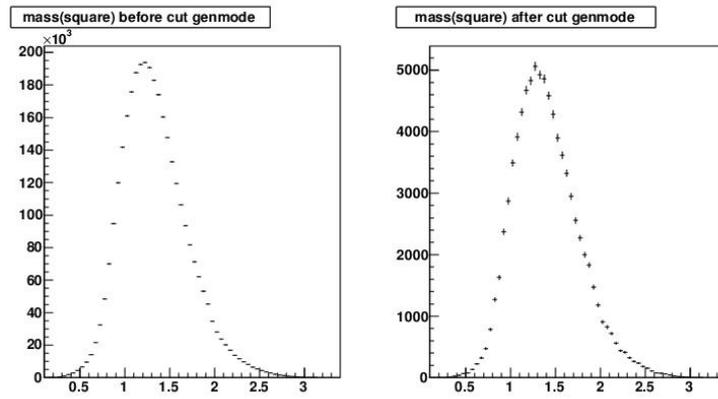


図 5.1 モンテカルロの質量 2 乗分布
 (左) 選別前の真の分布 (右) 選別後の真の分布

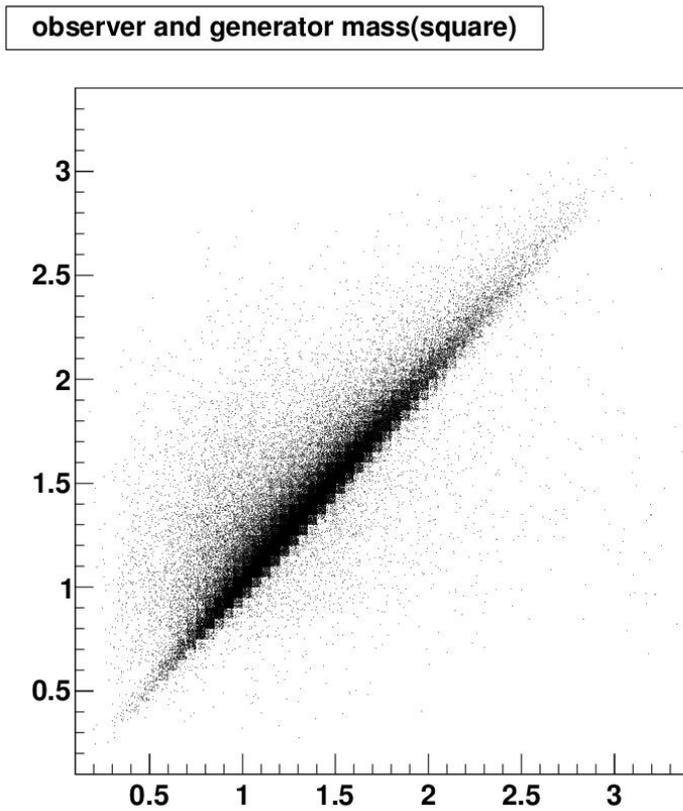


図 5.2 観測レベルと真の分布の相関関係。縦軸：真の分布の不変質量 2 乗、横軸：観測レベルの不変質量 2 乗

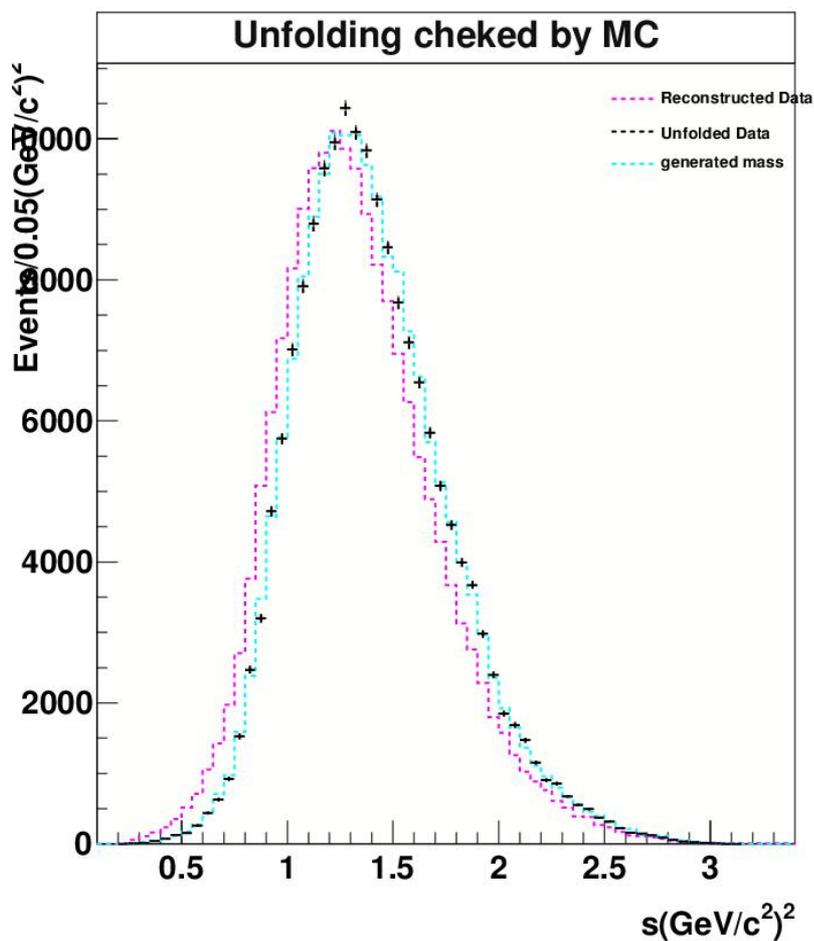


図 5.3 アンフォールディングのテスト結果（アクセプタンスの考慮なし）。
黒がアンフォールディング後の分布、ピンクが観測レベルの分布、水色がモンテカルロで見積もった真の分布である。

次にデータを読み込むが、このテストでは別の実験番号のモンテカルロをデータの代わりに使用する。このデータの質量 2 乗分布でアンフォールディングを行なった結果を図 5.3 に示す。このアンフォールディングはアクセプタンス（acceptance、検出効率）を考慮していない。観測レベルの分布（ピンク）がアンフォールディングによって黒の分布に変化し、モンテカルロで見積もった真の分布（水色）とほぼ一致している。

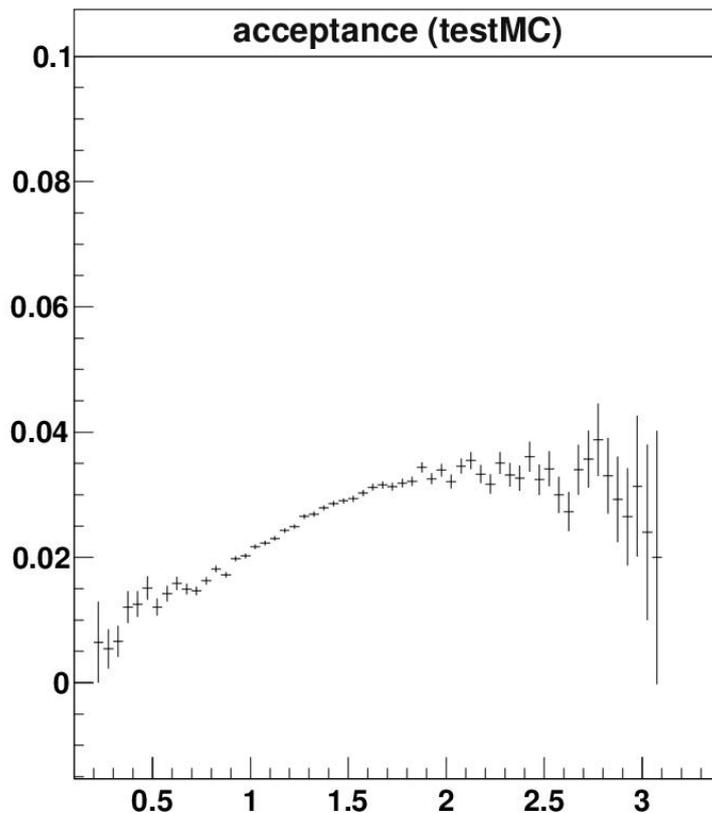


図 5.4 モンテカルロで見積もったアクセプタンスの質量依存性。縦軸：アクセプタンス 横軸：不変質量の 2 乗 ($s(\pi^-\pi^0\pi^0)$)

そして、次にアクセプタンスを計算する。アクセプタンスとは選別を行なった事で事情数がどれほど減ったかを示す割合で、選別後の事情数を選別前の事情数で割って求める。不変質量の値ごとにアクセプタンスを計算し、アクセプタンスの質量依存性を求める。計算結果を図 5.4 に示す。全体のアクセプタンスは 0.026 で、表 4.3 の全条件の efficiency に対応している。

計算したアクセプタンスを用いて、今度はアクセプタンスを考慮したアンフォールディングを行なう。図 5.5 にその結果を示す。再構成のデータの事情数が減った分が反映されているのが分かる。黒点のアンフォールディング後のデータが赤のモンテカルロで見積もった真の分布と殆ど一致しているので、正常にアンフォールディングが行なえる事が分かった。アンフォールディング後のデータと真の分布を比べると、頂点付近で違いが見られる。これは、使用した元のモンテカルロの違いが表れている。

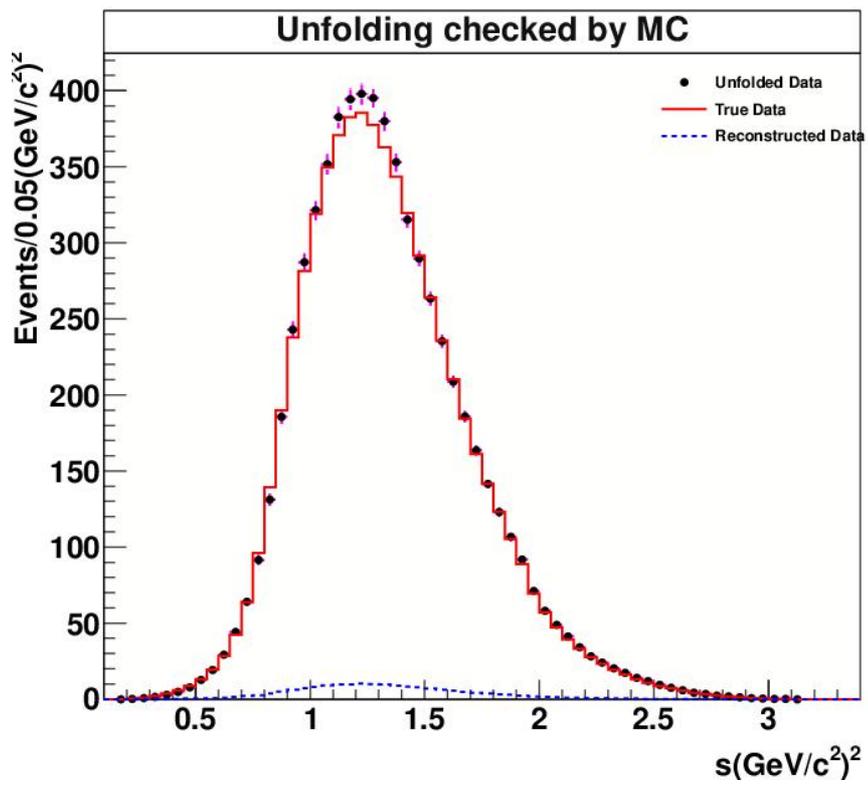


図 5.5 アンフォールディングのテスト結果（アクセプタンスを考慮）。
黒点がアンフォールディング後の分布、青が観測レベルの分布、赤がモンテカルロで見積もった真の分布である。

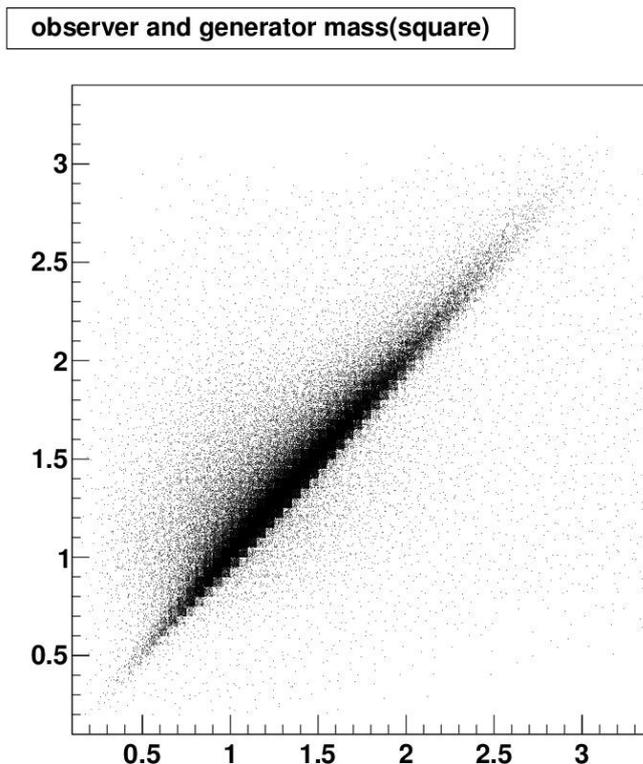


図 5.6 観測レベルと真の分布の相関関係。 π^0 1 個当たり 0.95 ($\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊では $0.95^2 \simeq 0.903$) の efficiency がかかっている。

縦軸：真の分布の不変質量 2 乗、横軸：観測レベルの不変質量 2 乗

5.3 データを用いた $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系の不変質量分布のアンフォールディング

バックグラウンドをデータから除去出来たので、データを用いてアンフォールディングを行なう。5.2 節のテストではモンテカルロをデータの代わりに読み込んだが、今回は 4.6 節で求めたバックグラウンドの除去をしたデータを読み込む。

テストの時と同様にモンテカルロから読み込む。但し、今回はテストの時よりも統計（事象数）を増やしている。選別前の全事象数が 6.83×10^7 イベント、選別後の全事象数は 1.77×10^6 イベントであるので、選別効率率は $(1.77 \times 10^6) / (6.83 \times 10^7) \simeq 0.026$ であった。これは表 4.3 の全条件の efficiency に対応すると共に、5.2 節のテストでモンテカルロで見積もった efficiency とも対応する。使用するモンテカルロで見積もった真の分布（選別後）と観測レベルの質量 2 乗分布の相関関係を図 5.6 に示す。縦軸が真の分布の不変質量 2 乗、横軸が観測レベルの不変質量 2 乗分布である。テストの分布（図 5.2）よりも統計が増えている分布となっている。

次はデータを読むが、今回はバックグラウンドを除去したデータを使用する。使用したデータの事象数は 2.14×10^5 イベントである。

また、アクセプタンスはテストでモンテカルロで見積もったアクセプタンス（図 5.4）と対応する。このアクセプタンスを用いて行なったアンフォールディングの結果を図 5.7 に示す。

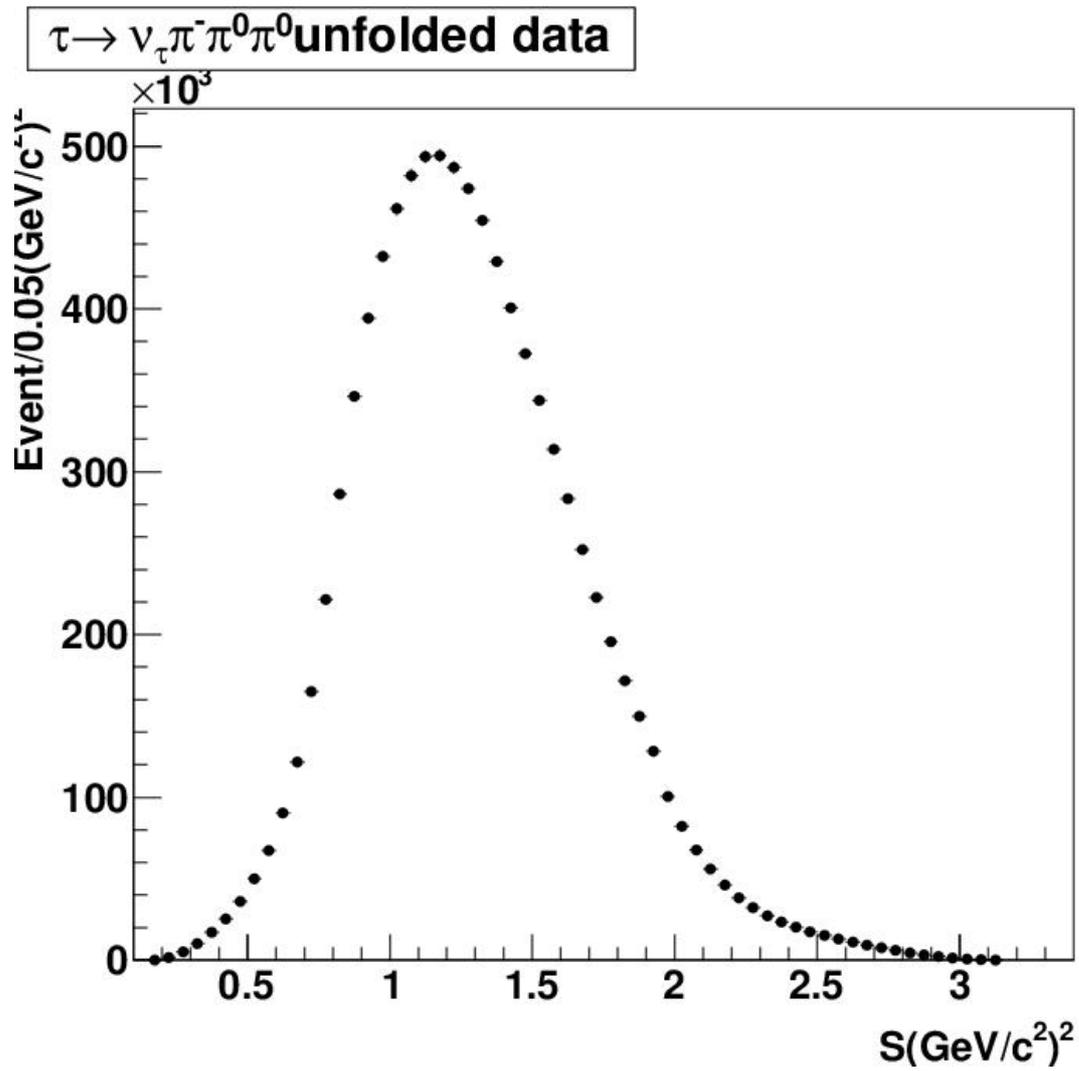


図 5.7 アンフォールディング後のデータでの質量 2 乗分布

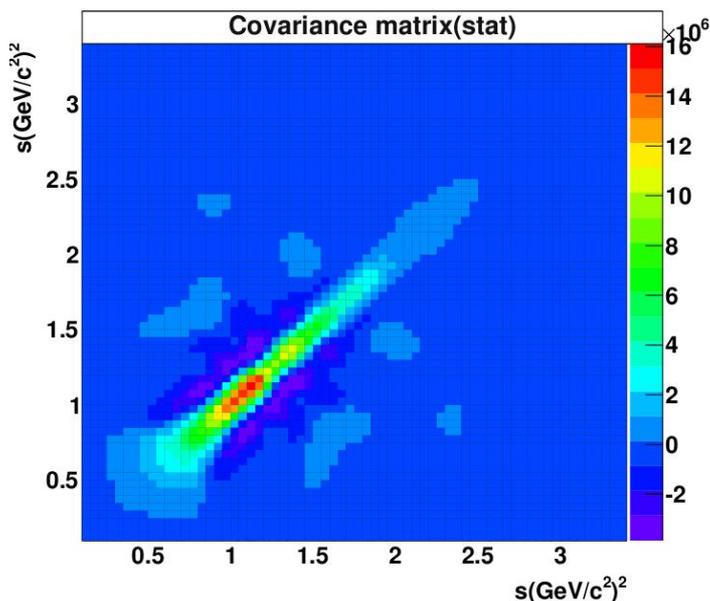


図 5.8 covariance matrix (統計誤差)

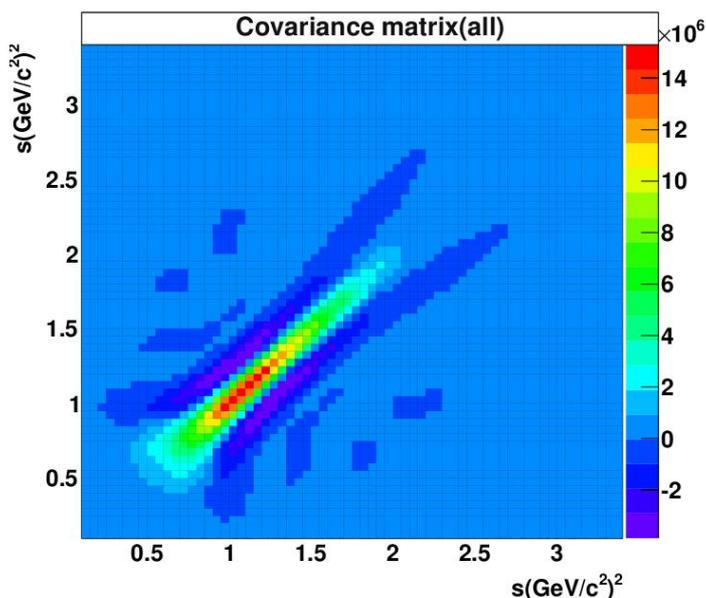


図 5.9 covariance matrix (全ての誤差)

アンフォールディング後のデータの covariance matrix を計算した。covariance matrix とはそのデータの誤差を 2 乗して求める。図 5.8 は統計誤差の covariance matrix を、図 5.9 には全ての誤差の covariance matrix を示す。最後に式 (5.10) で述べている固有値 $|d_i|$ による $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right|$ の分布を求めて、その分布を図 5.10 に示す。この図は縦軸が $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right|$ 、横軸に i をとっている。図より、初めて $\log \left| \frac{d_i}{\sigma_{d_i}} \right| \sim 1$ となる i (rank、データとして意味がある所と統計的に意味のない所を区別する為の値) は 20 であると分かる。

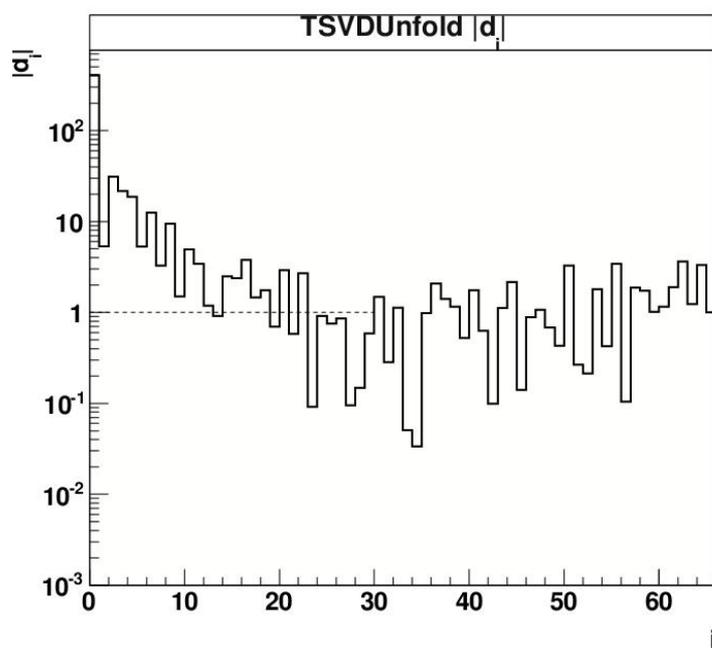


図 5.10 固有値 $|d_i|$ の分布。縦軸： $\log \frac{|d_i|}{\sigma_{d_i}}$ 横軸： i

初めて $\log \frac{|d_i|}{\sigma_{d_i}} \sim 1$ となる i が、データとして意味がある所と統計的に意味のない所を区別する為の値 (rank) になる。この場合、rank=20 である。

表 5.1 アンフォールディング後のデータの bin の数と誤差

entries	mass	bincontent	error	error/bincontent
10	0.575	60790.5	1217.6	0.020
20	1.075	435027	3498.9	0.008
30	1.575	283105	2293.4	0.008
40	2.075	61137.9	804.9	0.013
50	2.575	11848.4	288.7	0.024
60	3.075	225.9	12.2	0.054
sum		8544940	81809.7	0.010

エントリー番号 (entries) ・ 不変質量 (mass) ・ bin の数 (bincontent) ・ 誤差 (error) ・ 統計誤差 (エラーを bin の数で割った数、error/bincontent) を表 5.1 にまとめた。統計誤差はエントリー番号ごとでは 0.06(=6%) 以下、全体では 0.010(=1.0%) となり、統計誤差を低く抑える事が出来た。

5.4 スペクトラル関数の計算

データのアンフォールディングが出来たので、スペクトラル関数の計算を行なう。スペクトラル関数の式は10ページの式(2.22)である。

$$a(s) = \frac{m_\tau^2}{|V_{ud}|^2 \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) S_{EW}} \left(\frac{\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0}}{\mathcal{B}_e} \right) \left(\frac{1}{N_{\pi^2\pi^0}} \frac{dN_{\pi^2\pi^0}}{ds} \right) \quad (2.22)$$

この式に τ 粒子の質量 $m_\tau = 1.777[\text{GeV}]$ 、CKM 行列の成分 $V_{ud} = 0.97425$ 、放射補正 $S_{EW} = 1.0198$ 、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\pi^2\pi^0} = 9.30\%$ 、 $e^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_e = 17.83\%$ (2012年のPDGより) をそれぞれ代入する。計算結果を図5.11に示す。

また、エントリー番号 (entries) · 不変質量 (mass) · bin の数 (bincontent) · 誤差 (error) · 統計誤差 (エラーを bin の数で割った数、error/bincontent) を表5.2にまとめた。統計誤差はエントリー番号ごとでは0.06(=6%)以下、全体では0.013(=1.3%)となり、統計誤差を低く抑える事が出来た。

表5.2 スペクトラル関数の bin の数と誤差

entries	mass	bincontent	error	error/bincontent
10	0.575	0.0442	0.0009	0.020
20	1.075	0.3949	0.003	0.008
30	1.575	0.3745	0.003	0.008
40	2.075	0.1492	0.002	0.013
50	2.575	0.0878	0.002	0.024
60	3.075	0.0741	0.004	0.054
sum		11.0358	0.140	0.013

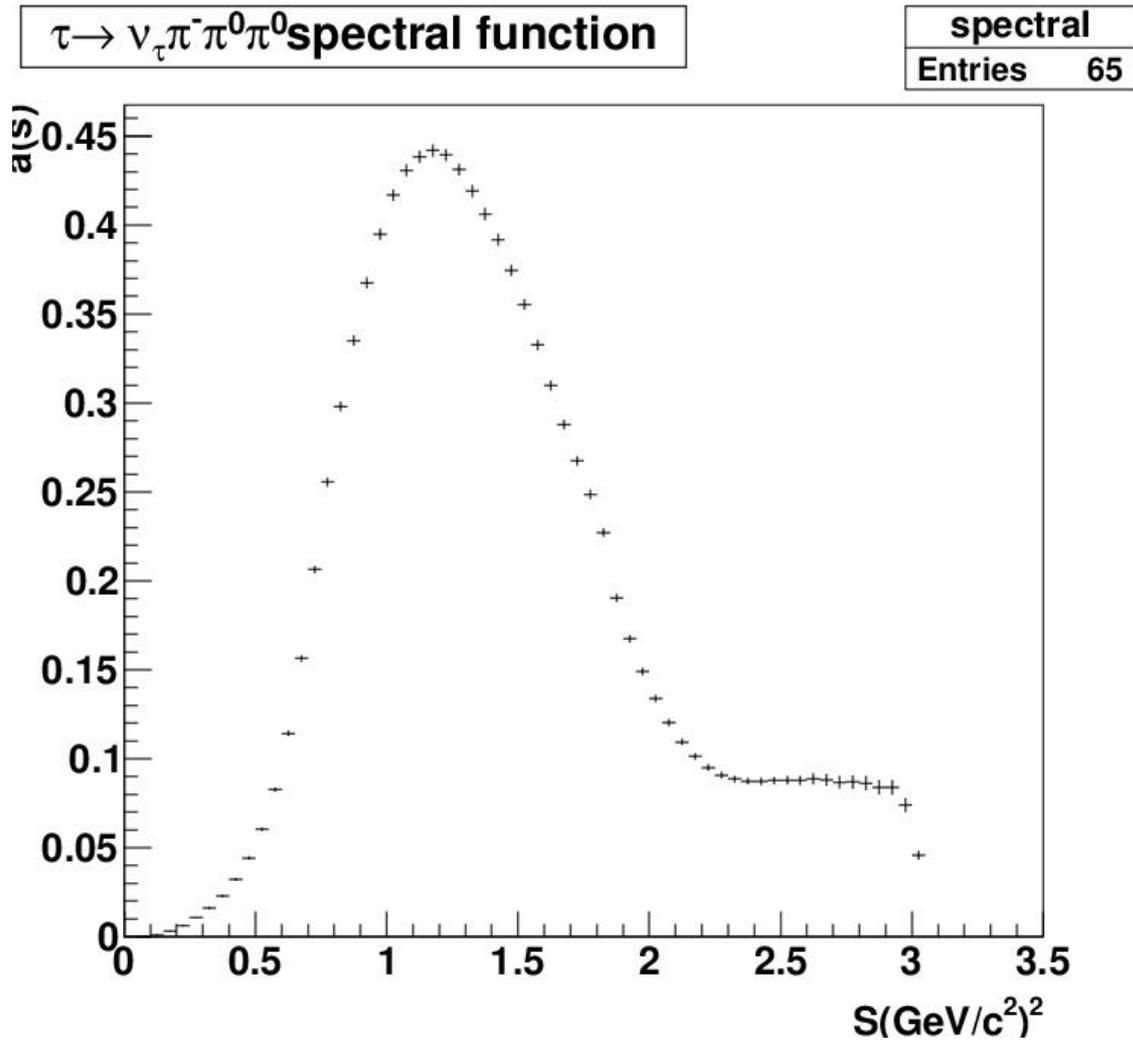


図 5.11 スペクトラル関数

5.5 結果の議論（他実験との比較）

2.4 節（11 ページ）で述べた、他実験で行なわれた過去の測定の結果と本研究の結果の比較を行なう。

5.5.1 質量 2 乗分布の比較

OPAL 実験の不変質量分布（図 5.12）と本研究の不変質量分布（図 5.13）を比較する。どちらも点線がデータ、色のついた部分がモンテカルロで見積もったバックグラウンドとなっている。また、縦軸が事象数で横軸が不変質量の 2 乗である。OPAL 実験の分布よりも本研究の分布の方が、統計量が多くバックグラウンドが少ない事が分かる。

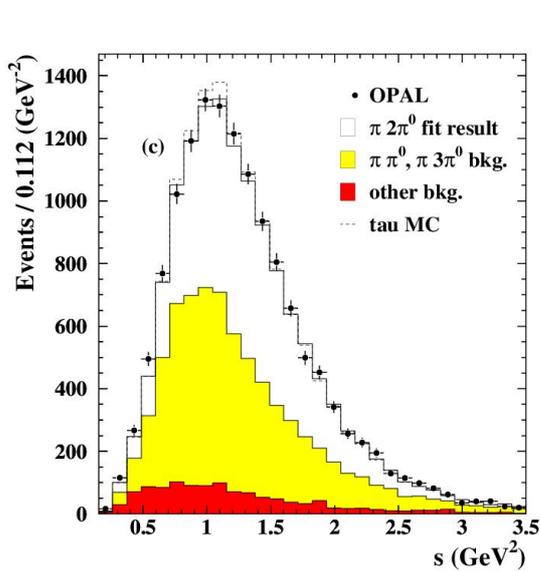


図 5.12 OPAL 実験の質量 2 乗分布

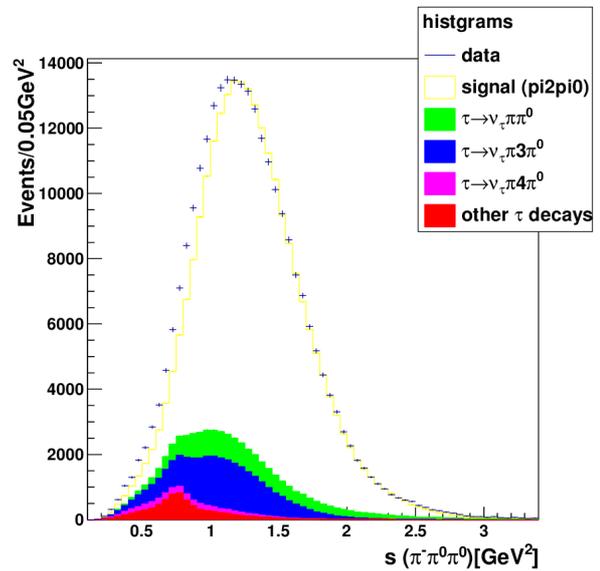


図 5.13 本研究の質量 2 乗分布

5.5.2 アンフォールディング後のデータの比較

OPAL 実験のアンフォールディング後のデータ (図 5.14) と本研究のアンフォールディング後のデータ (図 5.15) を比較する。どちらも縦軸が事象数で横軸が不変質量の 2 乗である。OPAL 実験の分布よりも本研究の分布の方が統計量が多いと言える。

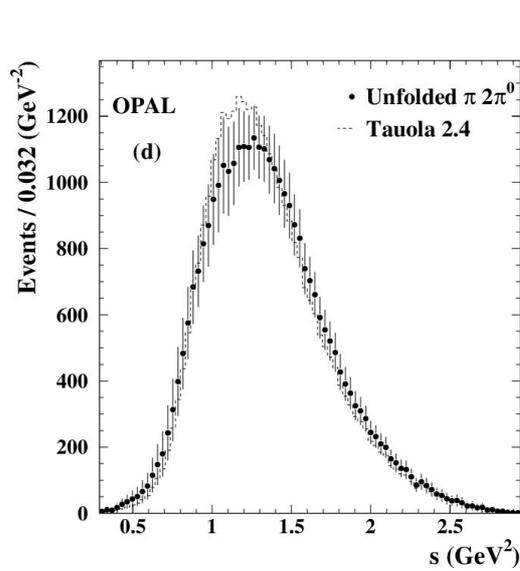


図 5.14 OPAL 実験のアンフォールディング後のデータ

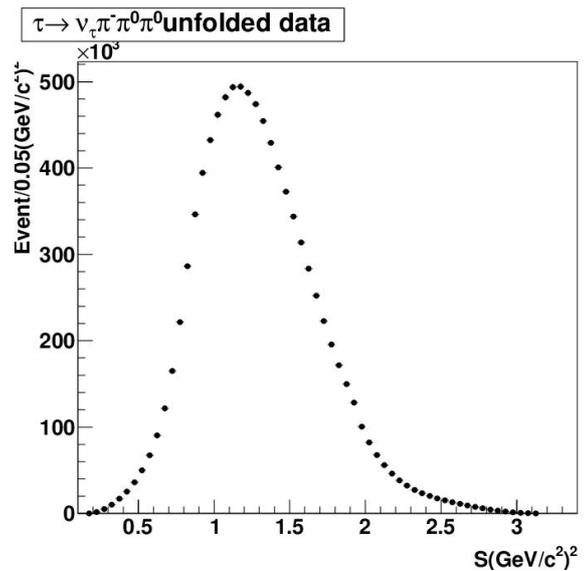


図 5.15 本研究のアンフォールディング後のデータ

5.5.3 スペクトラル関数の比較

ALEPH 実験の軸ベクターのスペクトラル関数 (図 5.16) と本研究のスペクトラル関数 (図 5.17) を比較する。どちらも縦軸がスペクトラル関数、横軸が不変質量の 2 乗である。比較すると頂点付近の値は本研究が約 0.45、ALEPH 実験が約 0.48 なので両者は近いと言える。そして、横軸の不変質量 2 乗が 2 より小さな領域では関数の形は概ね近い。それに対して、不変質量 2 乗が 2 を超えた領域では、関数の形が異なっている。

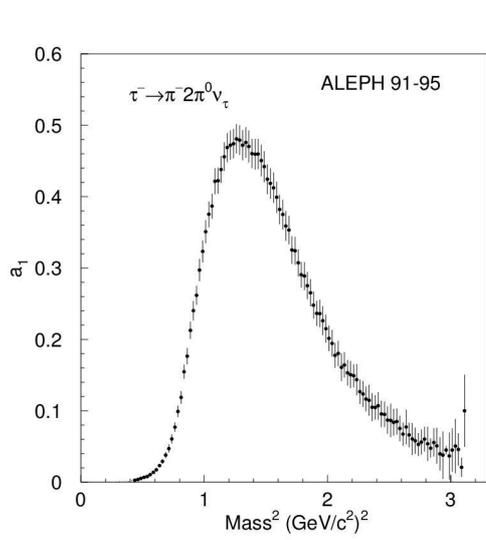


図 5.16 ALEPH 実験のスペクトラル関数 (軸ベクター)

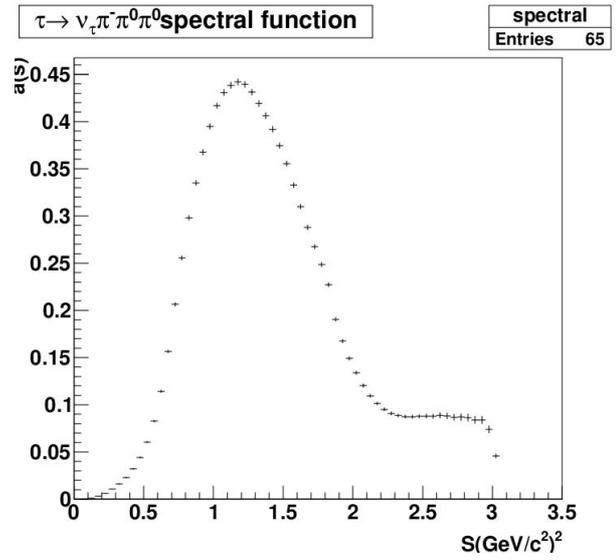


図 5.17 本研究のスペクトラル関数 (軸ベクター)

過去の実験と比較することで、不変質量分布はより多い統計で測定してバックグラウンドを抑えられていたと言える。また、スペクトラル関数は不変質量が大きな領域では関数の形が過去の実験とは異なっていた事が分かった。

第 6 章

まとめ

KEKB 加速器において Belle 実験が収集した 146.48/fb のデータを用いて、 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊における $\pi^- \pi^0 \pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定を行なった。使用したデータは 2000 年から 2004 年の間に収集したもので、信号の $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ が含まれている。

解析ではスペクトラル関数を求める為に $\pi^- \pi^0 \pi^0$ の不変質量の 2 乗分布を求めた。それから、SVD unfolding 法を用いてアンフォールディングを行ない、スペクトラル関数を計算した。その統計誤差は約 1% で、高い精度で測定を行なう事が出来た。

また、測定したスペクトラル関数は過去の実験結果との比較を行ない、不変質量 2 乗が小さな領域では過去の実験と概ね一致していた事が分かった。それに対して、過去の実験ではエラーの大きかった不変質量の大きな領域では、関数の形が過去の実験とは違いが見られた。これについての検討が必要である。また、今後はより詳しい系統誤差の検討も必要である。

謝辞

本研究を行うにあたり、お世話になりました方々に紙面をお借りしてお礼申し上げます。まず、このような素晴らしい国際的な実験に参加できる機会を与えてくださった、高エネルギー物理学研究室の林井先生、宮林先生に深く感謝致します。

直接御指導いただきました林井先生には、解析手法だけでなく、物理や解析の楽しさも教えて頂きました。また、宮林先生には、高エネルギー物理学の基礎から丁寧に御指導頂きました。本当にありがとうございました。

また、日頃の疑問や質問にいつも丁寧に答えて下さった岩下先輩を始めとする研究室の皆様、名古屋大学の方々、他の Belle Collaborator の方々に心から感謝致します。皆様のおかげで、大変充実した研究生活を送ることができました。

最後に、充実した研究生活ができるよう支えてくれた研究室のメンバーや、私に関わった全ての方々に感謝致します。

参考文献

- 1) S.Narison, QCD as a Theory of Hadrons (2004).
- 2) E.Peskin and V.Schroeder, An Introduction Quantum Field Theory (1995).
- 3) The OPAL Collaboratuin, Measurement of the Strong Coupling Constant α_s and the Vector and Axial-Vector Spectral Function in Hadronic Tau Decays (1998).
- 4) M. Fujikawa *et al.*, High-Statistics Study of the $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ Decay. 4, 5 (2008).
- 5) V.Cirigliano, G.Ecker and H.Neufeld, Phys. Lett. B **513**,361 (2001). V.Cirigliano, G.Ecker and H.Neufeld, High Energy Phys. **08**,002 (2002).
- 6) S. Jadach and Z. Was. KORALB(v2.4), Comp. Phys. Commun. **85**, 453 (1995).**64**, 267 (1991);**36**,191 (1985).
- 7) J.H. Kühn, S. Jadach, and Z. Was, Comp. Phys. Commun. **64**, 275 (1991). **70**, 69 (1992);**76**, 361 (1993).
- 8) S. Jadach *et al.*, Comp. Phys. Commun. **102**, 229 (1997).
- 9) Z. Was, S. Jadach, and B.H.L. Ward, Comp. Phys. Commun. **130**, 260 (2000).
- 10) CLEO Collaboration. The QQ B meson decay event generator.
See <http://www.lns.cornell.edu/public/CLEO/soft/QQ>.
- 11) P.H. Daverveldt, F.A. Berends, and R. Kleiss, Comp. Phys. Commun. **40**, 285 (1986).
- 12) hep-ph/0312240 (unpublished);Z.Was P. Golonka *et al.* and P. Golonka, Nucl. Phys.B (Proc. Suppl.) **144**, 88 (2005).
- 13) R. Brun *et al.*, GEANT 3.21, CERN Report No.DD/EE/84-1 (1987).
- 14) G.D'Agostini , Nucl. Instr. Meth. **A 362**, (1995).
- 15) G. Alimonti *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A 453** (2000) 71.